高二数学寒假班基础教案

目录

第一章节　复数

知识梳理 1

1.虚数单位 i：

(1)它的平方等于-1，即　$i^2=-1$；

(2)实数可以与它进行四则运算，进行四则运算时，原有加、乘运算律仍然成立.

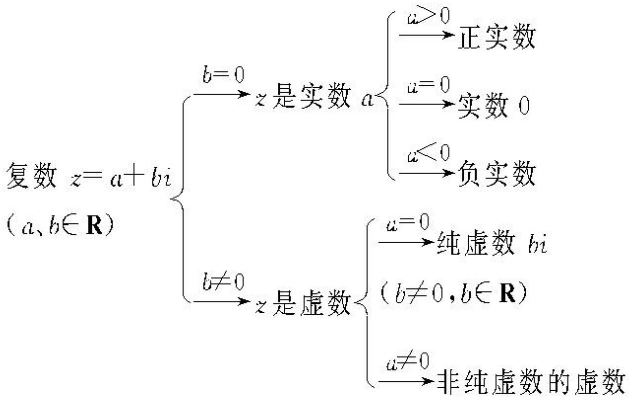
2. i 与－1 的关系：i 就是－1 的一个平方根，即方程 $x^2=-1$ 的一个根，方程 $x^2=-1$ 的另一个根是－i！

3. i 的周期性：$i^{4n+1}=i$，$i^{4n+2}=-1$，$i^{4n+3}=-i$，$i^{4n}=1$。

4.复数的定义：形如 $a+bi(a,b\in R)$ 的数叫复数，a 叫复数的实部，b 叫复数的虚部。全体复数所成的集合叫做复数集，用字母 C 表示*。

3. 复数的代数形式：复数通常用字母 z 表示，即 $z=a+bi(a,b\in R)$，把复数表示成 $a+bi$ 的形式，叫做复数的代数形式。

4. 复数与实数、虚数、纯虚数及 0 的关系：对于复数 $a+bi(a,b\in R)$，当且仅当 $b=0$ 时，复数 $a+bi(a、b\in \mathbf{R})$是实数 a；当 $b\neq 0$ 时，复数 $z=a+bi$ 叫做虚数；当 $a=0$ 且 $b\neq 0$ 时，$z=bi$ 叫做纯虚数；当且仅当 $a=b=0$ 时，z 就是实数 0.



5.复数集与其它数集之间的关系：$\mathbf{N}\subsetneqq\mathbf{Z}\subsetneqq\mathbf{Q}\subsetneqq\mathbf{R}\subsetneqq\mathbf{C}$.

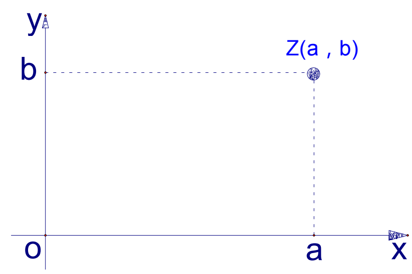
6. 两个复数相等的定义：如果两个复数的实部和虚部分别相等，那么我们就说这两个复数相等。

这就是说，如果 a，b，c，$d\in\mathbf{R}$，那么 $a+bi=c+di \Leftrightarrow a=c$，$b=d$。

复数相等的定义是求复数值，在复数集中解方程的重要依据。 一般地，两个复数只能说相等或不相等，而不能比较大小.如 $3+5i$ 与 $4+3i$ 不能比较大小.

现有一个命题："任何两个复数都不能比较大小"对吗？不对。 如果两个复数都是实数，就可以比较大小。 只有当两个复数不全是实数时才不能比较大小。

7. 复平面、实轴、虚轴：复数 $z=a+bi(a、b\in\mathbf{R})$与有序实数对$(a，b)$是一一对应关系。这是因为对于任何一个复数 $z=a+bi(a、b\in\mathbf{R})$，由复数相等的定义可知，可以由一个有序实数对$(a，b)$惟一确定，如 $z=3+2i$ 可以由有序实数对(3，2)确定，又如 $z=-2+i$ 可以由有序实数对(－2，1)来确定；又因为



有序实数对(a，b)与平面直角坐标系中的点是一一对应的，如有序实数对(3，2)它与平面直角坐标系中的点 A，横坐标为 3，纵坐标为 2，建立了一一对应的关系。 由此可知，复数集与平面直角坐标系中的点集之间可以建立一一对应的关系.

