

初二数学精练题集

目录

第 1 讲	二次根式 (1)	2
第 2 讲	二次根式 (2)	4
第 3 课	一元二次方程	7
第 4 课	一元二次方程 (2)	10
第 5 课	一元二次方程的应用	12
第 6 讲	函数的概念	14
第 8 讲	正比例函数	15
第 9 讲	反比例函数与函数表示法	17
第 10 讲	正比例函数、反比例函数	19
第 11 讲	函数复习	23
第 12 讲	证明举例	26
第 13 讲	线段的垂直平分线、角平分线	30
第 14 讲	直角三角形	32
第 16 讲	勾股定理	34
第 17 讲	两点之间距离公式	36
第 18 讲	期末复习	37

第一讲 二次根式 (1)

一、二次根式的概念

[基础练习]

1. 如果 $\sqrt{2x-8}$ 在实数范围内有意义, 那么 x 的取值范围是_____.
2. 二次根式 $\sqrt{5-3x}$ 中, x 应满足的条件是_____.
3. 当 x _____ 时, 二次根式 $\sqrt{2x-1}$ 有意义.
4. 要使式子 $\frac{\sqrt{a+2}}{\sqrt{a}}$ 有意义, 则 a 的取值范围为_____.
5. 当 x 取怎样的实数时, 代数式 $\frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{4-x}}$ 有意义?
6. 如果代数式 $\sqrt{-m} + \frac{1}{\sqrt{mn}}$ 有意义, 那么直角坐标系中点 $P(m, n)$ 的位置在第几象限?
7. 当 x 取怎样的实数时, 代数式 $\frac{\sqrt{3-x}}{2-|x|}$ 有意义?
8. 下列各式, 哪些是二次根式? 哪些不是二次根式?
 $\sqrt{x-2}$ 、 $\sqrt[3]{25}$ 、 $\sqrt{x^2-x+1}$ 、 $\sqrt{x^2-x} (x>1)$ 、 $\sqrt{\frac{1}{(x-1)^2}}$

[拓展提高]

1. 已知: 实数 x, y 满足 $\sqrt{x+y-8} + \sqrt{8-x-y} = \sqrt{3x-y-z} + \sqrt{x-2y+z+3}$,
 试问长度分别为 x, y, z 的三条线段能否组成一个三角形?
2. 若 x, y 为实数, 且 $y < \sqrt{x-1} + \sqrt{1-x} + \frac{1}{3}$, 化简 $\frac{|1-y|}{y-1}$

二、二次根式性质

〔基础练习〕

1. 能使等式 $\sqrt{\frac{x}{x-2}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-2}}$ 成立的 x 取值范围是_____.
2. 等式 $\sqrt{x^2-1} = \sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x-1}$ 成立的条件是_____.
3. 已知 $|a|=5$, $\sqrt{b^2}=5$, 且 $a > b$, 则 $a+b=$ _____.
4. 化简: $\sqrt{4a^2} (a < 0) =$ _____.
5. 若 $x < 0$, 化简 $\sqrt{(x-1)^2} =$ _____.
6. 若 $a \leq 1$, 则 $\sqrt{(1-a)^3} =$ _____.
7. 化简: $\sqrt{m^2n} (m \cdot n < 0) =$ _____.
8. 化简: $\sqrt{(5-2x)^2} - \sqrt{(x+4)^2} (-2 \leq x \leq 2)$ 结果为_____.

〔拓展提高〕

1. 若实数 x 满足 $x - \sqrt{\frac{1}{4} - x + x^2} = \frac{1}{2}$, 求 x 的取值范围.
2. 若 $\sqrt{(2007-m)^2} + \sqrt{m-2008} = m$, 求代数式 $m - 2007^2$ 的值.
3. 已知 $\sqrt{x^2+25+10x} + \sqrt{49+x^2-14x} = 12$, 化简: $\sqrt{(3x+15)^2} + |21-3x|$

三、同类二次根式、最简二次根式

〔基础练习〕

1. 下列二次根式中, 是最简二次根式的是 ()

(A) $\sqrt{8}$ (B) $\sqrt{\frac{1}{2}}$ (C) $\sqrt{x+y^3}$ (D) $\sqrt{x \cdot y^3}$

2. 下列二次根式① \sqrt{ab} ② $\sqrt{a^2+b^2}$ ③ $\sqrt{4a^2+4a+1}$ 中, 最简二次根式是_____.

3. 化简: $\sqrt{a^3}$ ($a > 0$) = _____.

4. 化简: $\sqrt{a^2b^3}$ ($a > 0$) = _____.

5. 化简: $\sqrt{\frac{ab^3}{4}}$ ($b > 0$) = _____.

6. 下列二次根式中, 与 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式的是()

- (A) $\sqrt{3\frac{1}{3}}$ (B) $\sqrt{33}$ (C) $\sqrt{\frac{1}{27}}$ (D) $\sqrt{0.3}$

7. 在下列二次根式中, 与 \sqrt{a} 是同类二次根式的是()

- (A) $\sqrt{2a}$ (B) $\sqrt{3a^2}$ (C) $\sqrt{a^3}$ (D) $\sqrt{a^4}$

8. 合并下列各式中的同类二次根式

(1) $\frac{2}{3}\sqrt{2} - \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{8} - \sqrt{3} + \sqrt{12} - \sqrt{18}$

(2) $\left(3\sqrt{m} - \frac{2}{3}\sqrt{n}\right) - \left(\frac{5}{6}\sqrt{n} + \frac{1}{6}\sqrt{m}\right)$

[拓展提高]

1. 已知 $4x^2 + y^2 - 4x - 6y + 10 = 0$, 求 $\left(\frac{2}{3}x\sqrt{9x} + y^2\sqrt{\frac{x}{y^3}}\right) - \left(x^2\sqrt{\frac{1}{x}} - 5x\sqrt{\frac{y}{x}}\right)$ 的值.

第二讲 二次根式 (2)

一、选择题

1. 下列式子中一定成立的是..... ()

- A、 $\sqrt{a^2} = a$ B、 $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ C、 $\sqrt{a^4} = a^2$ D、 $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

2. 下列根式中, 不是最简二次根式的是 ()

- A、 $\sqrt{2a}$ B、 $\sqrt{0.5}$ C、 $\frac{\sqrt{3x}}{3}$ D、 $\sqrt{a^2+b^2}$

3. 在下列二次根式中, 与 \sqrt{a} 是同类二次根式的是..... ()

- A、 $\sqrt{8a}$ B、 $\sqrt{3a^2}$ C、 $\sqrt{a^3}$ D、 $\sqrt{a^4}$
4. $2\sqrt{2}-3$ 与 $2\sqrt{2}+3$ ()
 A、互为相反数 B、互为倒数且互为有理化因式
 C、互为有理化因式，但不互为倒数 D、互为倒数，但不互为有理化因式
5. 下面计算正确的是..... ()
 A、 $3+\sqrt{3}=3\sqrt{3}$ B、 $\sqrt{27}\div\sqrt{3}=3$ C、 $\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}=\sqrt{5}$ D、 $\sqrt{4}=\pm 2$
6. 当代数式 $\sqrt{2-x} + \frac{1}{x-1}$ 有意义时，则 x 的取值范围为..... ()
 A、 $x\leq 2$ B、 $x=1$ C、 $x<2$ 且 $x\neq 1$ D、 $x\leq 2$ 且 $x\neq 1$

二、填空题

7. 当 x _____ 时，根式 $\sqrt{\frac{-4}{3-x}}$ 有意义；当 x _____ 时，根式 $\sqrt{-x^2}$ 有意义.
8. 化简： $\sqrt{\frac{1}{3}}-\sqrt{12} =$ _____ ， $\sqrt{88\times 132} =$ _____ ，
 $\sqrt{a^3b^3} =$ _____ ， $\sqrt{-ax^3} (a < 0) =$ _____ ，
 $\sqrt{-\frac{5}{18x^3}} =$ _____ ， $\sqrt{\frac{a+b}{a-b}} =$ _____ ($a < b < 0$).
9. 若 $\sqrt{(a-3)^2} = 3-a$ ，则 a 满足的条件是_____.
10. 若 $\sqrt{x^2(x+2)} = -x\cdot\sqrt{x+2}$ ，则 x 的取值范围是_____.
11. 等式 $\sqrt{\frac{x-4}{x-7}} = \frac{\sqrt{x-4}}{\sqrt{x-7}}$ 成立的条件是_____.
12. 若 $\sqrt{x-1}-\sqrt{1-x}=(x+y)^2$ ，则 $x-y$ 的值为_____ .
13. 对于任意不相等的两个数 a, b ，定义一种运算 \ast 如下： $a\ast b = \frac{a-b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ ，如
 $3\ast 2 = \frac{3-2}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \sqrt{3}+\sqrt{2}$. 那么 $4\ast 6 =$ _____ .
14. 若最简二次根式 $\sqrt{2a+5}$ 与 $\sqrt{4a+3b}$ 是同类二次根式，则 $a =$ _____ ， $b =$ _____；
15. 写出一个化简后与二次根式 $\sqrt{\frac{3}{a}}$ 是同类二次根式的二次根式_____

三、计算与化简：

16. $\sqrt{18} - \sqrt{\frac{9}{2}} - \frac{\sqrt{3} + \sqrt{6}}{\sqrt{2} + 1} + \sqrt{(1 - \sqrt{2})^2}$

17. $\sqrt{\frac{2}{3m}} \div \sqrt{6m} \cdot \sqrt{8m^3}$

18. $(\sqrt{\frac{b}{a}} - \sqrt{\frac{a}{b}})^2$

19. $(\sqrt{\frac{ab}{c}} + \frac{a}{b}\sqrt{\frac{bc}{a}}) \div \sqrt{\frac{a}{bc}} (b \neq 0)$

20. $\sqrt{x^2 + xy} \div \sqrt{\frac{xy^2}{x+y}} \quad (y > x > 0)$

21. $\sqrt{x^2 - 4x + 4} + (\sqrt{2-x})^2$

22. 解方程: $\sqrt{3} - 2\sqrt{6}x = -2\sqrt{2}$

23. 解不等式: $\sqrt{2}x - 3 < \sqrt{3}x$

四、解答题

24. 已知: $x - \frac{1}{3} < \sqrt{y-2} + \sqrt{2-y}$, 化简 $3\sqrt{x^2 - 2x + 1} - \sqrt{(3x-1)^2} + y$ 的值

25. 化简求值: 当 $x = \frac{1}{\sqrt{5}-2}, y = \frac{1}{\sqrt{5}+2}$ 时, 求 $\frac{x+2\sqrt{xy}+y}{\sqrt{xy}+y} + \frac{x-y}{x-\sqrt{xy}}$.

26. $\triangle ABC$ 的边长分别是 1, k, 3, 化简 $7 - \sqrt{4k^2 - 36k + 81} - |2k - 3|$.

五、拓展提高

27. 已知: $a \neq b$, 化简: $\left(\sqrt{a} + \frac{b - \sqrt{ab}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}\right) \div \left(\frac{a}{\sqrt{ab} + b} + \frac{b}{\sqrt{ab} - a} - \frac{a+b}{\sqrt{ab}}\right)$

28. 已知: $x = \sqrt{\frac{3 - \sqrt{5}}{2}}$ 求 $\frac{x}{\sqrt{3 - x^2}} + \frac{\sqrt{3 - x^2}}{x}$ 的值.

