初三数学寒假班基础教案

目录

第一讲　　圆的确定

知识点

（1）确定圆的两个要素是：圆的半径和圆心，圆心确定圆的位置，半径确定圆的大小.
（2）轨迹圆：到定点距离等于定长的点的轨迹是圆.
（3）能判断点与圆的位置关系.
（4）知道不共线的三点确定一个圆.
（5）能用尺规作三角形的外接圆.
（6）锐角三角形、直角三角形、钝角三角形的外心分别在三角形内、边上、外部.
（7）能求直角三角形、等腰三角形、等边三角形的外接圆的半径.

【基础题】

1、 已知线段 AB 和点 C，⊙C 经过点 A，根据如下所给点 C 的位置，判断点 B 和⊙C 的位置关系：
（1）如图 1，点 C 在线段 AB 的垂直平分线 MN 上
（2）如图 2，点 C 在线段 AB 上，且 $0<AC<\frac{1}{2}AB$

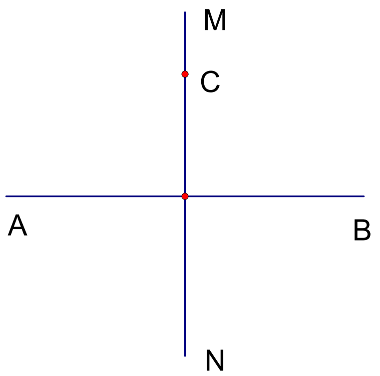


图 1

图 2

2、过两个定点 A、B 的圆的圆心的轨迹是_______________________________.
3、若点 P（3，－2）在以原点 O 为圆心的⊙O 上，则点 Q（－3，2）在⊙O_______________.

4、已知直角坐标平面内点 P、A 的坐标分别为（-1，0），（3，3），以 P 为圆心，AP 为半径长画圆.
（1）　判断下列各点与⊙P 的位置关系： B（4，0）；C（1，5）；
（2）　若圆上有一点 D 的横坐标为 2，求 D 点坐标.

5、如图，在直角三角形 ABC 中，∠ACB＝90°，CD⊥AB 于 D，∠A＝30°，AC＝3，

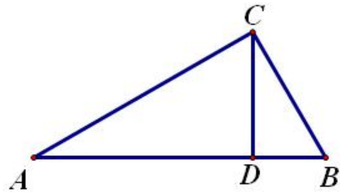
以 C 为圆心，$\sqrt{3}$ 为半径作圆 C

（1）指出点 A、B、D 与圆 C 的位置关系；

（2）如果要使圆 C 经过点 D，那么这个圆的半径应为多少？

（3）设圆 C 的半径为 R，要使点 B 在圆 C 内，点 A 在圆 C 外，求 R 的取值范围

（4）设圆 C 的半径为 R，要使点 A 在圆 C 外，点 D 在圆 C 内，且点 B 又不在圆 C 上，求 R 的取值范围.



6、 已知锐角三角形 ABC（图 1），直角三角形 $A_1B_1C_1$（图 2），钝角三角形 $A_2B_2C_2$（图 3）

（1） 分别作出这三个三角形的外接圆

（2） 比较这三个三角形外心的位置，你能有什么发现？

（3） 思考：已知△DEF 的外心在△DEF 的一边上，若 DE=3，EF=4，能否求出△DEF 的外接圆半径？

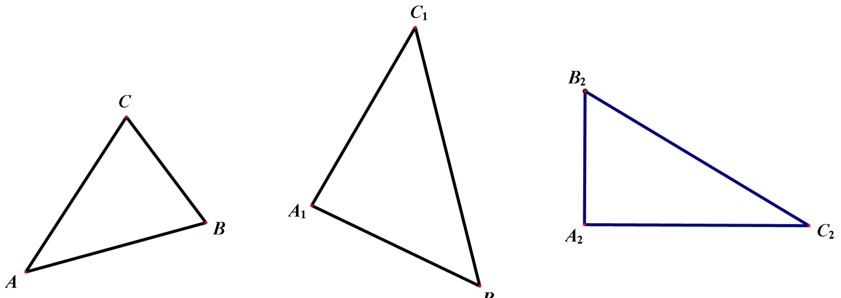


图1　　图2　　图3

7、已知△*ABC*，∠*ACB*＝90°，*AC*＝6，*BC*＝8，则△*ABC* 的外接圆半径为________________.

【中档题】

1、一个点到圆的最大距离为 11，最小距离为 5，则圆的半径为______________.

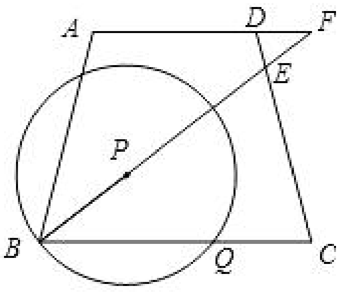
2、在△ABC 中，∠C=90°，AC=6，BC=8，以 AB 的中点 D 为圆心，以 5 为半径作圆，那么点 C 在圆 D___________；如果△ABC 的重心在圆 D 上，那么圆 D 的半径为______________.

3、直角边长为 5 和 12 的直角三角形的重心和外心之间的距离为______________.

4、已知△ABC 中，AB=AC=5，BC=6，O 是△ABC 的外心，G 是△ABC 的重心.则 OG=__________.

【压轴题】

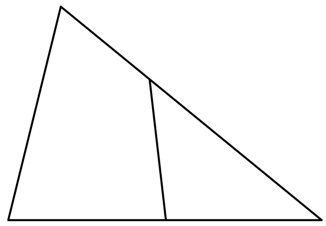
1、在等腰梯形 ABCD 中，AD∥BC，AD=3，AB=CD=4，∠ABC=60°，∠B 的平分线交 DC 于点 E，交 AD 的延长线于点 F．若点 P 为 BE 上动点（包含点 B 和点 E），现以点 P 为圆心，BP 为半径画⊙P，当 BP 取什么范围内值时，①点 A 在⊙P 内；②点 A 在⊙P 内而点 E 在⊙P 外.



2、在 ΔABC 中，$AB = AC = 10$，$\cos B = \dfrac{3}{5}$．如果圆 O 的半径为 $2\sqrt{10}$，且经过点 B、C，那么线段 AO 的

长等于__________

3、已知△*ABC* 中，*AB*=4，*BC*=6，*AC*＞*AB*，点 *D* 为 *AC* 边上一点，且 *DC*=*AB*，*E* 为 *BC* 边的中点，联结 *DE*，取 *AD* 的中点 *M*，联结 *EM* 并延长交 *BA* 的延长线于点 *P*，以 *A* 为圆心 *AM* 为半径作⊙*A*，试问：当 *AD* 的长改变时，点 *P* 与⊙*A* 的位置关系变化吗？若不变化，请说明具体的位置关系，并证明你的结论；若变化，请说明理由。



第二讲　　圆的有关概念(圆心角、弧、弦、弦心距)

知识点

（1）几个概念：弧、优弧、劣弧、半圆、弓形、弦、弦心距、等弧、等圆.

（2）长度相等的弧不是等弧，圆心角相等的弧也不是等弧，长度相等且圆心角相等的弧是等弧，只有在等圆或同圆中才有等弧.

（3）定理：在同圆或等圆中，相等的圆心角所对的弧相等，所对的弦相等，所对的弦的弦心距相等.

（4）推论：在同圆或等圆中，如果两个圆心角、两条劣弧（或优弧）、两条弦、两条弦的弦心距得到的四组量中有一组量相等，那么他们所对的其余三组量也分别相等.

①定理的应用.（相关的计算与证明）

②在计算与证明常添加的辅助线是哪些.

③此定理与等腰三角形结合应用.

④知道在同圆或等圆中，弦心距大的弦反而小.

【基础题】

1、下列命题中，真命题是（　　　）.

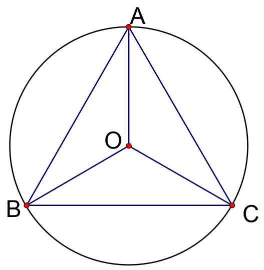
（A）长度相等的弧是等弧　　　　（B）平分弦的直径垂直于弦

（C）圆心角相等的弧是等弧　　　（D）长度和圆心角分别相等的弧是等弧

2、如图，⊙O 是△ABC 的外接圆，∠AOB=∠AOC=120°，

（1）　求证：△ABC 是等边三角形.

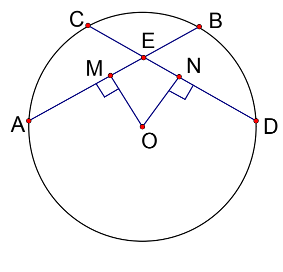
（2）　如果 BC 的弦心距为 3 厘米，求 AB、AC 的弦心距.



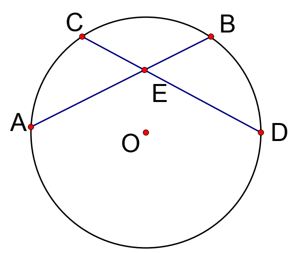
3、如图，在⊙O 中，弦 AB、CD 相交于 E，OM、 ON 分别是弦 AB、CD 的弦心距

（1）如果 OM＝ON，求证：$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$

（2）如果 $\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$ 求证：EO 平分∠AED

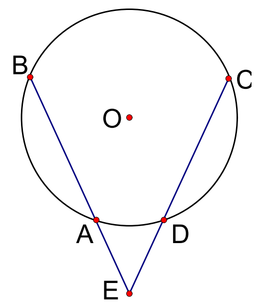


变式 1 如图，已知圆 O 中，过圆内一点 E 作圆 O 的两条弦 AB 和 CD，AE＝DE，求证：$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$



变式 2 如图，已知圆 O 外一点 E，过 E 作二条射线分别交圆 O 于 A、B、C、D 四点， 若 AE=DE，

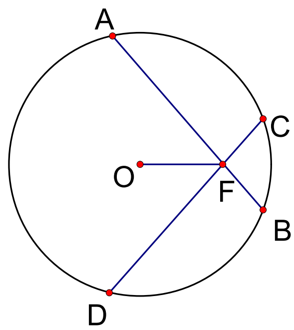
求证：$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{DC}$



4、 如图已知：点 F 为圆 O 内一点，过点 F 作圆 O 的两条弦 AB、CD，且∠AFO＝∠DFO

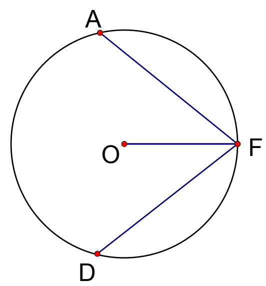
求证：（1）AB＝CD

（2）$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$



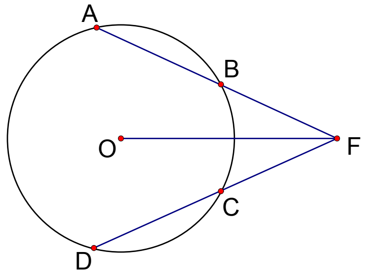
变式 1：将第 4 题中条件结论互换，命题是否为真？即已知点 F 为圆 O 内一点，过点 F 作⊙O 的两条弦 AB、CD，AB＝CD 求证：∠AFO=∠DFO