点 Z 的横坐标是 a，纵坐标是 b，复数 $z=a+bi$(a、$b\in\mathbf{R}$)可用点 $Z(a，b)$表示，这个建立了直角坐标系来表示复数的平面叫做复平面，也叫高斯平面，x 轴叫做实轴，y 轴叫做虚轴。

实轴上的点都表示实数。

对于虚轴上的点要除原点外，因为原点对应的有序实数对为(0，0)， 它所确定的复数是 $z=0+0i=0$ 表示是实数.故除了原点外，虚轴上的点都表示纯虚数。

在复平面内的原点(0，0)表示实数 0，实轴上的点(2，0)表示实数 2，虚轴上的点(0，－1)表示纯虚数$-i$，虚轴上的点(0，5)表示纯虚数 $5i$。

非纯虚数对应的点在四个象限，例如点(－2，3)表示的复数是$-2+3i$，$z=-5-3i$ 对应的点(－5，－3)在第三象限等等.

复数集 **C** 和复平面内所有的点所成的集合是一一对应关系，即

$$\boxed{\text{复数 } z=a+bi \xleftrightarrow{\text{一一对应}} \text{复平面内的点 } Z(a,b)}$$

这是因为，每一个复数有复平面内惟一的一个点和它对应；反过来，复平面内的每一个点，有惟一的一个复数和它对应.

这就是复数的一种几何意义.也就是复数的另一种表示方法，即几何表示方法.

三、讲解范例：

例 1 请说出复数 $2+3i,-3+\frac{1}{2}i,-\frac{1}{3}i,-\sqrt{3}-\sqrt{5}i$ 的实部和虚部，有没有纯虚数？

例 2 复数$-2i+3.14$ 的实部和虚部是什么？

例 3 实数 m 取什么数值时，复数 $z=m+1+(m-1)i$ 是:

(1)实数？ (2)虚数？ (3)纯虚数？

例 4 已知$(2x-1)+i=y-(3-y)i$，其中 x，$y\in\mathbf{R}$，求 x 与 y.

知识梳理 2

1．复数 z_1 与 z_2 的和的定义：$z_1+z_2=(a+bi)+(c+di)=(a+c)+(b+d)i$.

2. 复数 z_1 与 z_2 的差的定义：$z_1-z_2=(a+bi)-(c+di)=(a-c)+(b-d)i$.

3. 复数的加法运算满足交换律: $z_1+z_2=z_2+z_1$.

4. 复数的加法运算满足结合律: $(z_1+z_2)+z_3=z_1+(z_2+z_3)$

三、讲解范例：

例 1 计算：(5-6i)+(-2-i)-(3+4i)

例 2 计算：$(1-2i)+(-2+3i)+(3-4i)+(-4+5i)+\cdots+(-2002+2003i)+(2003-2004i)$

知识梳理 3：

1．乘法运算规则：

规定复数的乘法按照以下的法则进行：

设 $z_1=a+bi$，$z_2=c+di(a、b、c、d\in \mathbf{R})$是任意两个复数，那么它们的积$(a+bi)(c+di)=(ac-bd)+(bc+ad)i$.

其实就是把两个复数相乘，类似两个多项式相乘，在所得的结果中把 i^2 换成－1，并且把实部与虚部分别合并.两个复数的积仍然是一个复数.

2.乘法运算律：

(1)$z_1(z_2z_3)=(z_1z_2)z_3$

(2)$z_1(z_2+z_3)=z_1z_2+z_1z_3$

(3)$z_1(z_2+z_3)=z_1z_2+z_1z_3$.

3. 复数除法定义：满足(c+di)(x+yi)=(a+bi)的复数 x+yi(x,y∈R)叫复数 a+bi 除以复数 c+di 的商，记为：(a+bi)÷(c+di)或者 $\frac{a+bi}{c+di}$

4.除法运算规则：

$(a+bi)\div(c+di)=\frac{ac+bd}{c^2+d^2}+\frac{bc-ad}{c^2+d^2}i$.

5*.共轭复数：当两个复数的实部相等，虚部互为相反数时，这两个复数叫做互为共轭复数.虚部不等于 0 的两个共轭复数也叫做共轭虚数。

三、讲解范例：

例 1 计算(1-2i)(3+4i)(-2+i)

例 2 计算 $(1+2i)\div(3-4i)$。

例 3 计算 $\frac{(1-4i)(1+i)+2+4i}{3+4i}$。

例 4 已知 z 是虚数，且 $z+\frac{1}{z}$ 是实数，求证：$\frac{z-1}{z+1}$ 是纯虚数.