29. 已知: $x = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1}$, $y = \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1}$ 求 $x^4 + y^4$ 的值.

30. 已知: $\sqrt{x} = \sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}$, 求 $\frac{x + 2 + \sqrt{x^2 + 4x}}{x + 2 - \sqrt{x^2 + 4x}}$ 的值.

31. 已知: $\frac{x}{x^2 - \sqrt{2x} + 1} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 求 $\frac{x^2}{x^4 + \sqrt{2x^2} + 1}$ 的值.

第三讲 一元二次方程

一、选择题

1. 在下列方程中, 一元二次方程的个数是 ().

① $3x^2 + 7 = 0$ ② $ax^2 + bx + c = 0$ ③ $(x - 2)(x + 5) = x^2 - 1$ ④ $3x^2 - \frac{5}{x} = 0$

A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

2. 一元二次方程 $(4x + 1)(2x - 3) = 5x^2 + 1$ 化成一般式 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 后 a, b, c 的值为 ()

A. 3, -10, -4 B. 3, -12, -2 C. 8, -10, -2 D. 8, -12, 4

3. 关于 x 的一元二次方程 $(a - 1)x^2 + x + a^2 - 1 = 0$ 的一个根是 0, 则 a 的值为 ()

- A. 1 B. -1 C. 1或-1 D. $\frac{1}{2}$

4. 下列说法错误的是 ()

- A. 关于 x 的方程 $x^2 = k$ 必有两个互为相反数的实数根
 B. 关于 x 的方程 $(x+h)^2 = k^2 (k \neq 0)$ 必有两个实数根
 C. 关于 x 的方程 $ax^2 + bx = 0$ 必有一个实数根为 0
 D. 关于 x 的方程 $x^2 = 1 - a^2$ 可能没有实数根

5. 下列方程中适合用因式分解法解的是 ()

- A. $x^2 - x + 1 = 0$ B. $x^2 + (1 + \sqrt{3})x + \sqrt{3} = 0$
 C. $2x^2 + 3x + 5 = 0$ D. $x^2 - 6x - 5 = 0$

6. 已知分式 $\frac{3+5x-2x^2}{1+2x}$ 的值为零, 则 x 的值等于 ()

- A. $x=1$ B. $x = -\frac{1}{2}$ C. $x=3$ D. $x = 3$ 或 $x = -\frac{1}{2}$

二、填空题

8. 若实数 a 、 b 满足 $(a^2 + b^2 - 2)^2 = 9$, 则 $a^2 + b^2$ 的值为_____.

9. 如果 $x = 1$ 是方程 $ax^2 + bx + 3 = 0$ 的一个根, 求 $(a - b)^2 + 4ab$ 的值.

10. 如果 $4(2m - 5)^2$ 与 $9(m - 1)^2$ 的值相等, 试确定 $m =$ _____.

11. 若关于 x 的方程 $(x + 2)^2 = 6 - m$ 有实数根, 求 m 的取值范围.

12. 设方程 $(x + 1)^2 = 8$ 的正实数根为 a , 方程 $3(x - 1)^2 - 4 = 8$ 的负实数根为 b ,

求 $\frac{a}{b}$ 的值为_____.

13. 已知 $3x^2y^2 - xy - 2 = 0$, 则 x 与 y 的积等于_____.

14. 已知一元二次方程 $(m - 3)x^2 + 3(m^2 + 10)x + m^2 - 9 = 0$ 的常数项是 0, 则原方程是_____.

三、解答题

1. 求证: 关于 x 的方程 $(m^2 - 8m + 17)x^2 + 2mx + 1 = 0$, 不论 m 取何值, 该方程都是一元二次方程

四、解方程 (开平方法)

- (1) $\sqrt{2}(6 - x)^2 = 128\sqrt{2}$; (2) $4(x + 1)^2 - 9(x - 2)^2 = 0$;

(3) $4(\sqrt{3}x + \sqrt{2})^2 - 9 = 0;$

(4) $2(0.2x + 3)^2 = 12.5.$

五、解方程（因式分解法）

(1) $2(x+1)^2 - 3(x+1) = 9;$

(2) $(x-3)^2 + (x+4)^2 - (x-5)^2 = 17x + 24;$

(3) $x^2 + (1 + 2\sqrt{3})x + 3 + \sqrt{3} = 0;$

(4) $x^2 - m(3x - 2m + n) = n^2.$

五、解关于 x 的方程:

(1) $kx^2 + 2(k-2)x + x - 3 = 0$

(2) $(m+n)x^2 + (4m-2n)x + n - 5m = 0$

六、解关于 x 的高次方程:

(1) $x^4 - 6x^2 + 5 = 0$

(2) $16x^4 - 32x^2 - 9 = 0$

(3) $(x^2 + 2x)^2 - 4(x^2 + 2x) - 12 = 0$

(4) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) = 120$

(5) $x^2 + \frac{1}{x^2} + 2\left(x + \frac{1}{x}\right) = 1$, 求 $x + \frac{1}{x} + 1$ 的值

(6) $(x^2 - x)(x^2 - x - 3) + 3(x^2 - x) = 4$

第四讲 方程（二）

一、填空题

- 一元二次方程 $px^2 + qx + r = 0$ 的两个根为 0 和 -1, 则 $p : q =$ _____。
- 若 $(1 - m^2 - n^2)(m^2 + n^2) = -6$, 则 $m^2 + n^2 =$ _____。
- 当 n _____ 时, 方程 $(x - p)^2 + n = 0$ 其解为_____。
- 已知 $3m^2 + 2mn - n^2 = 0$, $m \neq 0$, $n \neq 0$, 则 $\frac{3m^2 - 5mn + n^2}{m^2 - n^2} =$ _____。
- 当 $x =$ _____ 时, 代数式 $\frac{x^2 - 4}{x^2 + 5x - 14}$ 的值为零。
- 将 $2x^2 + 4x - 1$ 化为 $a(x + h)^2 + k$ 形式为_____。
- 若关于 x 的一元二次方程 $kx^2 - 2x - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 k 的取值范围是_____。
- 若方程 $x^2 - 3x + m = 0$ 有实数根, 则 m 的取值范围是_____; 若方程有一个根为 2, 则另一个根为_____。
- 如果 a 是一元二次方程 $x^2 - 3x + m = 0$ 的一个根, $-a$ 是一元二次方程 $x^2 + 3x - m = 0$ 的一个根, 则 a 的值为_____。
- 在一元二次方程 $x^2 + bx + c = 0$, 若系数 b 、 c 可在 1、2、3、4、5、6 中取值, 则其中有实数解的方程个数是_____。
- 如果 $x^2 + 3x - 3 = 0$, 则代数式 $x^3 + 3x^2 - 3x + 3$ 的值为_____。

12. 使方程 $x^2 - px + p = 0$ 有两个相等的实数根的 p 值为_____。

二、简答题

1、解下列方程：

(1) $x^2 - (3 + 2\sqrt{3})x + 5 + 3\sqrt{3} = 0$

(2) $(2y - 1)^2 + 3(1 - 2y) + 2 = 0$

2、解关于 x 的方程： $(a - 1)x^2 - 2ax + a = 0$

3、已知方程 $x^2 + 2(a + 1)x + 3a^2 + 4ab + 4b^2 + 2 = 0$ 有两个相等的实数根，求 a 、 b 的值。

4、已知关于 x 的一元二次方程为 $mx^2 - (3m - 1)x + 2m - 1 = 0$ ，其根的判别式的值为 1，求 m 的值及该方程的根。

5、已知 a 、 b 是方程 $x^2 - 6x + 1 = 0$ 的两个根，求 $\left(a - b + \frac{4ab}{a - b}\right)\left(a + b - \frac{4ab}{a + b}\right)$ 的值。

6、已知 k 为正整数，若关于 x 的方程 $(k^2 - 1)x^2 - 3(3k - 1)x + 18 = 0$ 的根也为正整数，试求 k 的值。

7、已知：关于 x 的方程 $x^2 - (2k + 1)x + 4(k - \frac{1}{2}) = 0$

- ①求证：无论 k 取何值，这个方程总有实数根.
- ②写出此方程的两个根（可用含“ k ”的代数式表示）
- ③若等腰 \triangle 的一腰与底边的长分别是这个方程的两个根，求实数 k 的取值范围.

第五讲 一元二次方程应用

一、基础练习

1. 关于 x 的方程 $(n + 2)x^{n^2+n} - 2x - 3 = 0$ ，当 $n = \underline{\hspace{2cm}}$ 时，是一元二次方程。
2. 若 x 、 y 为实数， $(x^2 + y^2)(x^2 - 1 + y^2) = 12$ ，则 $x^2 + y^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
3. a 是不等于 b 的任何实数，则方程 $(a - b)x^2 + (c - b)x + c - a = 0$ 总有一个根为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
4. 已知方程 $2x^2 - 4x - k = 0$ 有实数根，而 $x^2 - 2x + k + 3 = 0$ 没有实数根，则 k 的范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
5. 关于 x 的方程 $ax^2 - 3x - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根，则 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
6. 关于 x 的方程 $m(x^2 + x + 1) = x^2 + x + 2$ 有两个相等的实数根，则 m 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
7. 关于 x 的方程 $(a - 1)x^2 + 2ax + a - 3 = 0$ 有实数根，则 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
8. a 、 b 、 c 是 $\triangle ABC$ 三边长，方程 $(c - b)x^2 + 2(b - a)x + a - b = 0$ 有两个相等实数根，则这个三角形的形状是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
9. 二次三项式 $x^2 + ax + 2$ 是一个完全平方式，则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
10. 已知关于 x 的方程 $4x^2 - 4x + |m - 4| = 0$ 有两个不相等的实数根，则 m 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
11. 已知 a 、 b 为整数，方程 $x^2 - ax + 3 - b = 0$ 有两个不相等的实数根，方程 $x^2 + (6 - a)x + 7 - b = 0$ 有两个相等的实数根，方程 $x^2 + (4 - a)x + 5 - b = 0$ 没有实数根，则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
12. 设 a 、 b 、 c 为实数，且 $a \neq 0$ ，已知方程 $(a^2 + c^2)x^2 + 2b^2x + 4(a^2 + c^2) = 0$

有两个不相等的实数根，证明：方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有两个不相等的实数根。

13. 设 a 、 b 、 c 为互不相等的非零实数，证明三个方程 $ax^2 + 2bx + c = 0$ ，
 $bx^2 + 2cx + a = 0$ ， $cx^2 + 2ax + b = 0$ ，不可能都有两个相等的实数根。

14. 已知：关于 x 的方程 $x^2 - (2k + 1)x + 4(k - \frac{1}{2}) = 0$

①求证：无论 k 取何值，这个方程总有实数根。

②写出此方程的两个根（可用含“ k ”的代数式表示）

③若等腰 \triangle 的一腰与底边的长分别是这个方程的两个根，求实数 k 的取值范围。

15. 若三个方程 $x^2 - 4x + 2a - 3 = 0$ ， $x^2 - 6x + 3a + 12 = 0$ ， $x^2 + 3x - a + \frac{45}{4} = 0$
 中，至少有一个实数根，求实数 a 的取值范围。