变式 2：若点 F 为⊙O 上一点，过 F 作⊙O 的弦 FA、FD 如图（2）若∠AFO＝∠DFO,求证：AF＝DF



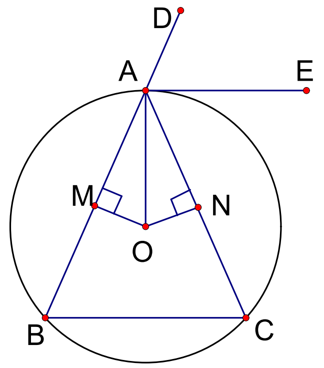
图（2）

变式 3：如图（3）若点 F 为⊙O 外一点，过 F 作两条射线分别交⊙O 于点 A、B、C、D，若∠AFO＝∠DFO，求证：AB＝CD



图(3)

5、已知，如图（4）：⊙O 是 △ABC 的外接圆，AE 平分△ABC 的外角∠DAC，OM⊥AB，ON⊥AC，垂足分别是点 M、N，且 OM＝ON 求证：（1）AE∥BC　　(2)AO⊥AE

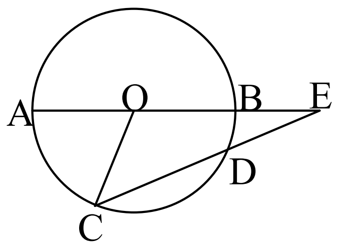


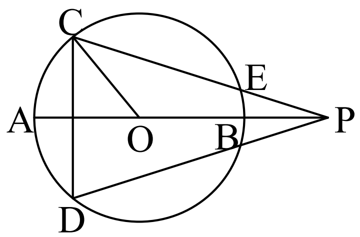
图(4)

【中档题】

1、如图，已知：*CD* 是⊙*O* 的弦，延长 *CD* 至点 *E*，使 *DE* 等于⊙*O* 的半径，联结 *EO* 交⊙*O* 于点 *B*，延长 *EO* 交⊙*O* 于点 *A*，设∠*AED*＝α，∠*AOC*＝β，则 $\beta:\alpha$ 的值为（　　　）.

（A）2　　（B）3　　（C）4　　（D）5





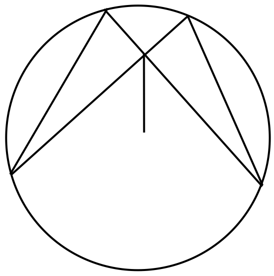
2、如图，*P* 是⊙*O* 的直径 *AB* 延长线上的一点，*PC* 与⊙*O* 分别相交于点 *E* 和点 *C*，过点 *C* 作 *CD*⊥*AB*，交⊙*O* 于点 *D*，联结 *PD*.

（1）求证：*PC*＝*PD*；（2）如果 *PE* 的长等于⊙*O* 的半径 *OC*，求证：∠*AOC*＝3∠*APC*.

3、如图，在$\odot O$中，AD、BC相交于点E，OE平分$\angle AEC$．

（1）求证：$AB=CD$；

（2）如果$\odot O$的半径为5，$AD\perp CB$，$DE=1$，求$\angle BAE$的正切值．



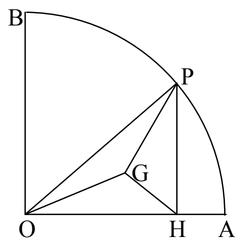
【压轴题】

1、如图，在半径为6，圆心角为90°的扇形OAB的$\overset{\frown}{AB}$上，有一个动点P，$PH\perp OA$于H，$\triangle OPH$的重心为G．

（1）当点P在$\overset{\frown}{AB}$上运动时，线段GO、GP、GH中，有无长度保持不变的线段？如果有，请指出这样的线段，并求出相应的长度；

（2）设$PH=x$，$GP=y$，求y关于x的函数解析式，并写出函数的定义域；

（3）如果$\triangle PGH$是等腰三角形，试求出线段PH的长．



第三讲　　垂径定理

知识点 4

如果圆的一条直径垂直于一条弦，那么这条直径平分这条弦，并且平分这条弦所对的弧.

推论

（1）如果圆的直径平分弦（这条弦不是直径），那么这条直径垂直于这条弦，并且平分这条弦所对的弧.

（2）如果圆的直径平分弧，那么这条直径就垂直平分这条弧所对弦.

（3）如果一条直线是弦的垂直平分线，那么这条直线经过圆心，并且平分这条弦所对的弧.

（4）如果一条直线平分弦和弦所对的弧，那么这条直线经过圆心，并且垂直于这条弦.

（5）如果一条直线垂直于弦，并且平分弦所对的一条弧，那么这条直线经过圆心，并且平分这条弦.

注意：

（1）垂径定理及 5 个推论内容，怎样记忆不会混淆（结合图形，两个量作条件，另两个量为结论）.

（2）定理及 5 个推论时常作选择题的选择项，特别是推论 1 中的“非直径”.

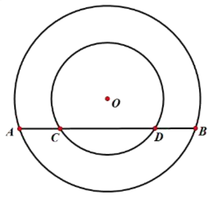
（3）与等腰三角形、勾股定理结合进行计算.

（4）注意两解.

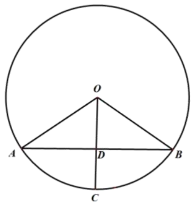
（5）常见的辅助线.

【基础题】

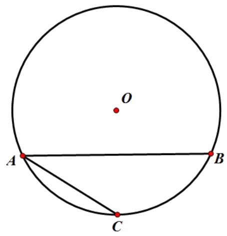
1、已知：以点 O 为圆心的两个圆中，大圆的弦 AB 交小圆于点 C、D 两点，求证：AC=DB



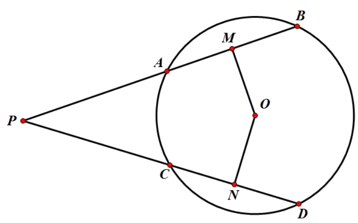
2、如图，已知 C 是弧 AB 的中点，OC 交弦 AB 于点 D，∠AOB=120°，AD=3．求 OA 长．



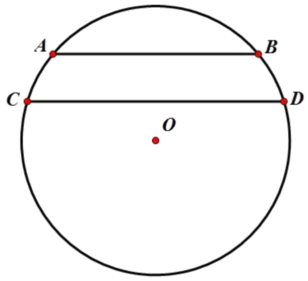
3、如图，已知⊙O 的半径长为 25，弦 AB 长为 48，C 是弧 AB 的中点．求 AC 的长．

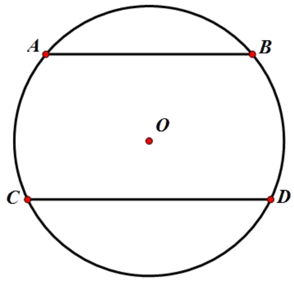


4、如图，AB、CD 是⊙O 的弦，且 AB=CD，OM⊥AB，ON⊥CD，垂足分别是点 M、N， BA、DC 的延长线交于点 P .(1)求证：PA=PC．(2)结论 “PA=PC”与条件“AB=CD”能否互换？



5、已知，在圆 O 中，AB、CD 是两条弦，且 AB//CD，求证：弧 AC=弧 DB

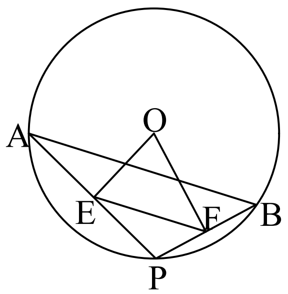


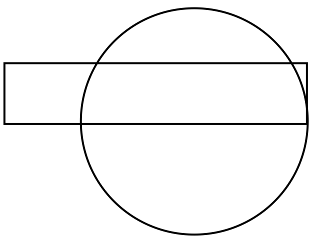


【中档题】

1、在半径为 r 的圆中，垂直平分半径的弦长为______________.

2、如图，点 A、B 是⊙O 上两点，$AB=10$，点 P 是⊙O 上的动点（点 P 与点 A、B 不重合），联结 AP、PB，过点 O 分别作 $OE\perp AP$ 于 E，$OF\perp PB$ 于 F，则 $EF=$____________.



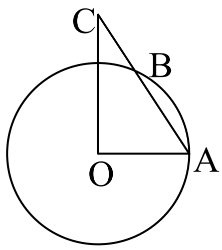


3、如图，矩形 $ABCD$ 与圆心在 AB 上的圆 O 交于点 G、B、F、E， $GB=10$，$EF=8$，那么 $AD=$_____.

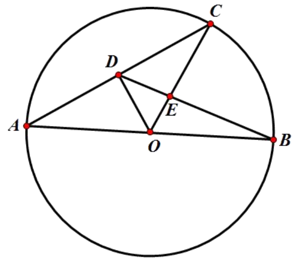
4、在半径为 2 的⊙O 中，弦 $AB=2\sqrt{3}$，弦 $AC=2\sqrt{2}$，求∠BAC 的度数.

5、如图，已知△AOC，$\angle AOC=90°$，以 OA 为半径作⊙O 交 AC 于点 B.

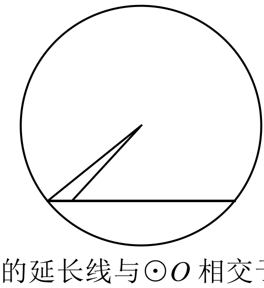
（1）若$\angle ACO=28°$，求$\overset{\frown}{AB}$所对的圆心角的度数；（2）若 $OA=3$，$OC=4$，求 AB 长.



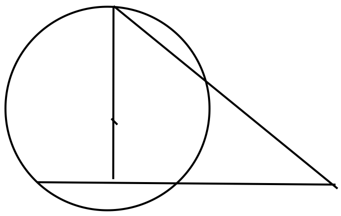
6、如图，在圆 O 中，直径 AB 长为 12cm，OD 为弦 AC 的弦心距，BD 交 OC 于 E，求 CE 的长.