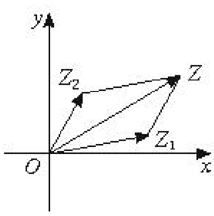
知识梳理 4：

1．复平面内的点 $Z(a,b)\xleftrightarrow{\text{一一对应}}$ 平面向量 $\overrightarrow{OZ}$

2. 复数 $z=a+bi \xleftrightarrow{\text{一一对应}}$ 平面向量 $\overrightarrow{OZ}$

3.复数加法的几何意义：

设复数 $z_1=a+bi$，$z_2=c+di$，在复平面上所对应的向量为 $\overrightarrow{OZ_1}$、$\overrightarrow{OZ_2}$，即 $\overrightarrow{OZ_1}$、$\overrightarrow{OZ_2}$ 的坐标形式为 $\overrightarrow{OZ_1}=(a，b)$，$\overrightarrow{OZ_2}=(c，d)$。以 $\overrightarrow{OZ_1}$、$\overrightarrow{OZ_2}$ 为邻边作平行四边形 OZ_1ZZ_2，则对角线 OZ 对应的向量是 $\overrightarrow{OZ}$，



∴ $\overrightarrow{OZ}=\overrightarrow{OZ_1}+\overrightarrow{OZ_2}$=(*a*，*b*)+(*c*，*d*)=(*a*+*c*，*b*+*d*)＝(*a*+*c*)+(*b*+*d*)*i*

4. 复数减法的几何意义：复数减法是加法的逆运算，设 $z=(a-c)+(b-d)i$，所以 $z-z_1=z_2$，$z_2+z_1=z$，由复数加法几何意义，以 $\overrightarrow{OZ}$ 为一条对角线，$\overrightarrow{OZ_1}$ 为一条边画平行四边形，那么这个平行四边形的另一边 OZ_2 所表示的向量 $\overrightarrow{OZ_2}$ 就与复数 $z-z_1$ 的差 $(a-c)+(b-d)i$ 对应。由于 $\overrightarrow{OZ_2}=\overrightarrow{Z_1Z}$，所以，两个复数的差 $z-z_1$ 与连接这两个向量终点并指向被减数的向量对应.

三、讲解范例：

例 1 已知复数 $z_1=2+i$，$z_2=1+2i$ 在复平面内对应的点分别为 *A*、*B*，求 $\overrightarrow{AB}$ 对应的复数 *z*，*z* 在平面内所对应的点在第几象限？

例 2 复数 $z_1=1+2i$，$z_2=-2+i$，$z_3=-1-2i$，它们在复平面上的对应点是一个正方形的三个顶点，求这个正方形的第四个顶点对应的复数.

知识梳理 6：

1、复数的共轭与模：

（1） $z\in R\Leftrightarrow z=\overline{z}$；$z$ **是纯虚数** $\Rightarrow z=-\overline{z}$**，反之不成立；**

（2）复数 $z=a+bi$ **与点** $Z(a,b)$ **是一一对应关系，另：** z **与** $\overline{z}$ **关于** x **轴对称，** $|z|$ **表示** z **对应点与原点的距离。**

2、复数共轭运算性质： $\overline{z_1+z_2}=\overline{z_1}+\overline{z_2},\overline{z_1\cdot z_2}=\overline{z_1}\cdot\overline{z_2},\overline{\left(\dfrac{z_1}{z_2}\right)}=\dfrac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}}$；

3、复数模的运算性质： $|z_1z_2|=|z_1||z_z|,\left|\dfrac{z_1}{z_2}\right|=\dfrac{|z_1|}{|z_2|}(z_2\neq 0),|z^n|=|z|^n$。

4、复数的模与共轭的练习： $|z|^2=z\cdot\overline{z}$。

典型例题：

例 1 求 $\left|\dfrac{\sqrt{2}i(-4+3i)(1-i)}{(\sqrt{3}+i)(\sqrt{3}-1)(1+2i)}\right|$

例 2 已知 $\dfrac{z}{z-1}$ 是纯虚数，求 z 在复平面内对应点的轨迹.