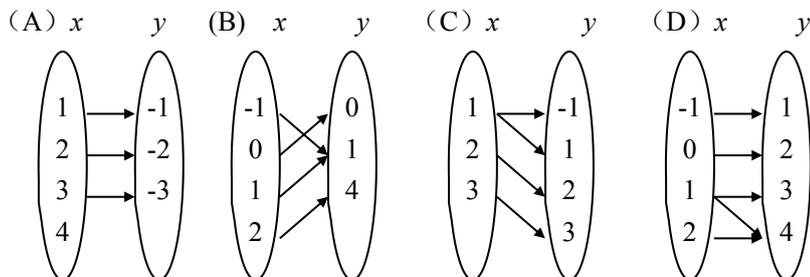
第六讲 函数的概念

一、填空题

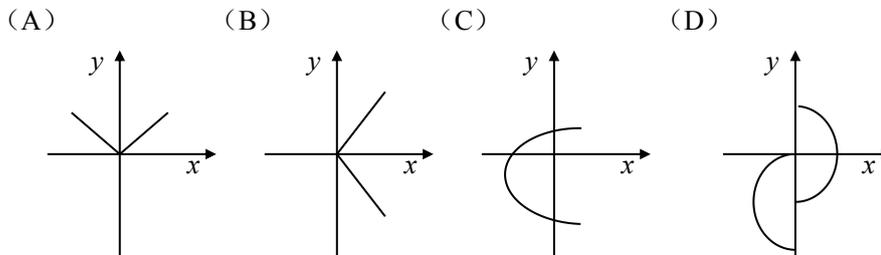
- 下列各式中 y 是 x 的函数的有_____。
 ① $y=4x$ ② $2x-3y=5$ ③ $|y|=|x|$ ④ $y=\sqrt{2x^2}$
 ⑤ $y=x+4z$ ⑥ $y=x^2$ ⑦ $y^2=x (x \geq 0)$ ⑧ $y^2=x (y \geq 0)$
- 若 $3x-2y=5$, 则 $f(x)=$ _____, 且 $f(1)=$ _____.
- 若 $f(x)=\frac{2x-1}{x+3}$, 则 $f(2)=$ _____, $f(0.5)=$ _____.
- 在代数式 $4x-5$ 中, _____是自变量, _____是_____的函数.
- 长方形的面积是 60 cm^2 , 长是 $x \text{ cm}$ 宽是 $y \text{ cm}$, y 与 x 的函数关系式是_____, 当长是 20 cm 时, 宽是_____ cm .

二、选择题

6. 下列各题中, x 是自变量 y 是对应值, 其中 y 是 x 的函数的是 ()



7. 下列各图象, y 是 x 的函数的是..... ()



8. 下列语句不正确的是..... ()
- $\sqrt{x+1}$ 是 x 的函数
 - 速度一定, 路程是时间的函数
 - 圆的周长一定, 圆的面积是圆的半径的函数
 - 直角三角形中, 两个锐角分别是 x 、 y , y 是 x 的函数

三、已知 x 、 y 有下列关系, 把它们改写成 $y=f(x)$ 的形式

- 9、 $(x+1) : y=x : 3$ 10、 $(x-1)(y-2)=3$ 11、 $y^2=4x (y < 0)$

四、简答题

12. 一支长 20 cm 的蜡烛可以点燃 2 小时, 设点燃 $x (0 \leq x \leq 120)$ 分钟后蜡烛的长度为 $y \text{ cm}$, 写出 y 与 x 的函数关系式.

第八讲 正比例函数

【概念】

一、填空题

1. 已知函数 $y = \frac{2}{3}x$, 则变量 y 、 x 成_____, $\frac{2}{3}$ 是变量 y 、 x 之间的_____.
2. 如果正方形边长为 x , 那么它的周长 $y =$ _____.
3. 直角三角形中, 一条直角边为 4, 另一条直角边为 x , 则它的面积 $S =$ _____.
4. 已知 y 与 x 成正比例, 且当 $x = -1$ 时 $y = 3$, 则 y 与 x 的函数关系式是_____.
5. 在圆的周长 $S = 2\pi r$ 中, 常量是_____, 变量是_____.
6. 在 $y = \frac{1}{4}x$ 中, 当 $x = 12$ 时, $y =$ _____, 当 $y = 12$ 时, $x =$ _____.
7. 当 k _____ 时, 函数 $y = kx - x$ 是正比例函数.

二、选择题

8. 以下各题成正比例关系的是..... ()
 - (A) 圆的面积和它的半径
 - (B) 长方形的宽 a 一定时, 周长 C 与宽 b
 - (C) 行程问题中, 当路程 s 一定时, 速度 v 与时间 t
 - (D) 行程问题中, 当速度 v 一定时, 路程 s 与时间 t
9. 下列函数中, y 是 x 的正比例函数的是..... ()
 - (A) $y = -\frac{x}{5}$ (B) $y = 2 - x$ (C) $y = -\frac{1}{x}$ (D) $y = kx$
10. 如果变量 y 与变量 x 成正比例, 变量 x 与变量 z 成正比例, 则 ()
 - (A) y 与 z 成正比例 (B) y 与 $\frac{1}{z}$ 成正比例
 - (C) y 与 z^2 成正比例 (D) y 与 z 无函数关系

三、简答题

11. 已知 y 与 x^2 成正比例, 且当 $x = -2$ 时 $y = -6$, 求当 $x = 4$ 时 y 的值.

12. 如果 $y = (m^2 - 3m)x^{m^2 - 8}$ 是正比例函数, 求 m 的值.

四、简答题

13. 已知 $y = y_1 - y_2$, y_1 与 x^2 成正比例, y_2 与 $2x + 1$ 成正比例; 并且当 $x = -3$ 时, $y = 19$; 当 $x = -1$ 时 $y = 2$, 求 y 与 x 的函数关系式.

【图像与性质】

一、填空题

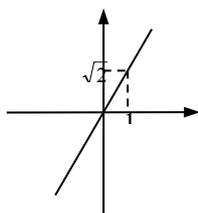
1. $y=kx$ ($k \neq 0$) 是_____函数, 它的图象是经过_____和_____两点的一条直线.
2. 若正比例函数图象过点 $(1, -\sqrt{2})$, 则该正比例函数的解析式是_____.
3. 若点 $A(a, -3)$ 在直线 $y=-\sqrt{3}x$ 上, 则 $a=_____$.
4. 若函数 $y=(a-2)x+b+3$ 是正比例函数, 且过点 $(-1, 3)$, 则 $a=_____$, $b=_____$.
5. 已知点 $A(m+2, m-7)$ 在 x 轴上, 则 $m=_____$.
6. 已知点 $A(a, b)$ 在第二象限, $|a|=2, |b|=4$, 点 A 的坐标是_____.
7. 已知点 $A(a, c)$ 在第三象限, 那么点 $P(-a, \sqrt{c^2})$ 在第_____象限.
8. 已知正比例函数图象上一点到 x 轴距离与到 y 轴距离之比为 $1:2$, 则此函数解析式是_____.

二、选择题

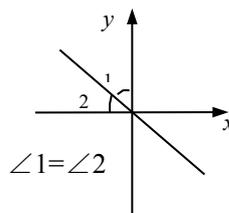
9. 函数 $y=3x$ 的图象一定不经过点..... ()
 (A) $(1, 3)$ (B) $(-1, -3)$ (C) $(\frac{1}{3}, 1)$ (D) $(\frac{1}{3}, -1)$
10. 已知点 $M(3, -2)$ 与点 $M'(x, y)$ 在同一条平行于 x 轴的直线上, 且 M' 到 y 轴的距离等于 4, 那么点 M' 的坐标是..... ()
 (A) $(4, 2)$ 或 $(-4, 2)$ (B) $(4, -2)$ 或 $(-4, -2)$
 (C) $(-4, 2)$ 或 $(-4, -2)$ (D) $(4, 2)$ 或 $(-4, -2)$

三、根据图象写出解析式

11、



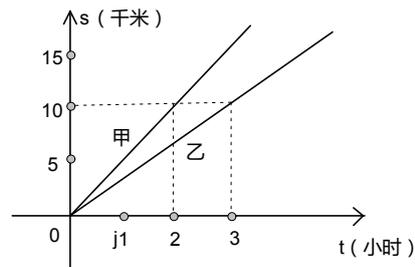
12、



四、解答题

13. 正比例函数图象经过 $P(-3, 2)$ 和 $(-m, m-1)$, 写出正比例函数解析式, 并求出 m 的值.

14、如图是甲、乙两人的行程函数图，根据图象回答：
 (1)谁走得快？(2)求甲、乙两个函数解析式，并写出自变量的取值范围。(3)当 $t=4$ 时，甲、乙两人行程相差多少？



15、已知正比例函数图象经过点 $(2, -6)$ ，(1)求出此函数解析式；(2)若点 $M(m, 2)$ 、 $N(-\sqrt{3}, n)$ 在该函数图象上，求 m 、 n 的值；(3)点 $E(-1, 4)$ 在这个图象上吗？试说明理由；(4)若 $-2 \leq x \leq 5$ ，则 y 的取值范围是什么；(5)若点 A 在这个函数图象上， $AB \perp y$ 轴，垂足 B 的坐标是 $(0, -12)$ ，求 $\triangle ABO$ 的面积。

第九讲 反比例函数与函数表示法

【概念】

- 下列函数中，是反比例函数的是 ()
 A. $y=x-1$ B. $y = \frac{8}{x^2}$ C. $y = \frac{1}{2x}$ D. $\frac{y}{x} = 2$
- 若函数 $y = (m+1)x^{-m^2}$ 是反比例函数，则 m 的值为 ()
 A. $m=-1$ B. $m=1$ C. $m=\pm 1$ D. $m \neq -1$
- 已知变量 y 与 $x+1$ 成反比例，且当 $x=2$ 时， $y=-1$ ，求 y 与 x 之间的函数关系。
- 平面直角坐标内，从反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k>0$) 的图像上的一点分别做 x 、 y 轴的垂线段，与 x 、 y 轴围成的矩形的面积是 12，那么该函数的解析式是_____
- 如图， l_1 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 在第一象限内的图象，且过点 $A(2, 1)$ ， l_2 与 l_1 关于 x 轴对称，那么图象 l_2 的函数解析式为_____。

6. 如图，正比例函数 $y=kx$ ($k>0$) 与反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象相交于 A, C 两点，过 A 作 x 轴的垂线交 x 轴于 B，连接 BC，则 $\triangle ABC$ 的面积为_____。

7. 已知反比例函数 $y = -\frac{a^2+1}{x}$ 的图像上有点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ ，且

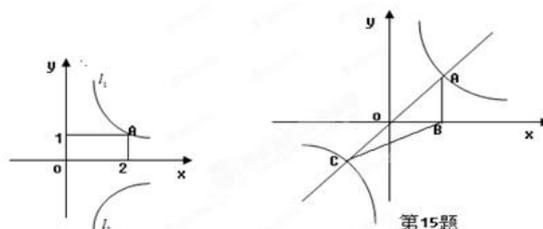
$x_1 > x_2 > 0 > x_3$ ，是比较 y_1, y_2, y_3 的大小 ()

- A. $y_1 > y_2 > y_3$ B. $y_2 > y_1 > y_3$ C. $y_1 > y_3 > y_2$ D. $y_3 > y_1 > y_2$

8. 如图，正比例函数 $y = k_1x$ 与反比例函数 $y = \frac{k_2}{x}$ 的图象交于点 A，从 A 向 x 轴

和 y 轴分别作垂线，所构成的正方形面积为 4。

- (1) 分别求出正比例函数和反比例函数的解析式；
- (2) 求出正比例函数和反比例函数图象的另一个交点 D 的坐标；
- (3) 求 $\triangle ODC$ 的面积。