7、如图，在圆O中，点C是弦AB上一点，已知$AC=1$，$CB:AB=7:8$，$OC=3\sqrt{2}$．求半径OA的长及$\angle OAB$的正弦值．



8、如图，已知⊙O的半径为5，弦AB的长等于8，$OD\perp AB$，垂足为点D，DO的延长线与⊙O相交于点C，点E在弦AB的延长线上，CE与⊙O相交于点F，$\cos C=\dfrac{3}{5}$，求：（1）CD的长；（2）EF的长．

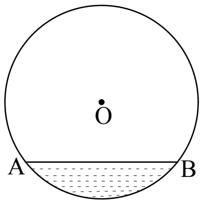


9、某人打秋千，秋千的踏板在静止时离地0．3米，秋千荡起时，踏板来回摆动的最大水平距离为8米，踏板离地面的最大高度为2.3米，求秋千的绳长？

10、在市建设污水管网工程中，某圆柱形水管的直径为100cm，截面如图所示．

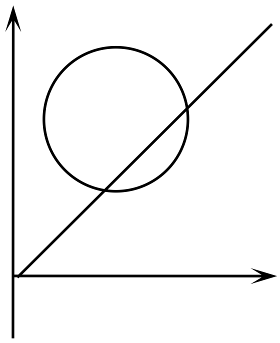
（1）若管内污水的面宽度AB＝60cm，求污水的最大深度；

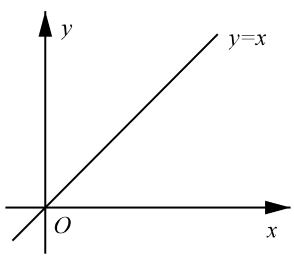
（2）由于连续下大雨，管内污水不断增加，当管内污水的面宽度AB＝80cm时，污水的最大深度为多少？



【压轴题】

1、如图，在平面直角坐标系中，⊙P的圆心是（2，a）(a＞2)，半径为2，函数$y=x$的图象被⊙P的弦AB的长为$2\sqrt{3}$，则a的值是____________





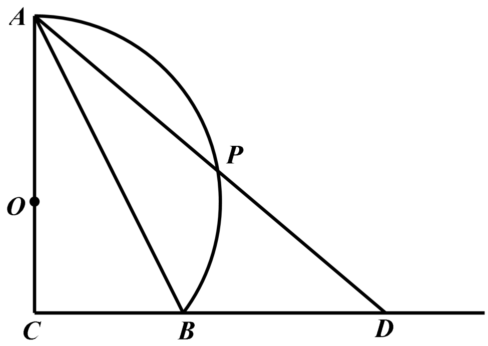
变式：如图，在直角坐标系中，⊙P 的圆心是 P（a，2）（a>0），半径为 2；直线 $y=x$ 被⊙P 截得的弦长为 $2\sqrt{3}$，则 a 的值是____________.

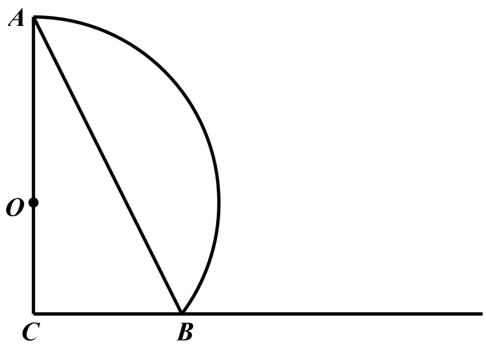
2、 已知：如图，在 Rt△ ABC 中，$\angle C=90^\circ$，$BC=4$，$\tan\angle CAB=\dfrac{1}{2}$，点 O 在边 AC 上，以点 O 为圆心的圆过 A、B 两点，点 P 为 $\overset{\frown}{AB}$ 上一动点.

（1）求⊙ O 的半径；

（2）联结 AP 并延长，交边 CB 延长线于点 D，设 $AP=x$，$BD=y$，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出定义域；

（3）联结 BP，当点 P 是 $\overset{\frown}{AB}$ 的中点时，求△ABP 的面积与△ABD 的面积比 $\dfrac{S_{\Delta ABP}}{S_{\Delta ABD}}$ 的值.



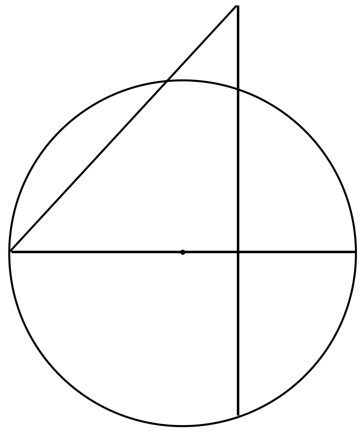


3、已知 AB 是⊙O 的直径，弦 $CD\perp AB$，垂足为 H，AH=5，CD=$4\sqrt{5}$，点 E 在⊙O 上，射线 AE 与射线 CD 相交于点 F，设 AE=x，DF=y.

（1）求⊙O 的半径；

（2）如图，当点 E 在 $\overset{\frown}{AD}$ 上时，求 y 与 x 之间的函数解析式，并写出函数的定义域；

（3）如果 EF=$\dfrac{3}{2}$，求 DF 的长.

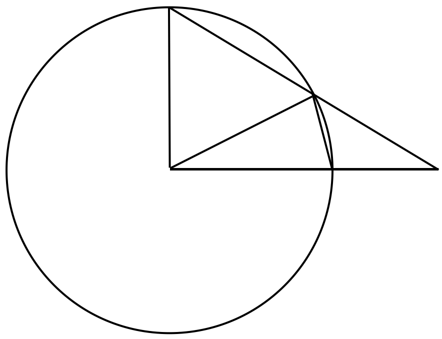


4、如图，在半径为 5 的⊙O 中，点 A、B 在⊙O 上，$\angle AOB$=90º，点 C 是 $\overset{\frown}{AB}$ 上的一个动点，AC 与 OB 的延长线相交于点 D，设 AC= x，BD= y .

（1）求 y 关于 x 的函数解析式，并写出它的定义域；

（2）如果⊙O_1 与⊙O 相交于点 A、C，且⊙O_1 与⊙O 的圆心距为 2，当 $BD=\dfrac{1}{3}OB$ 时，求⊙O_1 的半径；

（3）是否存在点 C，使得△DCB∽△DOC？如果存在，请证明；如果不存在，请简要说明理由．

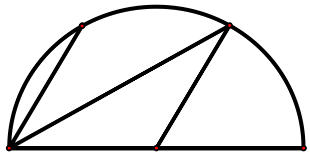


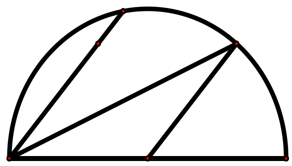
5、已知 AP 是半圆 O 的直径，点 C 是半圆 O 上的一个动点（不与点 A 、P 重合)，联结 AC，以直线 AC 为对称轴翻折 AO，将点 O 的对称点记为 O_1，射线 AO_1 交半圆 O 于点 B，联结 OC．

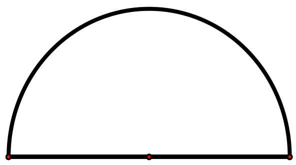
（1）如图 8，求证：$AB\ /\!/\ OC$；

（2）如图 9，当点 B 与点 O_1 重合时，求证：$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CB}$；

（3）过点 C 作射线 AO_1 的垂线，垂足为 E，联结 OE 交 AC 于 F．当 $AO=5$，$O_1B=1$ 时，求 $\dfrac{CF}{AF}$ 的值.







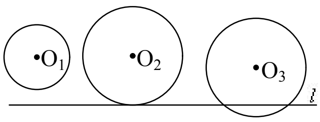
第四讲　　直线与圆的位置关系

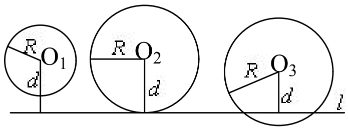
知识点：

1．当直线与圆没有公共点时，叫做直线与圆相离；当直线与圆有唯一公共点时，叫做直线与圆相切，此时，直线叫做圆的切线，唯一的公共点叫做切点；当直线与圆有两公共点时，叫做直线与圆相交，此时，直线叫做圆的割线.

2．如果⊙O 的半径长为 R，圆心 O 到直线 l 的距离为 d，那么

直线 l 与⊙O 相交 $\Leftrightarrow$ $d<R$；直线 l 与⊙O 相切 $\Leftrightarrow$ $d=R$；直线 l 与⊙O 相离 $\Leftrightarrow$ $d>R$.





【例题】

1、如果一圆的半径为 R，圆心到直线的距离为 5，且这个圆与这条直线有公共点，那么下列结论正确的是（　　）

（A）R>5；　　（B）R≥5；　　（C）R<5；　　（D）R≤5.

2、在 Rt△ABC 中，∠C=90°，∠A=30°，BC=6，以点 C 为圆心的⊙C 与 AB 相切，那么⊙C 的半径等于____________.

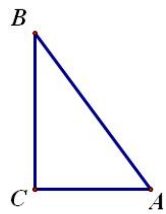
3、如图，已知 Rt△ABC，∠C=90°，AC=3，BC=4

（1）以 C 为圆心，半径为 2 的圆与直线 AB 有怎样的位置关系?

（2）以 C 为圆心，半径为 4 的圆与直线 AB 有怎样的位置关系?

（3）要使圆 C 与直线 AB 相切，圆 C 的半径长应该怎样？

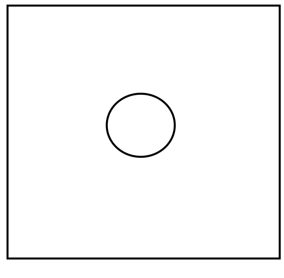
（4）设圆 C 的半径为 R，如果圆 C 与直线 AB 有公共点，请写出 R 的取值范围



【习题】

1、在 Rt△ABC 中，∠C=90°，∠A=30°，BC=6，以点 C 为圆心的⊙C 与 AB 只有一个交点，那么⊙C 的半径等于____________.

2、如图，圆心 O 恰好为正方形 $ABCD$ 的中心，已知 $AB=4$，⊙O 的直径为 1. 现将⊙O 沿某一方向平移，当它与正方形 $ABCD$ 的某条边相切时停止平移，记此时平移的距离为 d，则 d 的取值范围是____________.



第五讲　　直线与圆的位置关系(圆的切线)

知识点：

判定一条直线是圆的切线的三种方法：

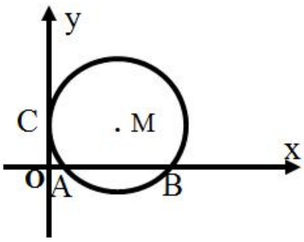
1、利用定义：与圆有唯一公共点的直线是圆的切线。

2、利用定理：与圆心距离等于圆的半径的直线是圆的切线。

3、利用切线的判定定理：经过半径的外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线。

【习题】

1、如图，⊙M 与 x 轴相交于点 A（2，0），B（8，0），与 y 轴相切于点 C，求圆心 M 的坐标.



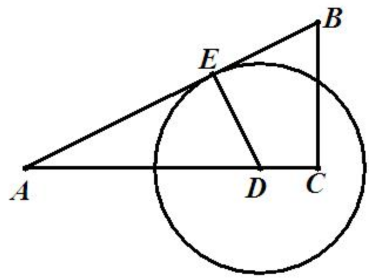
2、如图，在 Rt△ABC 中，∠C=90°，AC=6，BC=3，D 在 AC 上，⊙D 切 AB 于点 E

（1）求证：△ADE∽△ABC

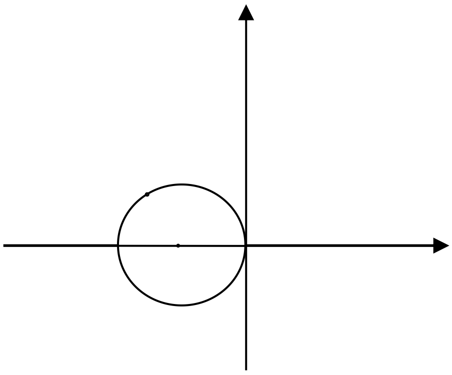
（2）若⊙D 与 BC 相交于点 F，CF=2，求 CD 的长

（3）设 CD=a，若⊙D 与 BC 无公共点，求 a 的取值范围

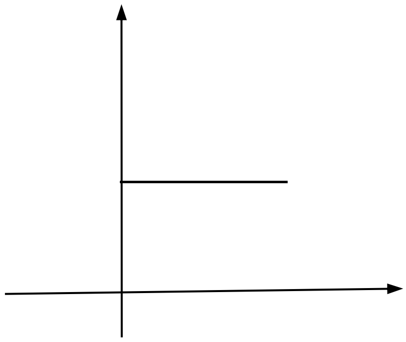
（4）若以 C 为圆心，以 R 为半径的圆与线段 AB 只有一个公共点，求 R 的取值范围



3、如图，已知点 $P(-3,0)$，以点 P 为圆心 PO 长为半径作圆，若直线 $y=kx+b(k\neq 0)$ 经过点 $M(2,0)$，当直线 $y=kx+b(k\neq 0)$ 与圆 P 相交时，求 b 的取值范围.



