

高一数学期中考试答案

一、填空题（本题共计 36 分，每小题 3 分）

- 1、设集合 $A = \{a, b\}$, $B = \{b, c, d\}$, 则 $A \cup B =$ $\{a, b, c, d\}$.
- 2、若 $A = \{x | x \geq 2\}$, $B = \{x | x \geq a\}$, 且 $A = B$, 则 $a =$ 2 .
- 3、若集合 $A = \{(x, y) | x + y = 5\}$, 集合 $B = \{(x, y) | x - y = 1\}$, 用列举法表示:
 $A \cap B =$ $\{(3, 2)\}$.
- 4、已知函数 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+3}, & x > 1 \\ |x-1|, & x \leq 1 \end{cases}$, 则方程 $f(x) = 2$ 的解为 -1 .
- 5、已知全集 $U = \{0, 2, 4, 6\}$ 且 $U \setminus A = \{2\}$, 则集合 A 的真子集共有 7 个.
- 6、已知 $-1 < x < 2$, $1 < y < 2$, 则 $x - \frac{1}{2}y$ 的取值范围是 $(-2, \frac{3}{2})$.
- 7、不等式 $1 < \frac{4}{x+3}$ 的解集为 $(-3, 1)$.
- 8、已知命题 P 的逆命题是“若 $a = 1$ 且 $b = 2$, 则 $a + b < 4$ ”, 则命题 P 的否命题是 若 $a + b \geq 4$, 则 $a \neq 1$ 或 $b \neq 2$.
- 9、一元二次不等式 $x^2 + bx + c < 0$ 的解集为 $\{x | 1 < x < 2\}$, 则 $b + c =$ -1 .
- 10、若 $x, y \in R^+$, 且 $x + y = 1$, 则 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ 的最小值是 4 .
- 11、不等式 $|3x - b| < 4$ 的解集中的整数有且仅有 2, 3, 则 b 的取值范围是 $[7, 8]$.
- 12、在实数集 R 上定义运算 $\otimes: k \otimes x = k(x^2 - x)$, 若 $(a - 1) \otimes x < 1$ 对任意实数 x 都成立, 则实数 a 的取值范围是 $(-3, 1]$.

二、选择题（本题共计 16 分，每小题 4 分）

- 13、 $p: \begin{cases} a > 2, \\ b > 3. \end{cases}$ 是 $q: \begin{cases} a + b > 5, \\ ab > 6. \end{cases}$ 成立的 () A
- A. 充分非必要条件 B. 必要非充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
- 14、若 $x \in R$, 则 $(1 - |x|)(1 + x) > 0$ 的解集是 () D

- $A. \{x|0 \leq x < 1\}$ $B. \{x|x < 0 \text{ 且 } x \neq -1\}$
 $C. \{x|-1 < x < 1\}$ $D. \{x|x < 1 \text{ 且 } x \neq -1\}$

15、以下四组函数的解析式中，表示同一函数的是 () C

- $A. f(x) = x - 2, g(x) = \sqrt{(x-2)^2};$ $B. f(x) = x, g(x) = \frac{x^2}{x};$
 $C. f(x) = |x|, g(x) = \begin{cases} x(x \geq 0) \\ -x(x < 0) \end{cases};$ $D. f(x) = 1, g(x) = x^0$

16、如果正数 a, b, c, d 满足 $a + b = cd = 4$ ，则() B

- $A. ab \geq c + d$ 且等号成立时 a, b, c, d 的取值唯一；
 $B. ab \leq c + d$ 且等号成立时 a, b, c, d 的取值唯一；
 $C. ab \geq c + d$ 且等号成立时 a, b, c, d 的取值不唯一；
 $D. ab \leq c + d$ 且等号成立时 a, b, c, d 的取值不唯一。

三、解答题 (本题共计 48 分)

17、(本题 8 分) 已知 $a > b > c$ ，用比较法证明： $a^2b + b^2c + c^2a > ab^2 + bc^2 + ca^2$ 。

证明：左边 - 右边 = $(a - c)(a - b)(b - c) > 0$ 6+2 分

18、 (本 题 8 分) 已 知 全 集

$U = \{x | 1 \leq x \leq 9, x \in \mathbb{Z}\}$, $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{3, 4, 6, 9\}$, $C = \{3, 6, 8\}$, 求: $(A \cap B) \cap C$,

$(C_U A) \cap (C_U B)$.

解: $A \cap B = \{4\}$,

$\therefore (A \cap B) \cap C = \emptyset$2 分

$\complement_U A = \{2, 5, 6, 7, 9\}$, $\complement_U B = \{1, 2, 5, 7, 8\}$,6 分

$\therefore (\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{5, 7\}$8 分

19、(本题 10 分) 为保护环境，某单位采用新工艺，把二氧化碳转化为一种可利用的化工产品。已知该单位每月的处理量最多不超过 300 吨，月处理成本 y (元) 与月处理量 x (吨) 之间的函数关系式可近似的表示为： $y = x^2 - 200x + 40000$ ，且每处理一吨二氧化碳得到可利用的化工产品价值为 300 元。

- (1) 该单位每月处理量为多少吨时，才能使每吨的平均处理成本最低？
 (2) 要保证该单位每月不亏损，则每月处理量应控制在什么范围？

解：(1) $\frac{y}{x} = x + \frac{40000}{x} - 200, x \in (0, 300]$ ，即 $x = 200$ 时，才能使每吨的平均处理成本最低。