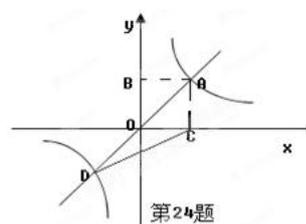
第15题

【图像与性质】

解答题：

1. 已知点 $p(2, 2)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图像上，
 - (1) 求反比例函数解析式
 - (2) 当 $x = -3$ 时， y 的值
 - (3) 当 $1 < x < 3$ 时， y 的取值范围。

2. 已知正比例函数和反比例函数的图象相交于点 A (-3, 4) 和 (3, a) 两点，求 (1) 这两个函数解析式；(2) a 的值



第24题

3. 已知 y 与 $x-1$ 成正比例, 且当 $x=3$ 时, $y=4$,

求 (1) 函数解析式; (2) $x=-1$ 时, y 的值; (3) $-3 < y < 5$ 时, x 的取值范围。

4. 已知函数 $y = y_1 + y_2$, y_1 与 x 成反比例, y_2 与 $(x-2)$ 成正比例, 当 $x=1$ 时, $y=-1$,

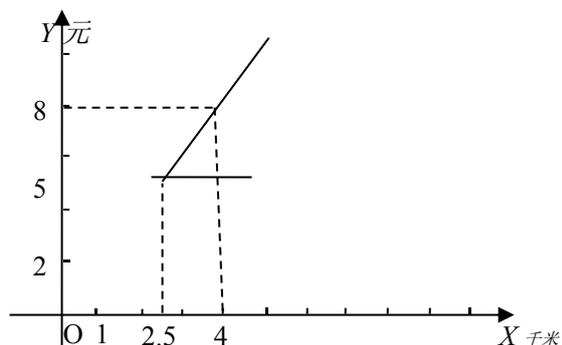
当 $x=3$ 时, $y=5$, (1) 求函数解析式; (2) 当 $x=2$ 时, y 的值。

5. 已知正比例函数 $y = kx$ 和反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图像都经过 $A(m, -3)$,

求 (1) 正比例函数的解析式; (2) 求出它们的交点坐标。

6. 某市出租车计费办法如图所示, 根据图像回答下列问题:

- (1) 出租车起步价为多少元? 在多少千米内只收起价费?
- (2) 设某出租车行驶 x 千米, 所需费用是 y 元, 试写出 y 关于 x 的函数解析式及定义域。



第十讲 正比例函数、反比例函数

正比例函数

- 1、定义: $y = kx$ ($k \neq 0$)
- 2、图像: 过点 $(0, 0)$ 和 $(1, k)$ 的一条直线.
- 3、性质: 当 $k > 0$ 时, 图像经过一、三象限; y 随着 x 增大而增大.
当 $k < 0$ 时, 图像经过二、四象限; y 随着 x 增大而减小.
- 4、正比例函数 $y = kx$ 过点 $P(x_0, y_0)$, 则 $k = \frac{y_0}{x_0}$;

反比例函数

- 1、定义: $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$)

- 2、图像：双曲线，每个分支向两方无限延伸.
 3、性质：当 $k > 0$ 时，函数图像两个分支分别在第一、三象限内； y 随着 x 增大而减小.
 当 $k < 0$ 时，函数图像两个分支分别在第二、四象限内； y 随着 x 增大而增大.

一、例题

1、已知： $y = y_1 + y_2$ ， y_1 与 x 成正比例， y_2 与 x 成反比例， 且当 $x = 2$ 时， $y = 14$ ；

当 $x = 3$ 时， $y = 29\frac{1}{3}$ ； 求 y 与 x 之间的函数关系式.

2、如果函数 $y = (m - 1)x^{m^2 + 2m - 2}$ 是反比例函数， P 是这个函数图像上的一点， 过点 P 分别作 X 轴和 Y 轴的垂线， 垂足分别为点 A 和点 B ， 求矩形 $PAOB$ 的面积.

3、已知反比例函数的图像与正比例函数的图像交于点 A 和点 B ， 点 A 横坐标为 3 ， 纵坐标为负数， 点 A 到原点 O 的距离为 5 .

- (1) 求两个函数的解析式； (2) 求 AB 的长度；
 (3) 如果点 C 的坐标为 $(0, 6)$ ， 求三角形 ABC 的面积.

二、基础练习

选择题

1. 下列函数中， y 关于 x 的正比例函数的是 ----- ()

- (A) $y = 3(x + 1)$ (B) $y = x^{-1}$ (C) $y = x^2$ (D) $y = \frac{x}{2}$

2. 已知 $ab > 0$ ， 则直线 $y = -\frac{a}{b}x$ 经过 ----- ()

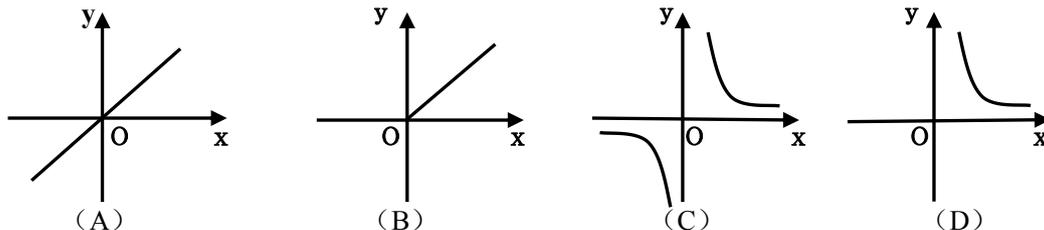
- (A) 第一、二象限 (B) 第一、三象限 (C) 第二、三象限 (D) 第二、四象限

3. 下列函数中， y 随 x 的增大而减小的是 ----- ()

- (A) $y = \frac{1}{x}$ (B) $y = -\frac{1}{x}$ (C) $y = x$ (D) $y = -x$

4. 长方形面积是 6 ， 则这个长方形一边长 y 与相邻一边长 x 的函数解析式

的图像大致是 ----- ()

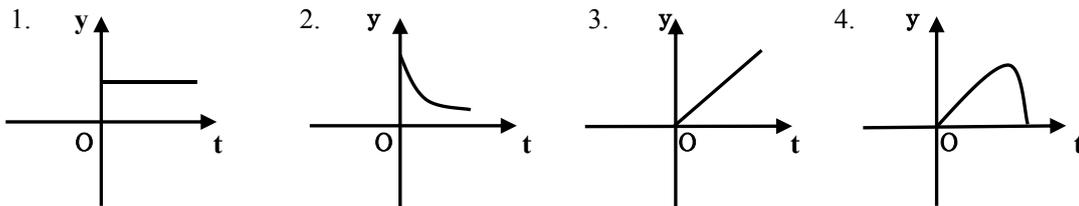


5. 下列各情景：

- 一、一杯越来越凉的水（水温 y 与时间 t ） 二、一面冉冉上升的旗帜（高度 y 与时间 t ）

三、守门员大脚开出的球（高度 y 与时间 t ） 四、匀速行驶的汽车（速度 y 与时间 t ）

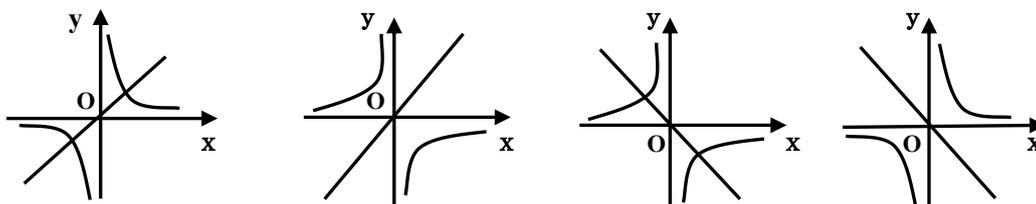
可以用以下图中哪幅图像来近似刻画，依次填写正确的是 ----- （ ）



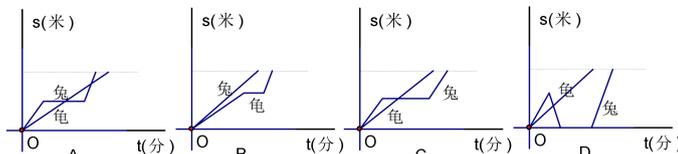
- (A) 1, 2, 3, 4; (B) 2, 1, 4, 3; (C) 2, 3, 4, 1; (D) 4, 3, 2, 1;

6. 在同一直角坐标平面中，正比例函数 $y = (m-1)x$ 与反比例函数 $y = -\frac{m}{x}$

的图像大致位置不可能的是 ----- （ ）



7. 龟兔赛跑，它们从同一地点同时出发，不久兔子就把龟兔远远地甩在后面，于是兔子便得意洋洋地躺在一棵大树下睡起觉来，乌龟一直坚持不懈、持之以恒地向终点跑着，兔子一觉醒来，看见乌龟快接近终点了，这才慌忙追赶上去，但最终输给了乌龟，下列图像中能大致反映龟兔行走的路程随时间变化情况的是 （ ）



8. 正比例函数与反比例函数图像都经过点 $(1, 4)$ ，在第一象限内正比例函数图像在反比例图像下方的自变量 x 的取值范围是 （ ）

- A、 $x > 1$ B、 $0 < x < 1$ C、 $x > 4$ D、 $0 < x < 4$

填空题

9. 函数 $y = \frac{1}{\sqrt{2x-1}}$ 的定义域是_____，函数 $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x-1}$ 的定义域是_____.

10. 正方形的周长 C 与它的边长 a 成_____比例（填“正”或“反”）。

11. 已知 x 与 y 的关系是 $x = \frac{2y+1}{y-1}$. (1) 把它改写成 $y = f(x)$ 的形式_____，

(2) 求 $f(\sqrt{3}) =$ _____。

12. 反比例函数 $y = \frac{1}{2x}$ 的比例系数为_____。

13. 正比例函数 $y = (2k+3)x$ 的图像中， y 随 x 的增大而减小，

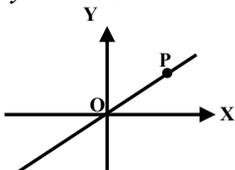
则 k 的取值范围是_____。

14. 反比例函数 $y = \frac{2-3k}{x}$ 的图象在二、四象限内，则 k 的取值范围是_____。

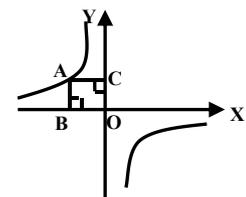
15. 反比例函数 $y = \frac{k^2+1}{x}$ 中，当 $x_1 > x_2 > 0$ 时， y_1 _____ y_2 (填“>”或“<”)。