4、已知：如图， A（0,3），B（4,3），⊙P 是经过 A、B 两点的一个动圆，当⊙P 与 y 轴相交，且在 y 轴上两交点的距离为 4 时，求圆心 P 的坐标；

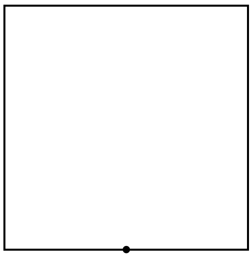


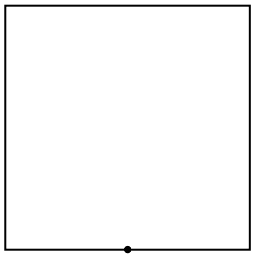
5、已知：在正方形 $ABCD$ 中，M 是边 BC 的中点（如图所示），E 是边 AB 上的一个动点，$MF \perp ME$，交射线 CD 于点 F，AB=4，BE=x，CF=y.

（1）求 y 关于 x 的函数解析式，并写出它的定义域.

（2）当点 F 在边 CD 上时，四边形 $AEFD$ 的周长是否随点 E 的运动而发生变化？请说明理由.

（3）当⊙A 与直线 EF 相切，且 DF=1 时，求⊙A 的半径.





第六讲　　直线与圆的位置关系(动态问题)

【习题】

1、如图 1，在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AC=BC$，D 是 AB 边上一点，E 是在 AC 边上的一个动点（与点 A、C 不重合），$DF\perp DE$，DF 与射线 BC 相交于点 F。

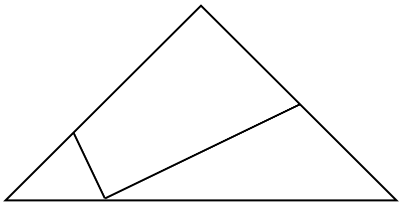
（1）如图 2，如果点 D 是边 AB 的中点，求证：$DE=DF$；

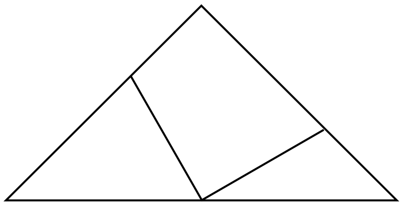
（2）如果 $AD∶DB=m$，求 $DE∶DF$ 的值；

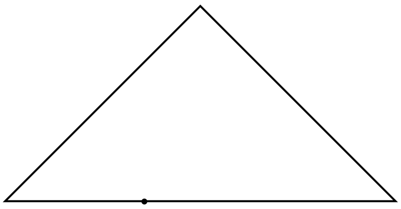
（3）如果 $AC=BC=6$，$AD∶DB=1∶2$，设 $AE=x$，$BF=y$，

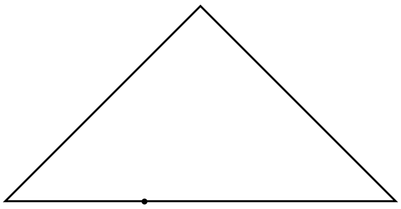
①求 y 关于 x 的函数关系式，并写出定义域；

②以 CE 为直径的圆与直线 AB 是否可相切，若可能，求出此时 x 的值，若不可能，请说明理由。





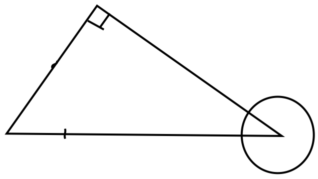


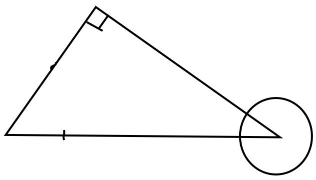


2、在$Rt\Delta ABC$中，$\angle C=90°$，$AC=6$，$\sin B=\dfrac{3}{5}$，$\odot B$的半径长为1，$\odot B$交边CB 于点P，点O是边AB上的动点.

（1）如图1，将$\odot B$绕点P旋转$180°$得到$\odot M$，请判断$\odot M$与直线AB的位置关系；

（2）如图2，在（1）的条件下，当ΔOMP是等腰三角形时，求OA的长；



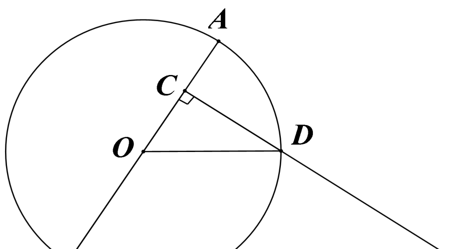


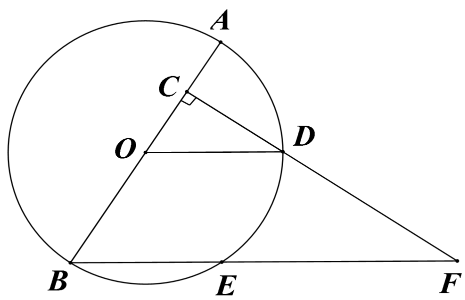
3、如图，已知AB是$\odot O$的直径，AB=8， 点C在半径OA上（点C与点O、A不重合），过点C作AB的垂线交$\odot O$于点D，联结OD，过点B作OD的平行线交$\odot O$于点E、交射线CD于点F.

（1）若弧 ED=弧 BE，求$\angle F$的度数；

（2）设$CO=x, EF=y,$写出y与x之间的函数解析式，并写出定义域；

（3）设点C关于直线OD的对称点为P，若$\triangle PBE$为等腰三角形，求OC的长.





备用图

第七讲　　四点共圆

四点共圆的性质及判定：

判定定理 1：共斜边的两个直角三角形，则四个顶点共圆，且直角三角形的斜边为圆的直径.

判定定理 2：共底边的两个三角形顶角相等，且在底边的同侧，则四个顶点共圆.

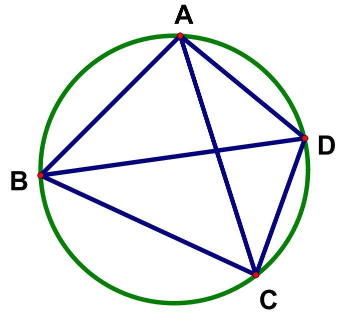
判定定理 3：对于凸四边形 ABCD，对角互补 ⇔ 四点共圆

判定定理 4：相交弦定理的逆定理：对于凸四边形 ABCD 其对角线 AC、BD 交于 P，
$AP \cdot PC = BP \cdot PD$ ⇔ 四点共圆

判定定理 5：割线定理：对于凸四边形 ABCD 其边的延长线 AB、CD 交于 P，
$PA \cdot PB = PC \cdot PD$ ⇔ 四点共圆

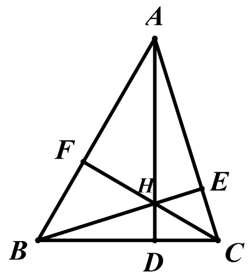
托勒密定理：圆内接四边形中，两条对角线的乘积等于两组对边乘积之和.

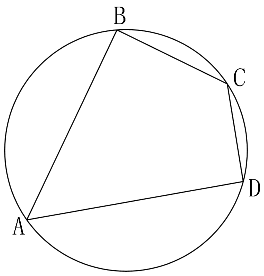
即：若四边形 $ABCD$ 内接于圆，则有 $AB \cdot CD + AD \cdot BC = AC \cdot BD$.



例 1、锐角 ΔABC 的三条高 AD、BE、CF 交于 H，在 A、B、C、D、E、F、H 七个点中．能组成四点共圆的组数是（　　）

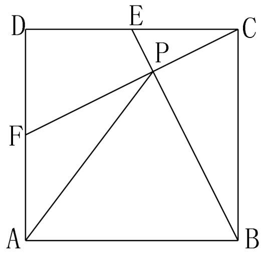
A、4 组　　B、5 组　　C、6 组　　D、7 组



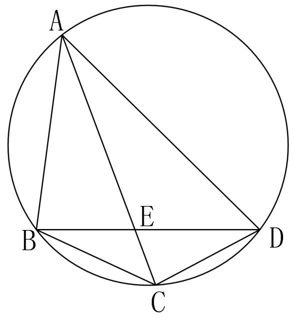


例 2、如图，在圆内接四边形 ABCD 中，∠A=60°，∠B=90°，AB=2，CD=1，求 BC 的长

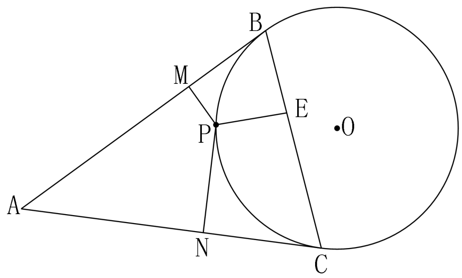
例 3、如图，正方形 ABCD 的面积为 5，E、F 分别为 CD、DA 的中点，BE、CF 相交于 P，求 AP 的长



例 4、如图，四边形 ABCD 内接于⊙O，CB=CD=4，AC 与 BD 相交于 E，AE=6，线段 BE 和 DE 的长都是正整数，求 BD 的长



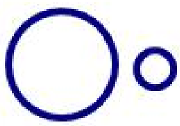
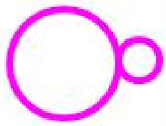
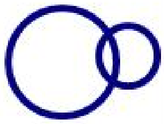
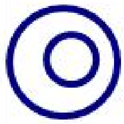
例 5、如图，直线 AB、AC 与⊙O 分别相切于 B、C 两点，P 为圆上一点，P 到 AB、AC 的距离分别为 6cm、4cm，求 P 到 BC 的距离



第八讲　　圆和圆位置关系

知识点

圆与圆的位置关系

图形					
d与R和r的关系					
公共点个数					

相交两圆的连心线____________两圆的公共弦；相切两圆的连心线_____________.

【基础题】

1、填写表格(其中 R、r 表示两圆的半径,d 表示圆心距)

两圆的位置关系	R	r	d
外离	6	5	
内含	3	2	
	4	3	2
	5	2	0
内切		1	7
外切		4	10

2、(1) 已知⊙O_1和⊙O_2外切，O_1O_2=8，⊙O_1的半径为 5，则⊙O_2的半径为_______.

(2) 已知：⊙O_1、⊙O_2的半径长分别为 2、5，如果⊙O_1与⊙O_2相交，那么这两圆的圆心距 d 的取值范围是_______.