.....4 分

$$(2) S = 300x - y = 300x - (x^2 - 200x + 40000) = -x^2 + 500x - 40000 \geq 0 \quad \text{.....6 分}$$

分

即 $100 \leq x \leq 400$ ，由题意可知 $0 < x \leq 300$ ，所以当 $100 \leq x \leq 300$ 时，该单位每月不亏损

.....10 分

20、(本题 10 分)

$$\text{已知函数 } f(x) = \begin{cases} 3 - x^2, & x \in [-1, 2], \\ x - 3, & x \in (2, 5]. \end{cases}$$

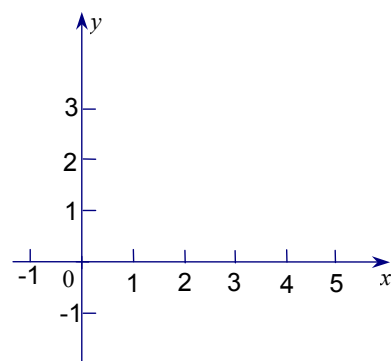
- (1) 在图中给定的直角坐标系内画出 $f(x)$ 的图象；
 (2) 根据画出的图像，写出函数 $f(x)$ 的值域和不等式 $f(x) \geq 2$ 的解集 (只写出结果，

不要求写过程)。

解 (1) 图略4 分

$$(2) [-1, 3]; [-1, 1] \cup \{5\}$$

.....10 分



21、(本题 12 分)

已知集合 $A = \{x | x^2 + (a-1)x - a > 0\}$ ，

$$B = \{x | x^2 + (a+b)x + ab > 0, (a \neq b)\}, \quad M = \{x | x^2 - 2x - 3 \leq 0\}, \quad \text{全集 } U = \mathbb{R}.$$

- (1) 若 $C_U B = M$ ，求 a 、 b 的值； (2) 若 $a > b > -1$ ，求 $A \cap B$ ；

(3)若 $a^2 + \frac{1}{4} \in C_U A$, 求 a 的取值范围.

解: (1) $A = \{x | (x-1)(x+a) > 0\}$, $M = \{x | -1 \leq x \leq 3\}$, $C_U B = \{x | (x+a)(x+b) \leq 0\}$

若 $C_U B = M$, 则 $a=1, b=-3$ 或 $a=-3, b=1$ 4 分

(2)解: $\because a > b > -1$, $\therefore -a < -b < -1$

故 $A = \{x | x < -a \text{ 或 } x > 1\}$, $B = \{x | x < -a \text{ 或 } x > -b\}$

因此 $A \cap B = \{x | x < -a \text{ 或 } x > 1\}$ 8 分

(3) $C_U A = \{x | (x-1)(x+a) \leq 0\}$,

由 $a^2 + \frac{1}{4} \in C_U A$ 得: $(a^2 - \frac{3}{4})(a^2 + \frac{1}{4} + a) \leq 0$,

解得: $a = -\frac{1}{2}$ 或 $-\frac{\sqrt{3}}{2} \leq a \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$,

$\therefore a$ 的取值范围是 $\{x | a = -\frac{1}{2} \text{ 或 } -\frac{\sqrt{3}}{2} \leq a \leq \frac{\sqrt{3}}{2}\}$12 分

附加题(20'):

22.(5') 设 $x \in R$, $[x]$ 表示不大于 x 的最大整数, 如 $[\pi] = 3$, $[-1.2] = -2$, $[\frac{1}{2}] = 0$, 则使

$[x^2 - 1] = 3$ 成立的 x 的取值范围 $(-\sqrt{5}, -2] \cup [2, \sqrt{5})$

23.(5') 周长为定值 a 的扇形, 它的面积 S 是这个扇形的半径 R 的函数, 则函数的定义域为

() **B**

(A) $(\frac{a}{2}, a)$; (B) $(\frac{a}{2(1+\pi)}, \frac{a}{2})$; (C) $(\frac{a}{2+\pi}, \frac{a}{2})$; (D) $(0, \frac{a}{2})$

24.(10') 已知数集 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ ($1 \leq a_1 < a_2 < \dots < a_n, n \geq 2$) 具有性质 P : 对任意的 i, j

($1 \leq i \leq j \leq n$), $a_i a_j$ 与 $\frac{a_j}{a_i}$ 两数中至少有一个属于 A ;

(1) 分别判断数集 $\{1, 3, 4\}$ 与 $\{1, 2, 3, 6\}$ 是否具有性质 P , 并说明理由;

(2) 证明: $a_1 = 1$ 且 $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{a_1^{-1} + a_2^{-1} + \dots + a_n^{-1}} = a_n$;

解: (1) $\{1, 3, 4\}$ 不具有性质 P , $\{1, 2, 3, 6\}$ 具有性质 P ;5 分

(2) 当 $i = j = n$ 时, $a_n a_n \notin A$, 则 $1 \in A$, $\therefore a_1 = 1$; $\frac{a_n}{a_1}$ 、 $\frac{a_n}{a_2}$ 、 $\dots$ 、 $\frac{a_n}{a_n}$ 分别对应 a_n 、 a_{n-1} 、

$\dots$ 、 a_1 , $\therefore \frac{a_n}{a_1} + \frac{a_n}{a_2} + \dots + \frac{a_n}{a_n} = a_1 + a_2 + \dots + a_n$, 即 $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{a_1^{-1} + a_2^{-1} + \dots + a_n^{-1}} = a_n$;

.....10 分