16. y 与 x 成反比例， x 与 z 成反比例，则 y 与 z 成_____比例 (填“正”或“反”)。

17. 如图，点 $P(2,1)$ 则直线 OP 的解析式为_____。



18. 如图，若 $S_{\text{矩}ABOC} = 4$ ，则过点 A 的双曲线解析式为_____。



19. 等腰三角形周长为 20，腰长为 x ，底边长为 y ，则有函数解析式 $y = 10 - 2x$ ，它的定义域为_____。

20. 若 $y = (m-2)x + m^2 - m - 12$ 的图像是经过二、四象限的直线，则 $m =$ _____。

21. 函数 $y = 2x$ 与 $y = \frac{2}{x}$ 的交点坐标是_____。

22. 如果反比例函数 $y = \frac{k-2}{x}$ 的图象在第二、四象限内，那么 k 的取值范围是_____。

23. 已知 $y = \frac{2}{x}$ 图像上一点到 y 轴的距离是 $\sqrt{3}$ ，则这点坐标为_____。

简答题

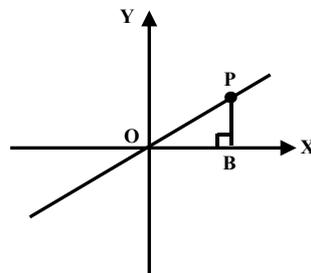
24. 已知函数 $y = (m^2 + 2m)x^{m^2+m-1}$

(1) 若 y 是 x 的正比例函数，求其解析式及 $f(3)$ 的值。

(2) 若 y 是 x 的反比例函数，求其解析式，若 $f(x) = \frac{1}{2}$ ，求 x 的值。

25. 已知: 过原点的直线在第一象限上有一个点 $P(a, \frac{3}{2})$ ， $PB \perp x$ 轴于 B 。 $S_{\Delta POB} = 6$ 。

求 (1) a 的值 (2) 直线解析式



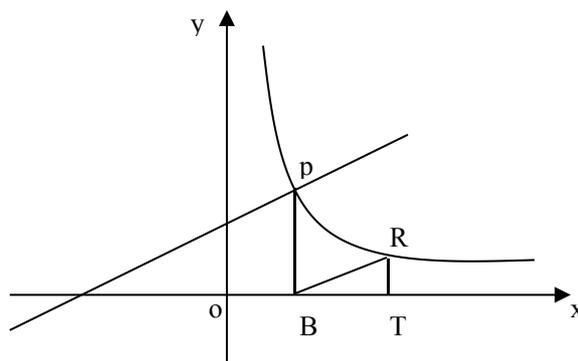
26. 一辆汽车的油箱内装有 60 公升汽油，汽车行驶过程中，平均每小时耗油 5 公升，设在汽车行驶后，油箱内耗油量为 Q 公升，汽车行驶时间为 t 小时。

- (1) 求 Q 与 t 的函数解析式
- (2) 写出定义域
- (3) 画出函数图像

27. 已知 $y=y_1+y_2$ ， y_1 与 x^2 成反比例， y_2 与 x 成正比例，且当 $x=1$ 时 $y=1$ ；当 $x=-1$ 时， $y=5$ ，求 y 与 x 之间的函数解析式。

30. 如图：直线 $y = \frac{1}{3}x + 3$ 分别交 x 轴、 y 轴于点 A 、 C ，点 P 是该直线与反比例函数图像在第一象限内的一个交点， $PB \perp x$ 轴于点 B ，且 $S_{\triangle ABP} = 24$ 。

- (1) 求点 P 的坐标
- (2) 设点 R 与点 P 在同一个反比例函数的图像上，且点 R 在直线 PB 的右侧，作 $RT \perp x$ 轴于点 T ，当 $AP \parallel BR$ 时，写出点 R 的坐标。

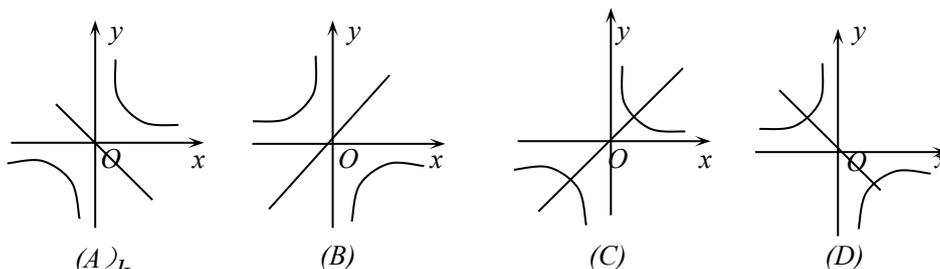


第十一讲 函数复习

一、选择题

- 1、下面各题中，成正比例关系的有..... ()
 - (A) 人的身高与年龄；
 - (B) 正方形的面积与它的边长；
 - (C) 买同一练习本所要的钱数与所买本数；
 - (D) 汽车从甲地到乙地，所用时间与行驶速度.
- 2、正比例函数 $y = (3k + 1)x$ 的图像经过第二、四象限，则..... ()
 - (A) $k > -\frac{1}{3}$;
 - (B) $k < -\frac{1}{3}$;
 - (C) $k > 0$;
 - (D) $k < 0$.
- 3、若反比例函数 $y = \frac{k-3}{x}$ 的图象在每一象限内， y 随 x 的增大而增大，则有 ()
 - (A) $k \neq 0$;
 - (B) $k \neq 3$;
 - (C) $k < 3$;
 - (D) $k > 3$.

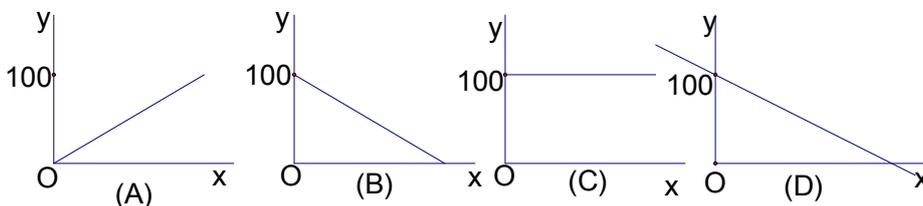
4、在同一直角坐标系中，函数 $y = -2x$ 与 $y = \frac{2}{x}$ 的图象大致是…………… ()



5、在函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 的图像上有三点 $A_1(x_1, y_1)$ 、 $A_2(x_2, y_2)$ 、 $A_3(x_3, y_3)$ ，若 $x_1 < x_2 < 0 < x_3$ ，则下列各式中，正确的是…………… ()

- (A) $y_1 < y_2 < y_3$; (B) $y_3 < y_2 < y_1$; (C) $y_2 < y_1 < y_3$; (D) $y_3 < y_1 < y_2$.

6、某辆汽车油箱中原有油 100L，汽车每行驶 50km，耗油 10L，则油箱中剩余油量 y (L) 在图中与汽车行驶路程 x (km) 之间的图像大致是…………… ()



二、填空题

7、如果 $f(x) = \frac{x+3}{x-1}$ ，那么 $f(-1) =$ _____.

8、函数 $y = \sqrt{x-1}$ 的定义域为_____.

9、如果正比例函数 $y = (m-3)x$ 中， y 的值随自变量 x 的增大而增大，那么 m 的取值范围是_____.

10、如果正比例函数图像经过点 $(-2, 4)$ ，那么它的解析式是_____.

11、若直线 $y = -\sqrt{3}x$ 的图像经过点 $(b, \sqrt{3})$ ，则 $b =$ _____.

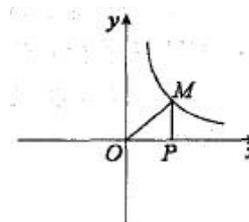
12、函数 $y = 3x^{m+1}$ 当 $m =$ _____ 时是正比例函数；当 $m =$ _____ 时是反比例函数.

13、反比例函数 $y = -\frac{1}{x}$ ，它的图像是_____，在第_____象限.

14、已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图像经过点 $(2, -3)$ ，则 k 的值为_____.

15、若 y 与 $5x$ 成反比例，且当 $x = 2$ 时 $y = 3$ ，则 y 关于 x 的函数解析式为_____.

16、反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 在第一象限内的图像如图，点 M 是图像上一点， MP 垂直于 x 轴于点 P ，如果 $\triangle MOP$ 的面积为 1，那么 k 的值是_____.



17、当 $k =$ _____ 时，函数 $y = 2x + 3k$ 是正比例函数.

18、已知等腰三角形的周长等于 20，底边为 x ，那么它的腰长 y 与 x 的函数关系式是_____， x 的取值范围是_____.

三、解答题

19、(本题 5 分) 点 $A(2, -3)$ 在反比例函数的图像上, 且图象又经过点 $(-3, m)$.

(1) 求反比例函数解析式; (2) 求 m 的值.

20、已知正比例函数 $y = kx$ 和反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图像都经过点 $A(m, -3)$. 求此正比例函数解析式.

21、已知 $y + 1$ 与 x 成正比例, 且 $x = -2$ 时 $y = 5$.

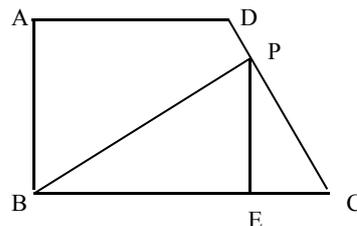
(1) 求出 y 与 x 之间的函数关系式;

(2) 点 $A(a, -4)$ 在这个函数图像上, 求 a 的值

22、如图, 直角梯形 $ABCD$ 中, $\angle A = 90^\circ$, $AB = 6$, $BC = 8$, P 是 DC 边上一点, $PE \perp BC$, 垂足为 E , 设 $PE = x$, $\triangle BCP$ 的面积为 y .

(1) 写出 y 与 x 之间的函数关系式;

(2) 写出函数的定义域.



四、解答题

23、(1) 已知正比例函数 $y = (2m - 1)x^{m^2 - 2}$ 的图象经过第一、三象限, 求 m 的值

(2) 已知反比例函数 $y = (2m - 1)x^{m^2 - 2}$ 的图象经过第二、四象限, 求 m 的值

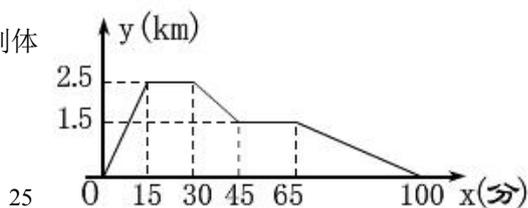
24、已知 $y = y_1 - y_2$, y_1 与 x 成反比例, y_2 与 x^2 成正比例, 并且 $x = 2$ 时, $y = -6$; $x = 1$ 时, $y = 2$,

(1) 求 y 与 x 的函数解析式, (2) 并求当 $x = -2$ 时, y 的值.

25、下面的图像反映的过程是: 张强从家跑步去体育场, 在那里锻炼了一阵后又原路返回, 顺路到文具店去买笔, 然后散步回家. 其中 x 表示时间, y 表示张强离家的距离. 根据图像回答:

(1) 体育场离张强家多远? 张强从家到体育场用了多少时间?

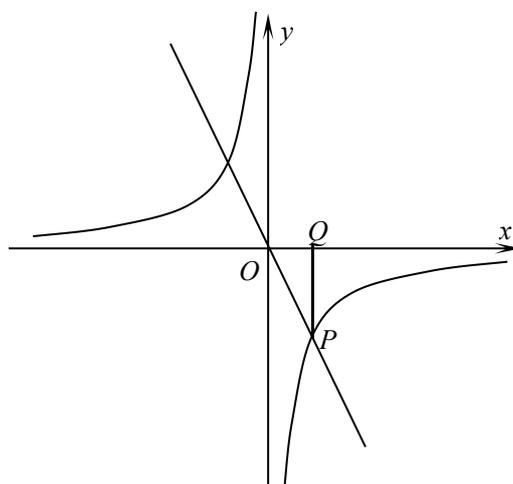
(2) 体育场离文具店多远?