(3) 如果⊙O_1与⊙O_2内含，$O_1O_2=4$，⊙O_1的半径是 3，那么⊙O_2的半径的取值范围是______.

(4) 已知两圆半径分别为 2 和 3，圆心距为 d，若两圆没有公共点，则 d 的取值范围是_______.

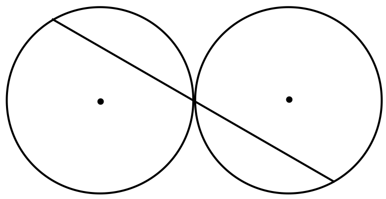
(5) 如果两圆有两个交点，且圆心距为 13，那么此两圆的半径可能为（　　）

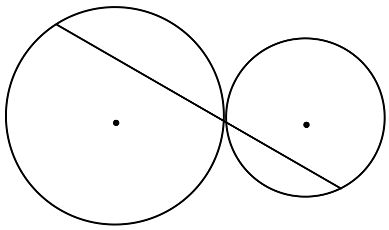
（A）1、10;　　（B）5、8;　　（C）25、40;　　（D）20、30.

3、已知⊙O_1和⊙O_2相交于 A、B，⊙O_1的半径为 15cm,⊙O_2的半径为 13cm，公共弦 AB 的长为 24cm,求△AO_1O_2的面积.

4、已知⊙O_1、⊙O_2外切于点 T，经过点 T 的任一直线分别与⊙O_1、⊙O_2交于点 A、B，(1) 若⊙O_1、⊙O_2是等圆（如图 1），求证 $AT=BT$;

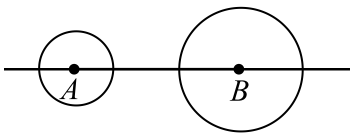
（2）若⊙O_1、⊙O_2的半径分别为 R、r（如图 2），试写出线段 AT、BT 与 R、r 之间始终存在的数量关系.

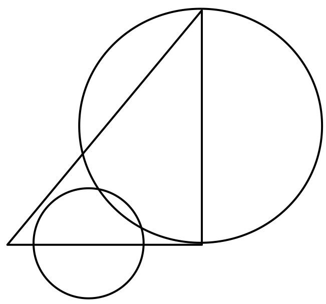




【中档题】

1、如图，⊙A、⊙B 的圆心 A、B 都在直线 l 上，⊙A 的半径为 1cm，⊙B 的半径为 2cm，圆心距 AB=6cm. 现⊙A 沿直线 l 以每秒 1cm 的速度向右移动，设运动时间为 t 秒，写出两圆相交时，t 的取值范围：_________.





2、如图，Rt△ABC 中，$\angle C=90^0$，AC=3，BC=4，⊙O 是以 BC 边为直径的圆，点 P 为 AC 边上动点，⊙P 的半径为 1。设 $AP=x$，则当 x 的取值范围是___________时，⊙P 与⊙O 相交.

3、以等边ΔABC的三个顶点为圆心的⊙A、⊙B 与⊙C，若其中⊙A 与⊙B 相外切，⊙A 与⊙C 也外切，而⊙B 与⊙C 相外离，则⊙A 的半径 R_A 与⊙B 的半径 R_B 之间的大小关系是_____.

4、已知等腰ΔABC的两条边长分别为6、4，AD是底边上的高，圆 A 的半径为3，圆 A 与圆 D 内切，那么圆 D 的半径是____________________________.

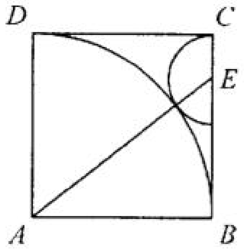
5、如图，正方形 $ABCD$ 中，E 是 BC 边上一点，以 E 为圆心、EC 为半径的半圆与以 A 为圆心，AB 为半径的圆弧外切，则 $S_{四边形ADCE}:S_{正方形ABCD}$ 的值为________.

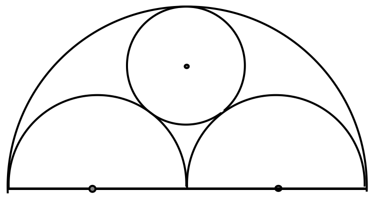
6、如图，已知 AB 是⊙O 的直径，⊙O_1、⊙O_2的直径分别是 OA、OB，⊙O_3与⊙O、⊙O_1、⊙O_2均相切，则⊙O_3与⊙O 的半径之比为__________.

7、在ΔABC中，$\angle C=90°$，且两边长分别为$4cm$和$5cm$，若以点A为圆心，$3cm$为半径作⊙A，以点B为圆心，$2cm$为半径作⊙B，则⊙A和⊙B位置关系是（　　）

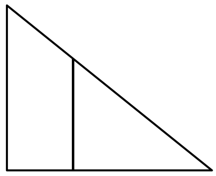
（A）只有外切一种情况；　　（B）只有外离一种情况；

（C）有相交或外切两种情况；　　（D）有外离或外切两种情况．





8、如图，在 Rt△*ABC* 中，∠*C*=90°，*AC*=8，*BC*=6，*DE*∥*BC*，且 *AD*=2*CD*，判断以 *D* 为圆心 *DC* 为半径的⊙*D* 和以 *E* 为圆心 *EB* 为半径的⊙*E* 的位置关系，并说明理由。



9、在矩形 ABCD 中，已知 AB=5，BC=12，分别以 A、C 为圆心的两圆相切，点 D 在圆 C 内，点 B 在圆 C 外，求圆 A 的半径 r 的取值范围.

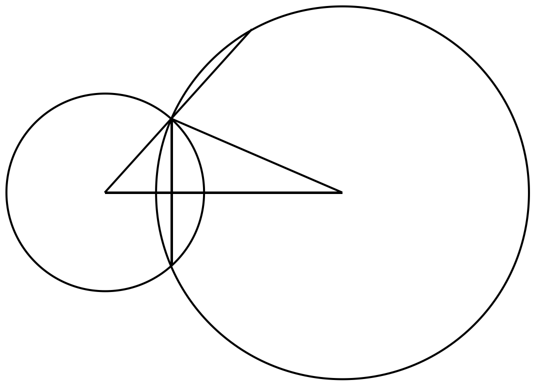
【压轴题】

1、已知：点 *A*、*B* 都在半径为 9 的圆 *O* 上，*P* 是射线 *OA* 上一点，以 *PB* 为半径的圆 *P* 与圆 *O* 相交的另一个交点为 *C*，直线 *OB* 与圆 *P* 相交的另一个交点为 *D*，$\cos\angle AOB=\dfrac{2}{3}$.

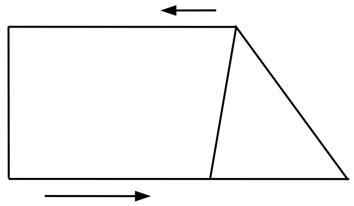
（1）求：公共弦 *BC* 的长度；

（2）如图，当点 *D* 在线段 *OB* 的延长线上时，设 *AP*=*x*，*BD*=*y*，求 *y* 关于 *x* 的函数解析式，并写出它的定义域；

（3）如果直线 *PD* 与射线 *CB* 相交于点 *E*，且△*BDE* 与△*BPE* 相似，求线段 *AP* 的长.



2、如图，在直角梯形$ABCD$中，$AD // BC$，$\angle C = 90°$，$BC = 12$, $AD = 18$，$AB = 10$．动点P、Q分别从点D、B同时出发，动点P沿线段DA的方向以每秒 2 个单位长的速度运动，动点Q在线段BC上以每秒 1 个单位长的速度向点C运动，当点Q运动到点C时，点P随之停止运动．设运动的时间为t（秒）．若以BQ为直径的圆与以AP为直径的圆外切，求t的值。



第九讲　　正多边形和圆

知识要点：

一、正多边形的概念：

各边相等、各角也相等的多边形叫做**正多边形**。

二、正多边形与圆的内在联系

1、用量角器将一个圆 n（n≥3）等分，依次连接各等分点所得的 n 边形是这个圆的内接正 n 边形；圆的内接正 n 边形将圆 n 等分；

2、正多边形的中心；半径；边心距；中心角。

三、正多边形的对称性

正多边形都是轴对称图形，一个正 n 边形有 n 条对称轴，每条对称轴都通过正 n 边形的中心；一个正多边形，如果有偶数条边，那么它既是轴对称图形，又是中心对称图形。

四、利用直尺与圆规作特殊的正多边形

1、作正四边形：在圆中作两条互相垂直的直径，依次连结四个端点所得图形（作正八边形）

2、作正六边形：在圆中任作一条直径，再以两端点为圆心，相同的半径为半径作弧与圆相交，依次连结圆上的六个点所得图形（作正三角形与正十二边形）

*3、作正五边形：教材 p37 拓展内容。

【基础题】

一．选择题（共 5 小题）

1．周长相等的正三角形、正四边形、正六边形的面积 S_3、S_4、S_6 间的大小关系是（　　）

A．$S_3>S_4>S_6$　　*B*．$S_6>S_4>S_3$　　*C*．$S_6>S_3>S_4$　　*D*．$S_4>S_6>S_3$

2．正多边形的中心角与该正多边形一个内角的关系是（　　）

A．互余 *B*．互补 *C*．互余或互补　 *D*．不能确定

3．正三角形的边心距、半径和高的比是（　　）

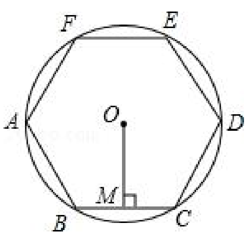
A．1：2：3　*B*．1：$\sqrt{2}$：3　 *C*．1：$\sqrt{2}$：$\sqrt{3}$ *D*．1：2：$\sqrt{3}$

4．如图，正六边形 *ABCDEF* 内接于⊙*O*，半径为 4，则这个正六边形的边心距 *OM* 和$\overset{\frown}{BC}$的长分别为（　　）

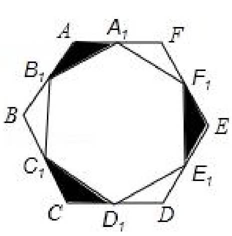
A．2，$\frac{\pi}{3}$　*B*．$2\sqrt{3}$，π　*C*．$\sqrt{3}$，$\frac{2\pi}{3}$　　*D*．$2\sqrt{3}$，$\frac{4\pi}{3}$

5．如图，已知边长为 2*cm* 的正六边形 *ABCDEF*，点 A_1，B_1，C_1，D_1，E_1，F_1 分别为所在各边的中点，则图中阴影部分的总面积是（　　）

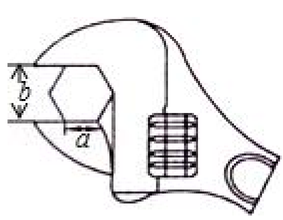
A．$\frac{3\sqrt{3}}{4}$*B*．$\frac{2\sqrt{3}}{4}$*C*．$\frac{\sqrt{3}}{4}$ *D*．$\frac{\sqrt{3}}{8}$



第 4 题



第 5 题



第 6 题

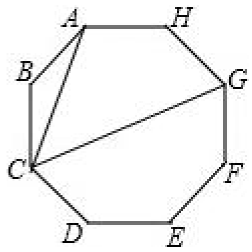
二．填空题（共 5 小题）

6．如图，要拧开一个边长为 a=6cm 的正六边形螺帽，扳手张开的开口 b 至少为_______.