例 3 设 z 为复数，$M=\{z|(z-1)^2=|z-1|^2\}$，那么（　　）

A．$M=\{$纯虚数$\}$　　B．$M=\{$实数$\}$

C．$\{$实数$\}\subset M\subset\{$复数$\}$　D．$M=\{$虚数$\}$

例 4 若 $f(z)=2z+\overline{z}-3i$，$f(\overline{z}+i)=6-3i$，试求 $f(-z)$.

知识梳理：

1.有关复数的几个重要结论：

1）$(1\pm i)^2=\pm 2i$；$(a\pm ai)^2=\pm 2a^2 i$；$(\frac{1\pm i}{\sqrt{2}})^2=\pm i$；$\frac{a+bi}{b-ai}=i$；$\frac{a-bi}{b+ai}=-i$。

2）共轭复数的运算性质：

$\overline{z_1\pm z_2}=\overline{z_1}\pm\overline{z_2}$；$\overline{z_1\cdot z_2}=\overline{z_1}\cdot\overline{z_2}$；$\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)}=\frac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}}(z_2\neq 0)$；$\overline{z^n}=\left(\overline{z}\right)^n$；$z\cdot\overline{z}=|z|^2$；

$z+\overline{z}=2\operatorname{Re}z$；$z-\overline{z}=2\operatorname{Im}z$。

3）两个复数的和与差、积与商的模：

$||z_1|-|z_2||\le|z_1\pm z_2|\le|z_1|+|z_2|$；$\left|\frac{z_1}{z_2}\right|=\frac{|z_1|}{|z_2|}(z_2\neq 0)$；$|z_1\cdot z_2|=|z_1|\cdot|z_2|$；$|z^n|=|z|^n$。

重要结论

（1）　对复数 z 、z_1、z_2 和自然数 m、n，有

$z^m\bullet z^n=z^{m+n}$，$(z^m)^n=z^{mn}$，$(z_1\bullet z_2)^n=z_1{}^n\bullet z_2{}^n$

(2)　$i^1=i$，$i^2=-1$，$i^3=-i$，$i^4=1$；

$i^{4n+1}=1$，$i^{4n+2}=-1$，$i^{4n+3}=-i$，$i^{4n}=1$.

(3)　$(1\pm i)^2=\pm 2i$，　$\frac{1-i}{1+i}=-i$，$\frac{1+i}{1-i}=i$.

(4) 设 $\omega=\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$，$\omega^2=\varpi$，$\overline{\omega^2}=\omega$，$1+\omega+\omega^2=0$，$\omega^{3n}=\overline{\omega^{3n}}$，

$\omega^n+\omega^{n+1}+\omega^{n+2}=0$

2. 复数的平方根和立方根

（1）在复数集 C 内，如果 $a+bi,c+di\ (a,b,c,d\in R)$ 满足：

$$(a+bi)^2=c+di$$

则称$a+bi$ 是$c+di$的一个平方根.

（2）类似地，若复数z_1 , z_2满足$z_1^3=z_2$，则称z_1是z_2的立方根.求一个复数的立方根或更高次的方根需要进一步的复数知识.下面我们只研究与 1 有关的立方根.

2、复数的立方根

类似地，若复数z_1 , z_2满足$z_1^3=z_2$，则称z_1是z_2的立方根. 求一个复数的立方根或更高次的方根需要进一步的复数知识. 下面我们研究 1 的立方根.

例题选讲

设$\omega=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$，求证：

（1） ω , ω^2 , 1都是 1 的立方根；（2） $1+\omega+\omega^2=0$

[说明]任何一个复数的立方根都对应三个复数，其中一个为实数，另二个共轭虚数.

3. 对实系数一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ (a、b、c∈R，且 a≠0)有哪些认识？

⊿判别式：当⊿＝b^2-4ac＞0 时，方程有两个不等的实数根；

当⊿＝b^2-4ac＝0 时，方程有两个相等的实数根；

当⊿＝b^2-4ac＜0 时，方程有没有实数根。

韦达定理：设方程的两个根为 x_1、x_2，则有 $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$，$x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}$

求根公式：当⊿＞0 时，方程两根为 $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

思考：在复数集范围内是否仍然成立？

当⊿＜0 即 $b^2-4ac<0$ 时，

由 $ax^2+bx+c=0$ 知道： $(x+\frac{b}{2a})^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}<0$

$\because \frac{b^2-4ac}{4a^2}$的平方根为$\pm\frac{\sqrt{4ac-b^2}}{2a}i$

∴方程有**一对共轭虚根**：$x=-\frac{b}{2a}\pm\frac{\sqrt{4ac-b^2}}{2a}i$（求根公式）

显然，仍然满足韦达定理：$x_1+x_2=-\frac{b}{a}$，$x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}$