- (3) 张强在文具店逗留了多少时间?
 (4) 张强从文具店回家的平均速度是多少?

26、如图，点 P 是一个反比例函数与正比例函数 $y = -2x$ 的图象的交点， PQ 垂直于 x 轴，垂足 Q 的坐标为 $(2, 0)$ 。

- (1) 求这个反比例函数的解析式。
 (2) 如果点 M 在这个反比例函数的图象上，且 $\triangle MPQ$ 的面积为 6，求点 M 的坐标。



第十二讲：证明举例

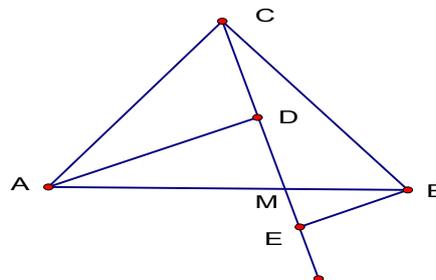
<辅助线 1> 构造全等三角形

在应用全等三角形的性质和判定来证明线段或角相等时，如果图形不全，就需要添置辅助线构造全等三角形，达到证明的目的。

一、 等腰直角三角形 ABC ， $\angle C = 90^\circ$ ，点 M 是射线 AB 上的任意一点

(不与点 A ，点 B 和线段 AB 的中点重合)，过点 A 作 $AD \perp CM$ 于 D ， $BE \perp CM$ 于 E 。

- (1) 当点 M 的位置如图所示，求证： $DE = AD - BE$
 (2) 当点 M 是射线 AB 上时，试探索线段 DE 、 AD 与 BE 的数量关系，并说明理由。



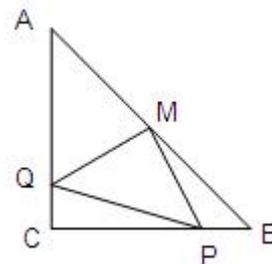
二、如图，等腰三角形 ABC ， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = BC$ ， M 是 AB 中点，点 P 从 B 点出发向点

C 运动, $MQ \perp MP$ 交 AC 于点 Q.

(1) 判断 $\triangle MPQ$ 是什么三角形

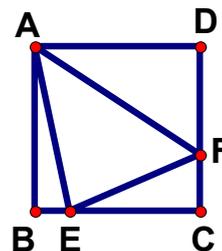
(2) 证明你的判断

(3) 指出点 P 从点 B 到点 C 的运动过程中, $\triangle MPQ$ 面积如何变化



三、已知, 正方形 ABCD 中, 边长为 a, E 是 BC 上的动点, 且 $\angle EAF = 45^\circ$,

证明: $EF = BE + DF$



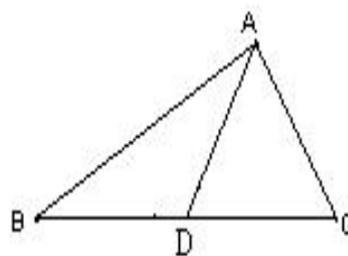
四、如图, 点 O 是等边三角形 ABC 内的一点, $\angle AOB = 113^\circ$, $\angle BOC = 123^\circ$.

试问: (1) 以 OA、OB、OC 为边能否构成一个三角形?

若能, 请求出该三角形各角的度数, 若不能, 请说明理由。

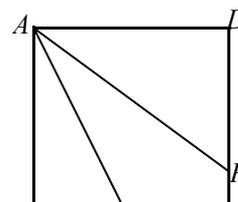
(2) 如果 $\angle AOB$ 的大小保持不变, 那么当 $\angle BOC$ 等于多少度时, 以 OA、OB、OC 为边的三角形是一个直角三角形吗?

五、如图, $\triangle ABC$ 中, AD 是 BC 边上的中线。求证: $AD < \frac{1}{2}(AB + AC)$ 。



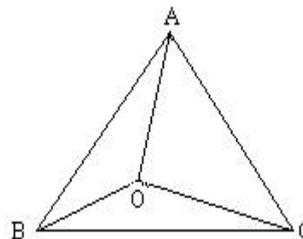
六、如图, 已知在正方形 ABCD 中, M 是 BC 的中点, 点 P 在 DC 边上, 且 $AP = AB + CP$

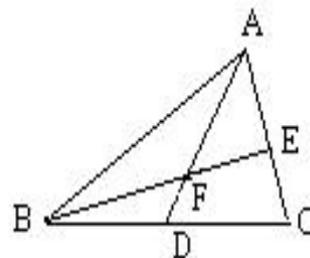
求证: $\angle BAP = 2\angle BAM$



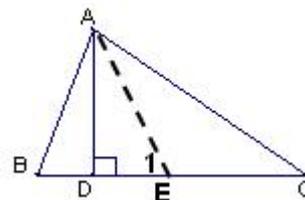
七、如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是 BC 边上的中线, E 为 AC 上一点, BE, AD 相交于 F, 若 $AE = EF$,

求证: $AC = BF$ 。

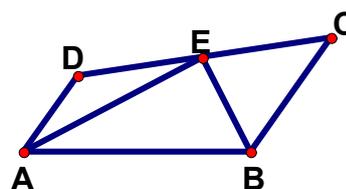




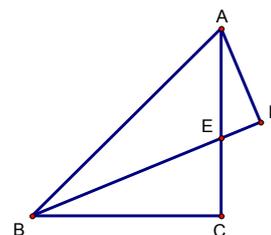
八、如图，已知在 $\triangle ABC$ 中， $AD \perp BC$ 于D， $AB + BD = DC$ ，求证： $\angle B = 2\angle C$



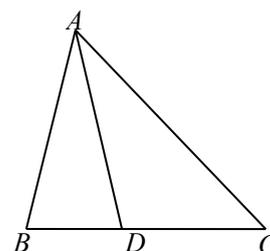
九、练习：已知， $AD \parallel BC$ ，EA平分 $\angle DAB$ ，EB平分 $\angle ABC$ ，求证： $AB = AD + BC$



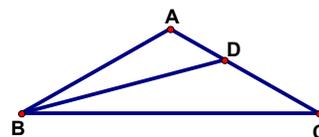
十、已知： $AC \perp BC$ ， $AC = BC$ ，BE是 $\angle ABC$ 的平分线， $AF \perp BF$ 交BE延长线于点F，
求证： $2AF = BE$



十一、如图，已知 $\triangle ABC$ 中，AD是 $\angle BAC$ 的角平分线， $\angle B = 2\angle C$.
求证： $AB + BD = AC$



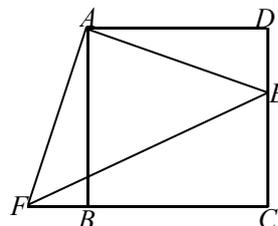
十二、已知： $AB = AC$ ， $\angle A = 100^\circ$ ，BD平分 $\angle ABC$ ，求证： $BC = AD + BD$



课堂练习:

1. 已知: E 是正方形 ABCD 的边 CD 上的一点, F 是 CB 延长线上的一点, DE=BF.

求证: $\triangle AEF$ 是等腰直角三角形

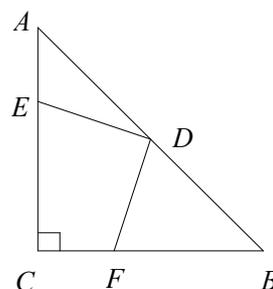


2. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $BC=AC=10$, D 是 AB 中点, $\angle EDF=90^\circ$,

(1) 求证: $DE=DF$

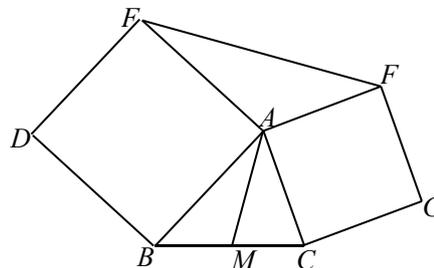
(2) 如 E 、 F 在 AC 、 BC 上移动, 且始终保持 $\angle EDF=90^\circ$,

则 $S_{\text{四边形 } ECFD}$ 面积是否变化? 请说明理由.

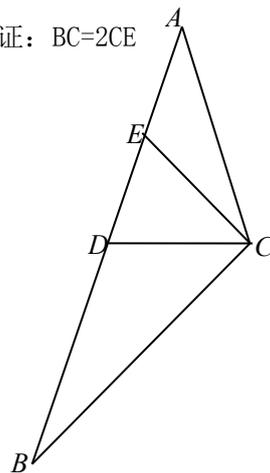


3. 证明: 两边和第三条边上的中线对应相等的两个三角形全等.

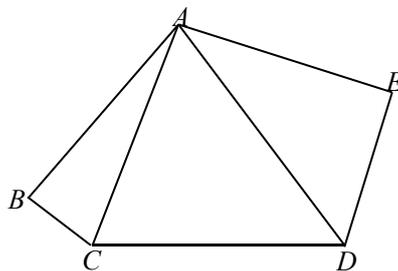
4. 如图, 已知: 在 $\triangle ABC$ 外正方形 ABDF 和 ACGF, M 是 BC 中点. 求证: $EF=2AM$



5. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=2AC$, D 为 AB 的中点, E 为 AD 的中点, 求证: $BC=2CE$



6. 已知: $AB=AE$, $\angle ABC=\angle AED=90^\circ$, $BC+DE=CD$.
求证: AC 平分 $\angle BCD$



第十三讲 线段的垂直平分线、角平分线

一、填空题

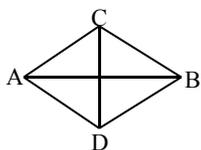
1、定理“和一条线段的两个端点的距离相等的点, 在这条线段的垂直平分线上”

的逆命题是: _____

2、如图, 线段 AB 的垂直平分线段 CD , 则 $AC=$ _____.

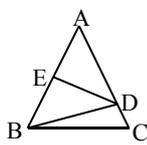
3、如图, $AB=AC=14\text{cm}$, DE 垂直平分 AB , 若 $\triangle BCD$ 的周长为 24cm , 则 $BC=$ _____.

4、如图 $\triangle ABC$, $\angle C=90^\circ$, $\angle B=15^\circ$, DE 垂直平分 AB , 若 $BD=8\text{cm}$, 则 $AC=$ _____.

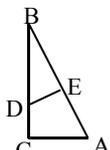


第2题

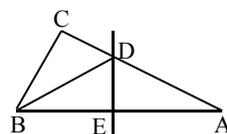
B



第3题



第4题



第5题

5、如图 $\triangle ABC$, $\angle C=90^\circ$, DE 垂直平分 AB , $\angle CBD=40^\circ$, 则 $\angle A=$ _____度.

6、如图 $\triangle ABC$ 的周长为 20 , DE 垂直平分 BC , 若 $CD=4$, 则 $\triangle ACE$ 的周长为_____.

7、命题“到一个角的两边距离相等的点, 在这个角的平分线上”的逆命题是

_____.

8、三角形三边垂直平分线的交点到_____的距离相等.

9、三角形三个内角的平分线的交点到_____的距离相等.

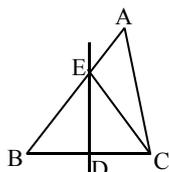
10、如图, OP 平分 $\angle AOB$, $OP \perp AB$, 则 $PA=PB$ 的理由是_____.