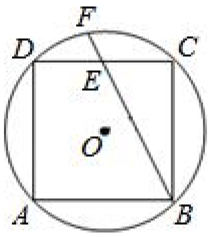
7．如图，在正八边形 $ABCDEFGH$ 中，AC、GC 是两条对角线，则∠ACG=_______°.

8．边长为 1 的正六边形的外接圆半径是_______.

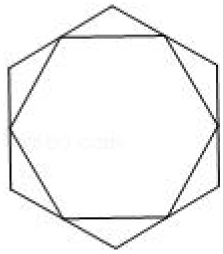
9．如图，正方形 $ABCD$ 内接于⊙O，E 为 DC 的中点，直线 BE 交⊙O 于点 F，若⊙O 的半径为$\sqrt{2}$，则 BF 的长为_______.



第 7 题



第 9 题

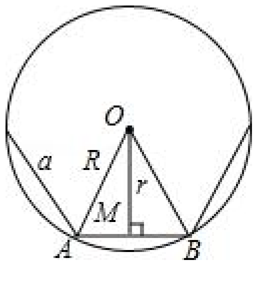


第 10 题

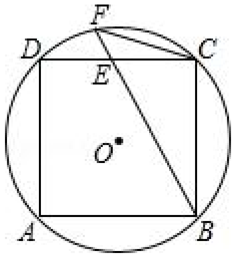
10．如图，顺次连接一个正六边形各边的中点，所得图形仍是正六边形．若大正六边形的面积为 S_1，小正六边形的面积为 S_2，则$\frac{S_1}{S_2}$的值是_______.

三．解答题（共 3 小题）

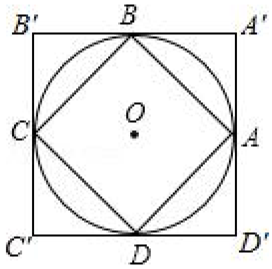
11．如图，已知正 n 边形边长为 a，边心距为 r，求正 n 边形的半径 R、周长 P 和面积 S.



12．如图：⊙O 的内接正方形 $ABCD$，E 为边 CD 上一点，且 DE=CE，延长 BE 交⊙O 于 F，连结 FC，若正方形边长为 1，求弦 FC 的长．



13．已知：如图，⊙O 的半径为 2，正方形 $ABCD$，$A'B'C'D$ 分别是⊙O 的内接正方形和外切正方形．求两正方形的面积比 $S_{内}$：$S_{外}$．



【中档题】

1．（1）如图 1，在圆内接正六边形 $ABCDEF$ 中，半径 OC=4，求正六边形的边长．

（2）如图 2，在△ABC 中，AB=13，BC=10，BC 边上的中线 AD=12．求证：AB=AC．

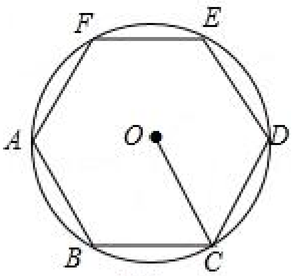


图1

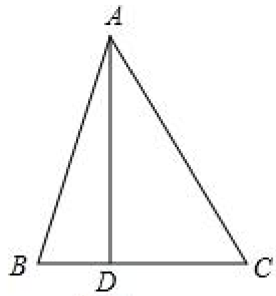


图2

2．如图正方形 $ABCD$ 内接于⊙O，E 为 CD 任意一点，连接 DE、AE．

（1）求∠AED 的度数．

（2）如图 2，过点 B 作 BF∥DE 交⊙O 于点 F，连接 AF，AF=1，AE=4，求 DE 的长度．

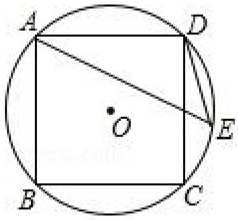


图1

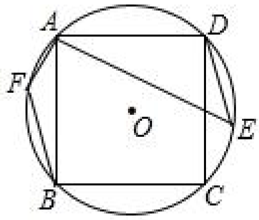
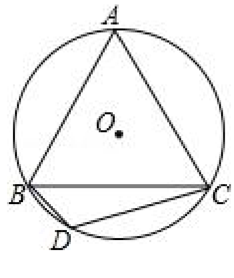


图2

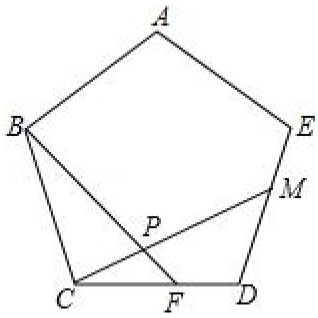
3．如图，已知等边△ABC 内接于⊙O，BD 为内接正十二边形的一边，CD=$5\sqrt{2}cm$，求⊙O 的半径 R．



4．如图，已知正五边形 $ABCDE$ 中，BF 与 CM 相交于点 P，$CF=DM$．

（1）求证：$\triangle BCF\cong\triangle CDM$．

（2）求$\angle BPM$ 的度数．



【压轴题】

1．（1）已知：如图 1，△ABC 是⊙O 的内接正三角形，点 P 为弧 BC 上一动点，求证：PA=PB+PC；

（2）如图 2，四边形 ABCD 是⊙O 的内接正方形，点 P 为弧 BC 上一动点，求证：$PA=PC+\sqrt{2}PB$；

（3）如图 3，六边形 ABCDEF 是⊙O 的内接正六边形，点 P 为弧 BC 上一动点，请探究 PA、PB、PC 三者之间有何数量关系，并给予证明．

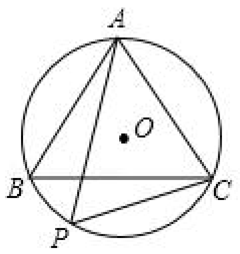


图1

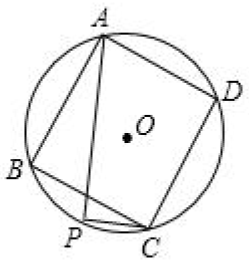


图2

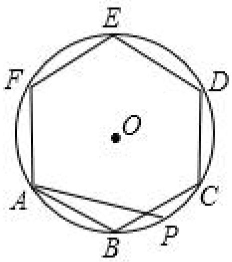


图3

第十讲　　圆的综合运用 1

——与圆有关的位置关系

【基础题】

1. 点与圆的位置关系

如果圆的半径为 r，某一点到圆心的距离为 d，那么

①点在圆外⇔ d_____r；②点在____⇔ d=r；③点在圆内⇔ _____.

2. 直线与圆的位置关系

如果⊙O 的半径为 r，圆心 O 到直线的距离为 d，那么

①直线 l 和⊙O 相离⇔ d _____r；②直线 l 和⊙O_____⇔ d=r；

③直线 l 和⊙O 相交⇔ _____ .

3. 圆与圆的位置关系

如果两圆的圆心距为 d，两圆的半径分别为 R、r，那么：

①两圆外离⇔ _________；②两圆外切⇔ d______R+r；

③两圆___ ⇔ ___d____（R≥r）；④两圆内切⇔ d______（R＞r）；

⑤两圆内含⇔ ________；（R＞r）

4. 在直角坐标系 xOy 中，点 P(3,4)与半径为 5 的⊙O 的位置关系是________.

5. ⊙O 的半径为 4，点 O 到直线 l 的距离为 5，则直线 l 与⊙O 的位置关系是___.

6．已知两圆的半径分别为 3 和 4，圆心距为 5，那么这两圆的位置关系是（ ）.

A．外离　　B.外切　　C.相交　　D.内含

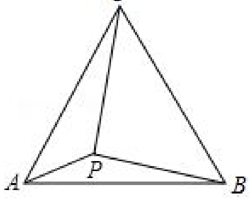
【中档题】

一．填空题（共 12 小题）

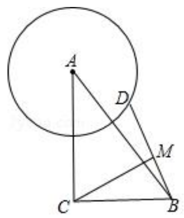
1．已知点 P 在半径为 5 的⊙O 外，如果设 $OP=x$，那么 x 的取值范围是_______.

2．若⊙O 的直径为 2，$OP=2$，则点 P 与⊙O 的位置关系是：点 P 在⊙O_______.

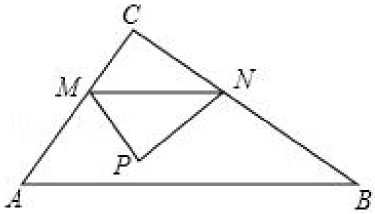
3．如图，△ABC 为等边三角形，$AB=2$．若 P 为△ABC 内一动点，且满足∠PAB=∠ACP，则线段 PB 长度的最小值为_______.



第 3 题



第 4 题



第 7 题

4．在 Rt△ABC 中，∠ACB=90°，$AC=8$，$BC=6$，点 D 是以点 A 为圆心 4 为半径的圆上一点，连接 BD，点 M 为 BD 中点，线段 CM 长度的最大值为_______.

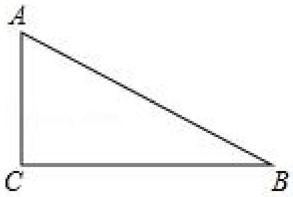
5．已知⊙O 的半径为 3cm，圆心 O 到直线 l 的距离是 2cm，则直线 l 与⊙O 的位置关系是_______.

6．若⊙O 的半径为 4cm，圆心 O 到直线 l 的距离为 5cm，则直线 l 与⊙O 的位置关系是_______.

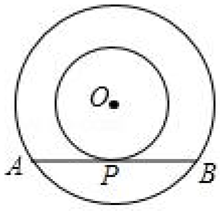
7．如图，在 Rt△ABC 中，∠C=90°，$AC≠BC$，点 M 是边 AC 上的动点．过点 M 作 MN∥AB 交 BC 于 N，现将△MNC 沿 MN 折叠，得到△MNP．若点 P 在 AB 上．则以 MN 为直径的圆与直线 AB 的位置关系是_______.

8．在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle B=90°$，$BC=3$，$cosA=\frac{4}{5}$，以点 A 为圆心，$\sqrt{5}$为半径作圆，再以点 C 为圆心，2 为半径作圆，那么这两圆的位置关系是_______．

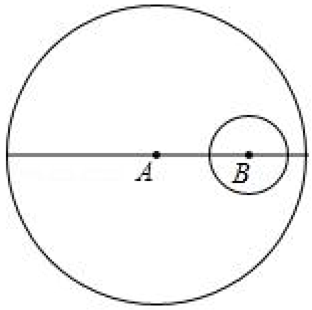
9．如图，已知 $Rt\triangle ABC$，$\angle C=90°$，$AC=3$，$BC=4$．分别以点 A、B 为圆心画圆．如果点 C 在⊙A 内，点 B 在⊙A 外，且⊙B 与⊙A 内切，那么⊙B 的半径长 r 的取值范围是_______．



第 9 题



第 10 题



第 12 题

10．如图，大圆的半径 $R=10$，小圆的半径 $r=6$，大圆的弦 AB 与小圆相切于点 P，有一以点 O 为圆心的圆面积恰好等于圆环的面积，则它的半径等于_______．

11．已知⊙O_1 与⊙O_2 的半径是方程 $3(x-2)=x(x-2)$ 的两根，那么当⊙O_1 与⊙O_2 相切时，圆心距 O_1O_2 的值是_______．

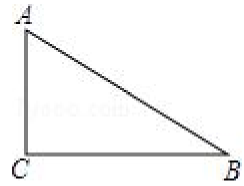
12．如图，⊙A 和⊙B 的半径分别为 5 和 1，$AB=3$，点 O 在直线 AB 上，⊙O 与⊙A、⊙B 都内切，那么⊙O 半径是_______．

二．解答题（共 8 小题）

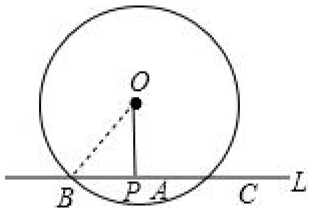
13．如图，已知$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AC=3$，$BC=4$，已点 C 为圆心作⊙C，半径为 r．

（1）当 r 取什么值时，点 A、B 在⊙C 外？

（2）当 r 取什么值时，点 A 在⊙C 内，点 B 在⊙C 外．



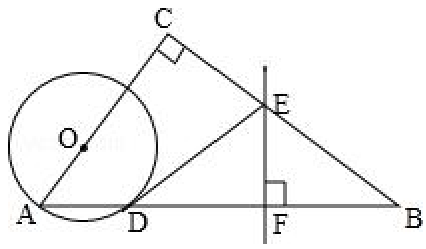
14．如图所示，已知⊙O 和直线 L，过圆心 O 作 $OP\perp L$，P 为垂足，A，B，C 为直线 L 上三个点，且 $PA=2cm$，$PB=3cm$，$PC=4cm$，若⊙O 的半径为 $5cm$，$OP=4cm$，判断 A，B，C 三点与⊙O 的位置关系．



15．如图，在△ABC 中，∠C=90°，点 O 在 AC 上，以 OA 为半径的⊙O 交 AB 于点 D，BD 的垂直平分线交 BC 于点 E，交 BD 于点 F，连接 DE．

（1）判断直线 DE 与⊙O 的位置关系，并说明理由；

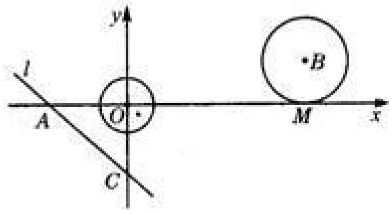
（2）若 AC=6，BC=8，OA=2，求线段 DE 的长．



16．如图，在平面直角坐标系中，以坐标原点 O 为圆心的⊙O 的半径为$\sqrt{2}-1$，直线 L：$y=-x-\sqrt{2}$与坐标轴分别交于 A、C 两点，点 B 的坐标为（4，1），⊙B 与 x 轴相切于点 M．

（1）求点 A 的坐标及∠CAO 的度数；

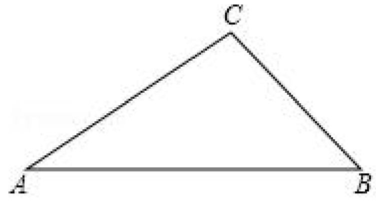
（2）⊙B 以每秒 1 个单位长度的速度沿 x 轴负方向平移，同时，直线 l 绕点 A 顺时针匀速旋转．当⊙B 第一次与⊙O 相切时，直线 L 也恰好与⊙B 第一次相切．问：直线 AC 绕点 A 每秒旋转多少度？



17．已知：如图，在△ABC 中，∠ABC=45°，$tanA=\frac{3}{4}$，AB=14，

（1）求：△ABC 的面积；

（2）若以 C 为圆心的圆 C 与直线 AB 相切，以 A 为圆心的圆 A 与圆 C 相切，试求圆 A 的半径．



18．两圆外切，圆心距为 5，它们的半径分别为 R、r，若 R、r 分别是关于 x 的方程 $x^2-m(m-4)x+5-m=0$ 的两个根，求 m 的值．

19．如图，已知矩形 $ABCD$ 中，$BC=6$，$AB=8$，延长 AD 到点 E，使 $AE=15$，连接 BE 交 AC 于点 P．

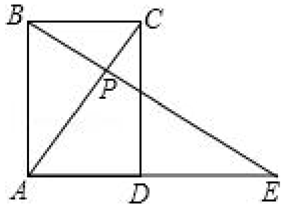
（1）求 AP 的长；

（2）若以点 A 为圆心，AP 为半径作⊙A，试判断线段 BE 与⊙A 的位置关系并说明理由；

（3）已知以点 A 为圆心，r_1 为半径的动⊙A，使点 D 在动⊙A 的内部，点 B 在动⊙A 的外部．

①求动⊙A 的半径 r_1 的取值范围；

②若以点 C 为圆心，r_2 为半径的动⊙C 与动⊙A 相切，求 r_2 的取值范围．

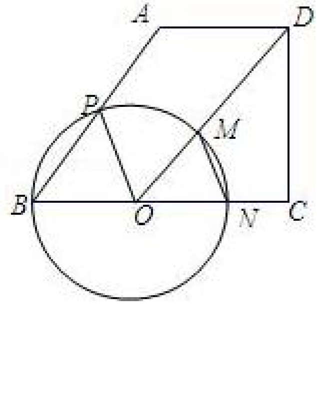


20．如图：已知，四边形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，$DC\perp BC$，已知 $AB=5$，$BC=6$，$\cos B=\frac{3}{5}$，点 O 为 BC 边上的一个动点，连接 OD，以 O 为圆心，BO 为半径的⊙O 分别交边 AB 于点 P，交线段 OD 于点 M，交射线 BC 于点 N，连接 MN．

（1）当 $BO=AD$ 时，求 BP 的长；

（2）点 O 运动的过程中，是否存在 $BP=MN$ 的情况？若存在，请求出当 BO 为多长时 $BP=MN$；若不存在，请说明理由；

（3）在点 O 运动的过程中，以点 C 为圆心，CN 为半径作⊙C，请直接写出当⊙C 存在时，⊙O 与⊙C 的位置关系，以及相应的⊙C 半径 CN 的取值范围．



第十一讲　圆的综合运用 2

——与圆有关的分类讨论

【基础题】 1、平面内一点 P 到⊙O 的最长距离 10，最短距离 2，则⊙O 的半径为________

2、⊙O 的半径为 5，一条直线上的点与圆心 O 的距离也是 5，则该直线与⊙O 的位置关系________

题组 2

1、⊙O 的半径为 5，弦 AB∥CD，AB=6, CD=8, 则 AB 与 CD 的距离为____________

2、⊙O 的半径为 5，弦 AB= $5\sqrt{3}$, AC= $5\sqrt{2}$, 则∠BAC=____________

题组 3

1、 ΔABC 中，AB=AC=5, cosB= $\frac{3}{5}$, ⊙O 的半径为 $\sqrt{10}$,且经过 B、C 两点，则 AO=________

2、ΔABC 内接于半径为 5 的⊙O 中，AB=AC，BC=8,则 AB=__________

题组 4

1、⊙ O_1 与⊙ O_2 相切，⊙ O_1 的半径 4， O_1O_2 =5 ，则⊙ O_2 的半径_________

2、⊙ O_1 的半径 4，⊙ O_2 的半径 5 ，⊙ O_1 与⊙ O_2 相切，则 O_1O_2 =__________

3、⊙ O_1 的半径 4，⊙ O_2 的半径 5 ，⊙ O_1 与⊙ O_2 无公共点，则 O_1O_2 满足________

题组 5

1、⊙ O_1 的半径 4，⊙ O_2 的半径 5 ，⊙ O_1 与⊙ O_2 相交与 A、B 两点，AB=6,则 O_1O_2 =________

2、⊙ O_1 与⊙ O_2 相交与 A、B 两点，AB 是⊙ O_1 中内接正四边形的一边，又是⊙ O_2 中内接正三角形的一边，若 AB=6，则 O_1O_2 =__________

【中档题】

1、$Rt\Delta ABC$中，∠ABC= $90°$, AB=3, BC=4, 以 B 为圆心作⊙B 与斜边 AC 相切，又以 A 为圆心作⊙A 与⊙B 相切，求⊙A 的半径长。

2、$Rt\Delta ABC$中，∠ABC=$90°$，AB=3，BC=4，以 B 为圆心作⊙B 与斜边 AC 相离，又以 A 为圆心作⊙A 与⊙B 相离，求⊙A 的半径的取值范围。

【压轴题】

1、ΔABC 中，AB=AC=5， BC=6，点 D 为边 BC 上的一个动点（不与 B 重合），过点 D 作射线 DE 交 AB 边于点 E，使∠BDE=∠A，以 D 为圆心，DC 长为半径作⊙D，

（1） 设 BD=x，AE=y，求 y 关于 x 的函数关系式，并写出定义域；

（2） 当⊙D 与 AB 边相切时，求 BD 的长；

（3） 如果⊙E 是以 E 为圆心，AE 长为半径的圆，那么当 BD 为多少时，⊙D 与⊙E 相切？

2、抛物线 $y = x^2 - bx$ 与 x 轴正半轴相交于点 A，点 B(m，-3)为抛物线上一点，ΔOAB 的面积等于 6.

（1） 求该抛物线的解析式和点 B 的坐标；

（2） 设 C 为该抛物线的顶点，⊙C 的半径长为 2，以抛物线对称轴上一点 P 为圆心，线段 PO 长为半径作⊙P，如果⊙P 与⊙C 相切，求点 P 的坐标。

第十二讲　　统计初步

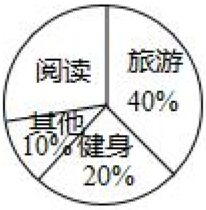
一．选择题（共 8 小题）

1．为了解某市参加中考的 32000 名学生的体重情况，抽查了其中 1500 名学生的体重进行统计分析，下列叙述正确的是（　　）

A．32000 名学生是总体　　*B*．每名学生是总体的一个个体

C．1500 名学生的体重是总体的一个样本　　*D*．以上调查是普查

2．某企业为了解职工业余爱好，组织对本企业 150 名职工业余爱好进行调查，制成了如图所示的扇形统计图，则在被调查的职工中，爱好旅游和阅读的人数分别是（　　）



A．45，30　*B*．60，40　*C*．60，45　*D*．40，45

3．为了解某市老人的身体健康状况，需要抽取部分老人进行调查，下列抽取老人的方法最合适的是（　　）

A．随机抽取 100 位女性老人　　*B*．随机抽取 100 位男性老人

C．随机抽取公园内 100 位老人　　*D*．在城市和乡镇各选 10 个点，每个点任选 5 位老人

4．下列调查中，最适合采用全面调查（普查）方式的是（　　）

A．对重庆市初中学生每天阅读时间的调查　　*B*．对端午节期间市场上粽子质量情况的调查

C．对某批次手机的防水功能的调查　　*D*．对某校九年级 3 班学生肺活量情况的调查

5．学习全等三角形时，数学兴趣小组设计并组织了“生活中的全等”的比赛，全班同学的比赛结果统计如下表：

得分（分）	60	70	80	90	100
人数（人）	7	12	10	8	3

则得分的众数和中位数分别为（　　）

A．70 分，70 分　*B*．80 分，80 分　*C*．70 分，80 分　*D*．80 分，70 分

6．某 6 人活动小组为了解本组成员的年龄情况，作了一次调查，统计的年龄如下（单位：岁）：12，13，14，15，15，15，这组数据中的众数，平均数分别为（　　）