11、如图, $PA \perp OA$ 于 A, $PB \perp OB$ 于 B, 且 $PA=PB$, 则 P 在_____.

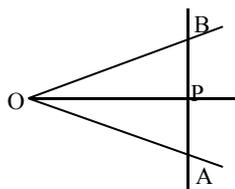
若 $PC=PD$, 则点 P 在_____.

12、正方形 ABCD 的边长为 1, AE 是 $\angle CAB$ 的角平分线交 BC 于 E, 若 $BE:CE=1:2$

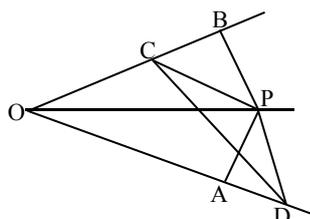
则点 E 到 AC 的距离为_____.



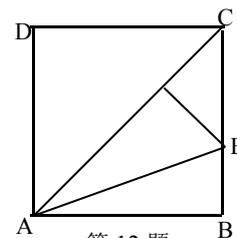
第 6 题



第 10 题



第 11 题



第 12 题

二、选择题

13、若 $\triangle ABC$ 内一点 O 到 $\triangle ABC$ 的三个顶点距离相等, 则 O 点是 ()

(A) 三角形内角平分线的交点 (B) 三角形三边上中线的交点

(C) 三角形三条高的交点 (D) 三条边垂直平分线的交点

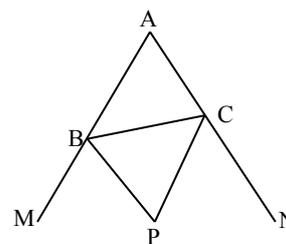
14、在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle A$ 与 $\angle B$ 的平分线交于 P 点, 则 $\angle APB$ 的度数为 ()

(A) 120° (B) 150° (C) 90° (D) 135°

15、如图, PB 平分 $\angle MBC$, PC 平分 $\angle BCN$, 下列结论正确的是 ()

(A) $\angle MBP = \angle P$ (B) $BP \parallel AN$ (C) 若连 AP, 则被 BC 平分

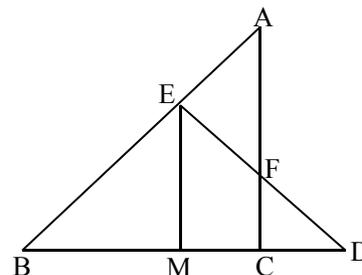
(D) 点 P 到 AM 与到 AN 的距离相等



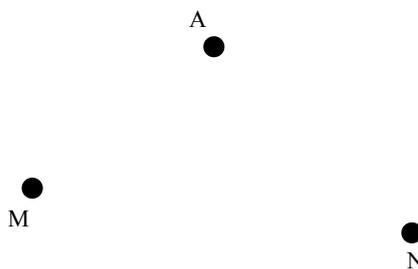
三、简答题

1、如图, $\angle ACB=90^\circ$, D 为 BC 延长线上一点, E 是 AB 上一点, EM 垂直平分 BD,

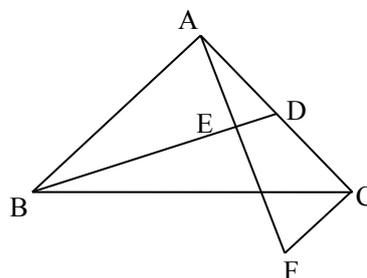
M 为垂足, DE 交 AC 于 F, 求证: E 在 AF 的垂直平分线上.



- 2、为方便三个村庄居民子女的读书问题，上级镇政府决定在 A、B、C 三个村庄旁边造一所学校，要求它到各村庄的距离相等，请在图中画出学校的位置。

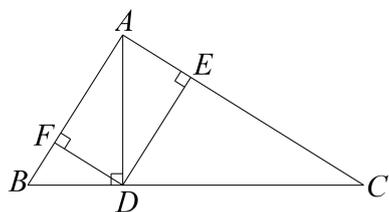


- 3、如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AC=BC$ ，D 是 BC 的中点， $CE \perp AD$ ，垂足是 E， $BF \parallel AC$ 交 CE 的延长线于点 F，求证：AB 垂直平分 DF

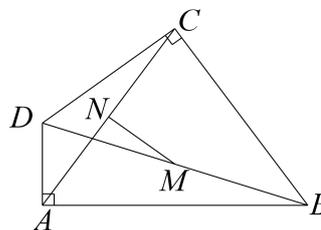


第十四讲 直角三角形

- 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $\angle ABC=60^\circ$ ，BD 平分 $\angle ABC$ ，P 点是 BD 的中点，若 $AD=6$ ，则 CP 的长为 ()
 A. 3 B. 3.5 C. 4 D. 4.5
- 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $AC \neq AB$ ，AD 是斜边 BC 上的高， $DE \perp AC$ ， $DF \perp AB$ ，垂足分别为 E、F，则图中与 $\angle C$ (除 $\angle C$ 外) 相等的角的个数是 ()
 A. 2 B. 3 C. 4 D. 5



第 2 题



第 3 题

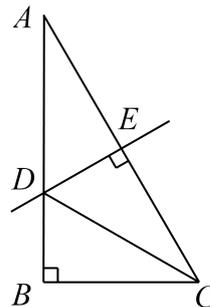
- 如图，四边形 ABCD 中， $\angle DAB=\angle DCB=90^\circ$ ，点 M、N 分别是 BD、AC 的中点。MN、AC 的位置关系如何？证明你的猜想。

4. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AB=6$, $\angle B=30^\circ$, 点 P 是 BC 边上的动点, 则 AP 长不可能是 ()

- A. 3.5 B. 4.2 C. 5.8 D. 2

5. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A=30^\circ$, DE 垂直平分斜边 AC , 交 AB 于 D , E 是垂足, 连接 CD , 若 $BD=1$, 则 AC 的长是 ()

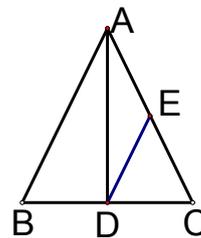
- A. $2\sqrt{3}$ B. 2 C. $4\sqrt{3}$ D. 4



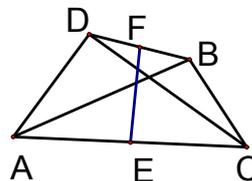
6. 在 直角三角形 ABC 中, $\angle ACB=90$ 度, CD 是 AB 边上中线, 若 $CD=5\text{cm}$, 则 $AB=$ _____

7. 在直角三角形 ABC 中, $\angle ACB=90$ 度, CD 是 AB 边上中线, 则图形中至少有 _____ 个等腰三角形.

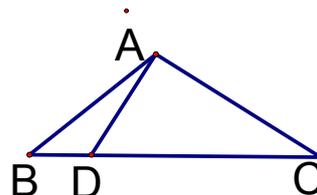
8. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B=\angle C$, D 、 E 分别是 BC 、 AC 的中点, $AB=6$, 求 DE 的长。



9. 已知: 四边形 ABCD 中, $\angle ABC= \angle ADC=90$ 度, E 、 F 分别是 AC 、 BD 的中点。求证: $EF \perp BD$

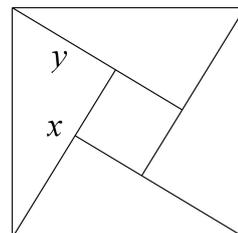


10. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B= 2\angle C$, 点 D 在 BC 边上, 且 $AD \perp AC$. 求证: $CD=2AB$



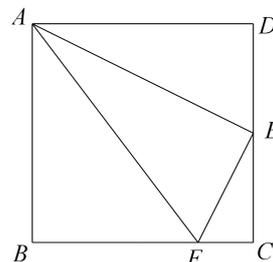
第十六讲 勾股定理

1. 下图是用 4 个全等的直角三角形与 1 个小正方形镶嵌而成的正方形图案，已知大正方形面积为 49，小正方形面积为 4，若用 x, y 表示直角三角形的两直角边 ($x > y$)，下列四个说法：
 ① $x^2 + y^2 = 49$ ，② $x - y = 2$ ，③ $2xy + 4 = 49$ ，④ $x + y = 9$ 。其中说法正确的是 ()

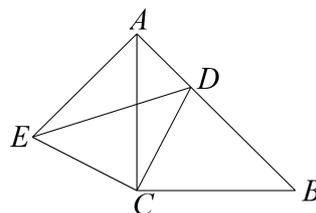


- A. ①③ B. ①②③ C. ②④ D. ①②③④

2. 如图，在正方形 $ABCD$ 中， E 是 DC 的中点， F 为 BC 上的一点且 $BC = 4CF$ ，试说明 $\triangle AEF$ 是直角三角形。

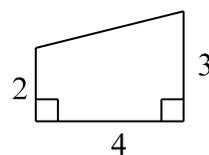


3. 如图， $\triangle ACB$ 和 $\triangle ECD$ 都是等腰直角三角形， $\angle ACB = \angle ECD = 90^\circ$ ， D 为 AB 边上一点，求证： $AD^2 + DB^2 = DE^2$ 。



4. 在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 15$ ， $AC = 13$ ，高 $AD = 12$ ，则 $\triangle ABC$ 的周长是_____。

5. 在一张直角三角形纸片的两直角边上各取一点，分别沿斜边中点与这两点的连线剪去两个三角形，剩下的部分是如图所示的直角梯形，其中三边长分别为 2、4、3，则原直角三角形纸片的斜边长是 ()



- A. 10 B. $4\sqrt{5}$ C. 10 或 $4\sqrt{5}$ D. 10 或 $2\sqrt{17}$

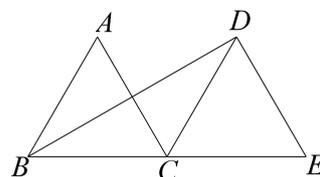
6. 直角三角形斜边上的中线长是 6.5，一条直角边长是 5，则另一直角边长等于 ()

- A. 13 B. 12 C. 10 D. 5

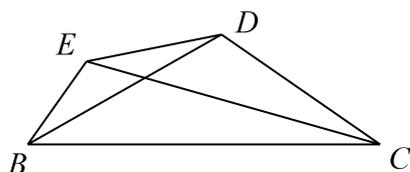
7. $\triangle ABC$ 周长是 24， M 是 AB 的中点， $MC = MA = 5$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积是_____。

8. 如图， $\triangle ABC$ 和 $\triangle DCE$ 都是边长为 4 的等边三角形，点 B, C, E 在同一条直线上，连接 BD ，则 BD 的长为 ()

- A. $\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $3\sqrt{3}$ D. $4\sqrt{3}$

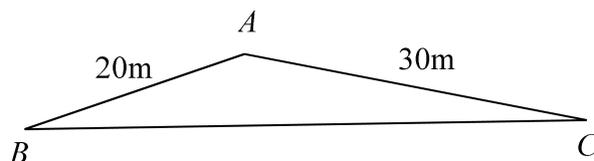


9. 如图, 已知 $DE=m$, $BC=n$, $\angle EBC$ 与 $\angle DCB$ 互余, 求 BD^2+CE^2 的值.