A．12，14　*B*．12，15　*C*．15，14　*D*．15，13

7．小广、小娇分别统计了自己近 5 次数学测试成绩，下列统计量中能用来比较两人成绩稳定性的是（　　）

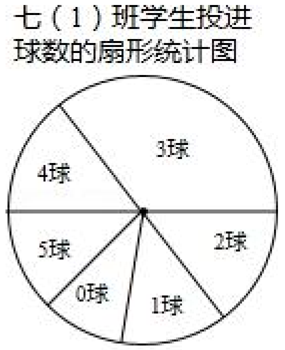
A．方差 *B*．平均数　*C*．众数 *D*．中位数

8．样本数据 3，2，4，a，8 的平均数是 4，则这组数据的众数是（　　）

A．2　　B．3　　C．4　　D．8

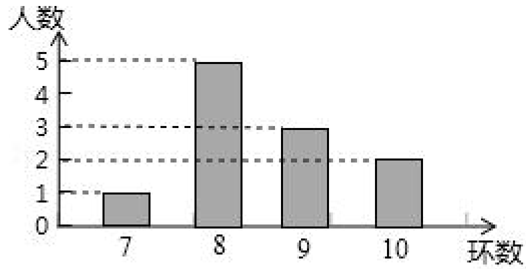
二．填空题（共 12 小题）

9．七（1）班举行投篮比赛，每人投 5 球．如图是全班学生投进球数的扇形统计图，则投进球数的众数是_______．



第 9 题

第 10 题



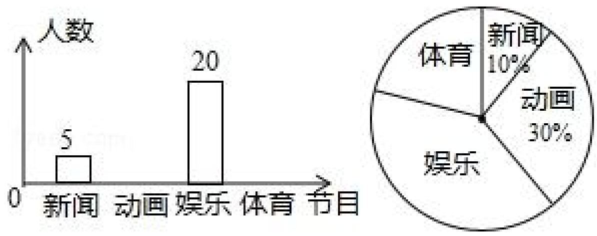
第 12 题

10．某企业今年第一季度各月份产值占这个季度总产值的百分比如图所示，又知二月份产值是 72 万元，那么该企业第一季度月产值的平均数是_______万元．

11．彭山的枇杷大又甜，在今年 5 月 18 日“彭山枇杷节”期间，从山上 5 棵枇杷树上采摘到了 200 千克枇杷，请估计彭山近 600 棵枇杷树今年一共收获了枇杷_______千克．

12．某射击俱乐部将 11 名成员在某次射击训练中取得的成绩绘制成如图所示的条形统计图．由图可知，11 名成员射击成绩的中位数是_______环．

13．如图是小强根据全班同学喜爱四类电视节目的人数而绘制的两幅不完整的统计图，则喜爱“体育”节目的人数是_______人．

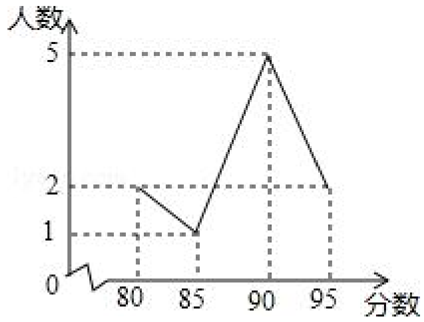


14．红树林中学共有学生 1600 人，为了解学生最喜欢的课外体育运动项目的情况，学校随机抽查了 200 名学生，其中有 85 名学生表示最喜欢的项目是跳绳，则可估计该校学生中最喜欢的课外体育运动项目为跳绳的学生有_______人．

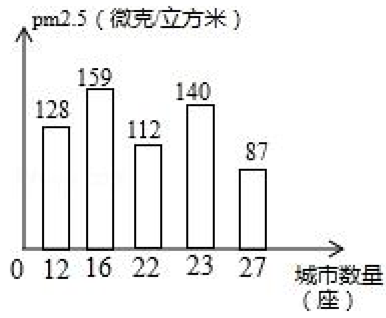
15．甲、乙、丙、丁四名射击运动员分别连续射靶 10 次，他们各自的平均成绩及其方差如表所示，如果选一名成绩好且发挥稳定的运动员参赛，则应选择的运动员是_______．

	甲	乙	丙	丁
平均成绩（环）	8.6	8.4	8.6	7.6
方差	0.94	0.74	0.56	1.92

16．在学校的歌咏比赛中，10 名选手的成绩如统计图所示，则这 10 名选手成绩的众数是_______．



第 16 题



第 20 题

17．为了了解某班数学成绩情况，抽样调查了 13 份试卷成绩，结果如下：3 个 140 分，4 个 135 分，2 个 130 分，2 个 120 分，1 个 100 分，1 个 80 分．则这组数据的中位数为_______分．

18．一个样本为 1，3，2，2，a，b，c，已知这个样本的众数为 3，平均数为 2，则这组数据的中位数为_______．

19．一组数据﹣2，1，0，﹣1，2 的方差为_______．

20．如图是我校某班同学随机抽取的我国 100 座城市 2017 年某天当地 $pm2.5$ 值的情况的条形统计图，那么本次调查中，$pm2.5$ 值的中位数为_______微克/立方米．

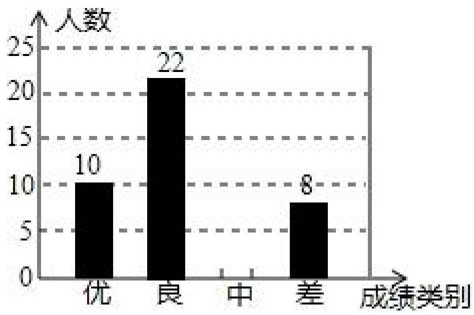
三．解答题（共 4 小题）

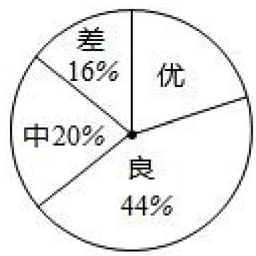
21．为评估九年级学生的学习成绩状况，以应对即将到来的中考做好教学调整，某中学抽取了部分参加考试的学生的成绩，绘制成了如下两幅不完整的统计图，请根据图中提供的信息解答下列问题：

（1）本次调查共抽取了多少名学生？

（2）通过计算补全条形统计图；

（3）该校九年级共有 1000 人参加了这次考试，请估算该校九年级共有多少名学生的学习成绩达到优秀．





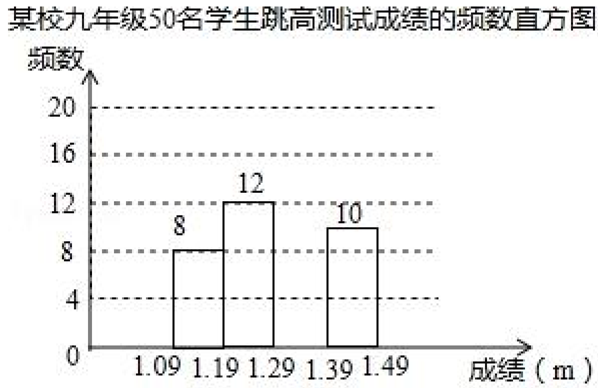
22．为了了解某校九年级学生的跳高水平，随机抽取该年级 50 名学生进行跳高测试，并把测试成绩绘制成如图所示的频数表和未完成的频数直方图（每组含前一个边界值，不含后一个边界值）.

某校九年级 50 名学生跳高测试成绩的频数表

组别（m）	频数
1.09～1.19	8
1.19～1.29	12
1.29～1.39	a
1.39～1.49	10

（1）求 a 的值，并把频数直方图补充完整；

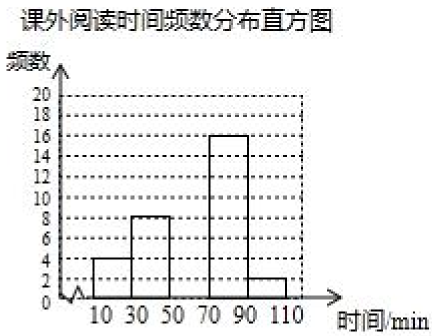
（2）该年级共有 500 名学生，估计该年级学生跳高成绩在 1.29m（含 1.29m）以上的人数.



23．某学校为了解学生的课外阅读情况，随机抽取了 50 名学生，并统计他们平均每天的课外阅读时间 t（单位：min），然后利用所得数据绘制成如图不完整的统计图表.

课外阅读时间频数分布表

课外阅读时间 t	频数	百分比
$10\le t<30$	4	8%
$30\le t<50$	8	16%
$50\le t<70$	a	40%
$70\le t<90$	16	b
$90\le t<110$	2	4%
合计	50	100%



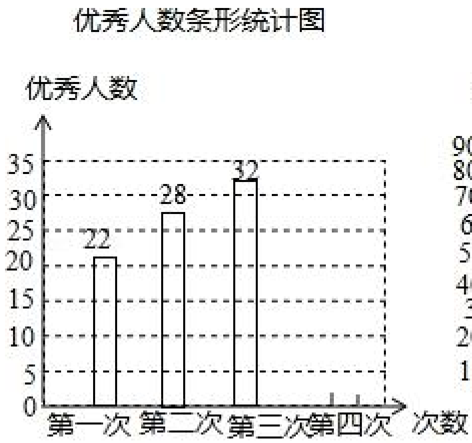
请根据图表中提供的信息回答下列问题：

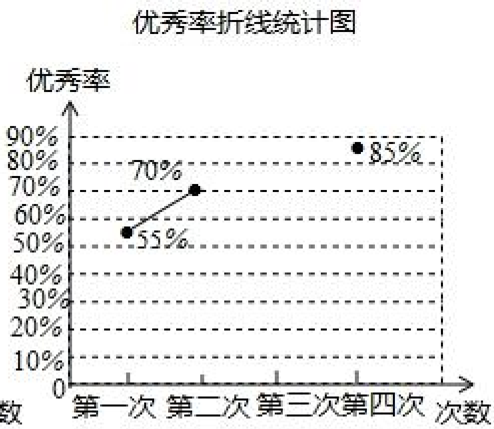
（1）$a=$________，$b=$________；

（2）将频数分布直方图补充完整；

（3）若全校有 900 名学生，估计该校有多少学生平均每天的课外阅读时间不少于 50min？

24．为了参加学校举行的传统文化知识竞赛，某班进行了四次模拟训练，将成绩优秀的人数和优秀率绘制成如下两个不完整的统计图：





请根据以上两图解答下列问题：

（1）该班总人数是________；

（2）根据计算，请你补全两个统计图；

（3）观察补全后的统计图，写出一条你发现的结论．