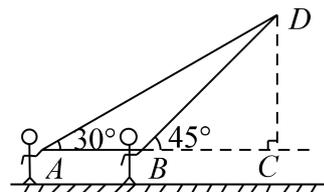


10. 某市在旧城改造中, 计划在一块如图所示的 $\triangle ABC$ 空地上种植草皮以美化环境, 已知 $\angle A=150^\circ$, 这种草皮每平方米售价 a 元, 则购买这种草皮至少需要 ()

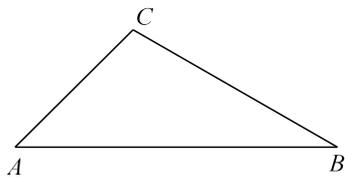
- A. $300a$ 元
- B. $150a$ 元
- C. $450a$ 元
- D. $225a$ 元



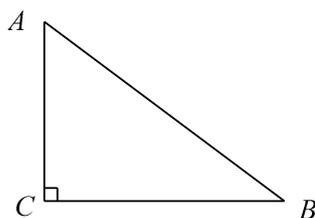
11. 放风筝是大家喜爱的一种运动. 星期天的上午小明在绿城广场上放风筝, 如图他在 A 处时不小心让风筝挂在一棵树的树梢上, 风筝固定在了 D 处, 此时风筝线 AD 与水平线的夹角为 30° . 为了便于观察, 小明迅速向前边移动边收线到达了离 A 处 6 米的 B 处, 此时风筝线 BD 与水平线的夹角为 45° . 已知点 A 、 B 、 C 在同一条直线上, $\angle ACD=90^\circ$. 求 DC 的长度.



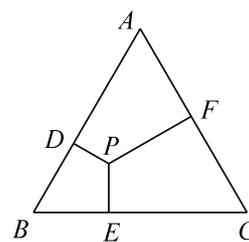
12. 已知, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A=45^\circ$, $AC=\sqrt{2}$, $AB=\sqrt{3}+1$, 则边 BC 的长为_____.



第 12 题



第 13 题



第 14 题

13. 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=9$, $BC=12$, 则点 C 到 AB 的距离是 ()

- A. $\frac{36}{5}$
- B. $\frac{12}{25}$
- C. $\frac{9}{4}$
- D. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

14. 如图所示, 等边 $\triangle ABC$ 内一点 P 到三边距离分别为 h_1 , h_2 , h_3 , 且 $h_1+h_2+h_3=3$, 其中 $PD=h_1$, $PE=h_2$, $PF=h_3$, 则 $\triangle ABC$ 的面积 $S_{\triangle ABC} =$ ()

- A. $2\sqrt{3}$
- B. $3\sqrt{3}$
- C. $10\sqrt{3}$
- D. $12\sqrt{3}$

第十七讲 两点之间距离公式

新知新讲

平面直角坐标系中，设 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$ ，则两点距离 $PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

例题精讲

例 1. 已知 $A(-1, 0)$, $B(1, 0)$, $C(0, 1)$ ，试判断三角形的形状。

例 2. 已知点 $A(-1, 2)$ ，和 $B(2, \sqrt{7})$ ，在 x 轴上求一点 P ，使 $PA=PB$ ，求出 P 点坐标。

精练习题：

1. 在 x 轴的正半轴上有一点 P ，它与点 $(2, -3)$ 的距离是 5，那么点 P 的坐标为_____。

2. 点 $P(5, -12)$ 到原点的距离是_____。

3. 已知点 $A(-3, 2)$, $B(3, 2)$ ，则 A, B 两点相距()

A. 3 个单位长度 B. 5 个单位长度 C. 4 个单位长度 D. 6 个单位长度

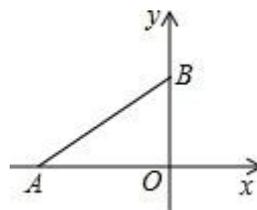
4. 一束光线从 y 轴上的点 $A(0, 4)$ 出发，经过 x 轴上的点 $C(3, 0)$ ，反射后经过点 $B(6, 4)$ ，则此光线从 A 点到 B 点经过的路线长为_____。

5. 在平面直角坐标系中，点 $P(\sqrt{3}, -1)$ 到原点的距离是()

A. 1 B. $\sqrt{3}$ C. $4\sqrt{3}$ D. 2

6. 如图在直角坐标中，点 A ，点 B 的坐标分别为 $(-4, 0)$ ， $(0, 3)$ ，则 AB 的长为()

A. 2 B. 2.4 C. 5 D. 6



7. 已知点 $A(-3, 1)$ ，点 B 在 y 轴轴上，且 $AB=5$ ，则点 B 的坐标为：_____。

8. 点 P 在第三象限内， P 到 x 轴的距离与到 y 轴的距离之比为 2: 1，到原点的距离为 $\sqrt{5}$ ，则点 P 的坐标()

A. $(-1, 2)$ B. $(-2, -1)$ C. $(-1, -2)$ D. $(1, -2)$

第十八讲 期末复习

一、选择题：

1、下列多项式中，能够在实数范围内分解因式的是…………… ()

- A、 $x^2 + 4$ B、 $x^2 - x + 4$ C、 $x^2 + x + 1$ D、 $x^2 - 4x + 1$.

2、若三角形中两条边的垂直平分线的交点在第三条边上，则这个三角形是……………()

- A、钝角三角形 B、锐角三角形 C、直角三角形 D、等边三角形

3、下列命题中，逆命题是真命题的是…………… ()

- A、对顶角相等； B、直角三角形两条直角边的平方和等于斜边的平方；
C、全等三角形的面积相等； D、如果两个角都是直角，那么这两个角相等。

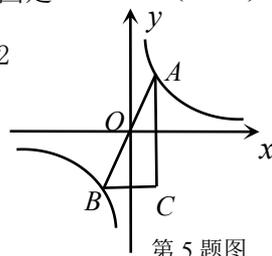
4、若正比例函数 $y=(k-2)x$ 的图象经过第一、三象限，则 k 的取值范围是…………… ()

- A、 $k > 0$ ； B、 $k \geq 2$ ； C、 $k \neq 0$ ； D、 $k > 2$

5、如图 若 $A、B$ 是函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象上关于原点对称的任意两点，

$BC \parallel x$ 轴， $AC \parallel y$ 轴， $\triangle ABC$ 的面积记为 S ，则…………… ()

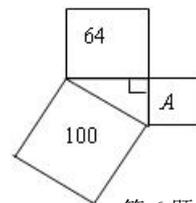
- A、 $S = 4$ B、 $S = 2$ C、 $2 < S < 4$ D、 $S > 4$



第 5 题图

6、三个正方形的面积如图，正方形 A 的面积为…………… ()

- A、 6 B、 8
C、 36 D、 64



第 6 题图

二、填空题：

7、函数 $y = \sqrt{x+1}$ 中自变量 x 的取值范围是_____.

8、当 $x = \underline{\hspace{1cm}}$ 时，最简根式 $\sqrt{x^2 + 3x}$ 与最简根式 $\sqrt{x+15}$ 是同类根式。

9、某商店八月份的营业额为 100 万元，十月份的营业额达到 121 万元，那么该商店营业额平均每个月的增长率为_____.

10、已知函数 $y = 2x$ 的图象经过点 $(m, 8)$ ，则 $m = \underline{\hspace{1cm}}$.

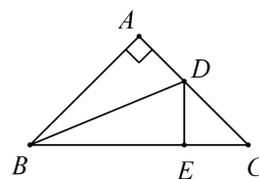
11、函数 $y = -2x^{m+2}$ 是正比例函数，则 m 的值是_____.

12、设反比例函数 $y = \frac{k+1}{x}$ ， (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) 为其图像上的两点，当 $x_1 < x_2 < 0$ 时， $y_1 > y_2$ ，则 k 的取值范围是_____.

13、到点 O 的距离等于 3 厘米的点的轨迹是_____.

14、在直角三角形中，斜边及其中线之和为 9，那么该三角形的斜边长为_____.

15、如图 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ $AB = AC$ ， BD 是 $\angle ABC$ 的平分线，



$DE \perp BC$, E 是垂足, 若 $BC=10$, 则 $\triangle DEC$ 的周长是_____.

16、已知 $\triangle ABO$ 三个顶点的坐标分别是 $A(-3, 4)$ 、

$B(8, 6)$ 、 $O(0, 0)$, 那么 $\triangle ABO$ 是_____三角形.

17、在 $\triangle ABC$ 中, $AB=20$, $AC=15$, BC 边上的高 $AD=12$, BC 的长是_____.

第 15 题图

18、在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle B=15^\circ$, $AC=4$, 如果将这个三角形折叠, 使得点 B 点 A 重

合, 折痕交 AB 于点 M , 交 BC 于点 N , 那么 BN 的长是_____.

三、解答题:

19、计算: $(1-\sqrt{3})^2 - \frac{2}{\sqrt{3}+1} + (\frac{2}{\sqrt{3}-1})^0$.

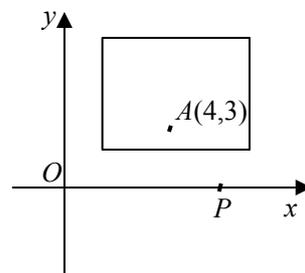
20、解方程: $(x+1)^2 - (x+1) = 6$.

21、先化简, 再求值: 若 $a = \frac{1}{2-\sqrt{3}}$, $b = \frac{1}{2+\sqrt{3}}$, 求 $\frac{a}{a-\sqrt{ab}} - \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$.

22、如图, 点 $A(4, 3)$ 在函数 $y = \frac{k}{x}$ 图像的第一象限内的分支上.

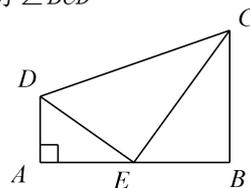
(1) 求函数 $y = \frac{k}{x}$ 的解析式;

(2) 在 x 轴上是否存在点 P , 使 $\triangle OAP$ 以 OP 为底边的等腰三角形? 若存在, 求 P 点的坐标; 若不存在请说明理由.



23、如图, $AD \parallel BC$, $AB \perp AD$, E 是 AB 上一点, DE 平分 $\angle ADC$, CE 平分 $\angle BCD$

求证: $AD+BC=DC$.



24、如图 *a*，已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ，点 D 为 AC 边上一动点， $DE\perp AC$ 于交 AB 于点 E ，联结 EC ，设 $DE=x$ ， $\triangle AEC$ 的面积为 y ， y 关于 x 的函数关系如图 *b* 所示。

(1) 请写出这个函数的解析式，并指出它的定义域；

(2) $y=\frac{1}{2}\triangle ABC$ 的面积时，求 CE 的长。

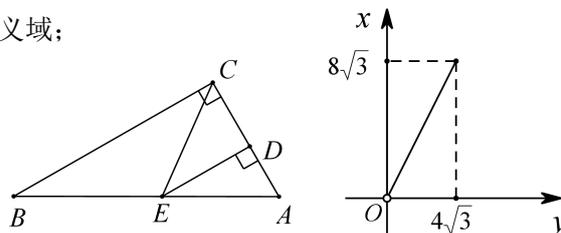


图 *a*

图 *b*

25、如图， $\triangle ABC$ 中， $AD\perp BC$ 于 D ， $\angle B=2\angle C$ 。

(1) 求证： $DC=BD+AB$ ；

(2) 若设 $CD=a$ ， $BD=b$ ， $AB=c$ ，

试说明方程 $x^2 - ax + bc = 0$ 有两个不相等的实数根；

(3) 若方程 $x^2 - ax + bc = 0$ 的一根为 $\frac{a}{3}$ ，试判断 $\triangle ABC$ 的形状。