结论：(1)实系数一元二次方程有虚根必定成对出现；(2)实系数一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 在复数范围内总有两个解 x_1、x_2，总可以进行因式分解：$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$

1、实系数一元二次方程的根的情况：

对方程$ax^2+bx+c=0$（其中$a,b,c\in R$且$a\neq 0$），令$\Delta=b^2-4ac$，

当$\Delta>0$时，方程有两个不相等的实数根。

当Δ=0 时，方程有两个相等的实根；

当$\Delta<0$时，方程有两个共轭虚根：$x_1=\dfrac{-b+\sqrt{-\Delta}i}{2},x_2=\dfrac{-b-\sqrt{-\Delta}i}{2}$。

2、复系数一元二次方程根的情况：

对方程$ax^2+bx+c=0,x=\dfrac{-b+\Delta\text{的平方根}}{2a}$；

3、一元二次方程的根与系数的关系：

若方程$ax^2+bx+c=0$**（其中**$a,b,c\in R$**且**$a\neq 0$**）的两个根为**x_1**、**x_2**，则**$\begin{cases}x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}\\ x_1x_2=\dfrac{c}{a}\end{cases}$；

（二）例题选讲

例 1 求下列复数的平方根

(1)$7-24i$　　　　(2)　$4i$

例 2 设$\omega=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$，求证：

（1）$\omega,\omega^2,1$都是 1 的立方根；（2）$1+\omega+\omega^2=0$

例 3　利用 1 的立方根，求复数 64 的立方根

例 4　计算下列各式的值

(1) $(-\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i)^8$　　　　(2) $(1-\sqrt{3}i)^6$

例 5. 在复数集中解方程：　$x^2-4x+8=0$

例 6.　已知方程 $x^2-px+1=0$ ($p\in R$)的两根为 x_1、x_2，若$|x_1-x_2|=1$，求实数 p 的值。

例 7. 若关于 x 的方程 $2x^2+3ax+a^2-a=0$ 至少有一个根的模为 1，求实数 a。

例 8. 设 α、β 是实系数方程 $ax^2+bx+c=0\ (a\neq 0)$的两根，α 是虚数且 $\frac{\alpha^2}{\beta}$ 是实数，求 $\frac{\alpha}{\beta}$ 的值。

例 9. 已知复数 z_1、z_2 满足$|z_1|=|z_2|=1$，且 $z_1+z_2=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$，求 z_1、z_2 的值。

变式：已知复数 z_1、z_2 满足$|z_1|=|z_2|=|z_1+z_2|=1$，求 $\frac{z_1}{z_2}$ 的值。

例 10. 设 z 是虚数，$\omega=z+\frac{1}{z}$ 是实数，且$-1<\omega<2$。(1)求$|z|$的值及 $\mathrm{Re}(z)$的取值范围；(2)设 $\mu=\frac{1-z}{1+z}$。求证：μ 是纯虚数；(3)求 $\omega-\mu^2$ 的最小值。

第二章节 计数原理

一、知识梳理

分类加法计数原理：完成一件事，可有 n 类办法，在第一类办法中有 m_1 种方法，在第二类办法中有 m_2 种方法，……，在第 n 类办法中有 m_n 种方法，则完成这件事情，共有 N＝①_______种不同的方法.

分步乘法计数原理：完成一件事情需要经过 n 个步骤，缺一不可，完成第一步有 m_1 种不同的方法，完成第二步有 m_2 种不同的方法，……，完成第 n 步有 m_n 种不同的方法，那么完成这件事情共有 N＝②_____种不同的方法.

分类加法计数原理与分步乘法计数原理区别与联系：分类加法计数原理与分步乘法计数原理，都涉及③____的不同方法的种数。它们的区别在于：分类加法计数

原理与

④______有关，各种方法⑤______，用其中的任一种方法都可以完成这件事；分

步乘法计数原理与⑥____有关，

各个步骤⑦_____，只有各个步骤都完成了，这件事才算完成.

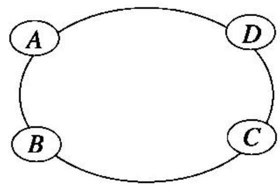
二、习题精练

[基础题]

1.从 3 名女同学和 2 名男同学中选 1 人主持本班的某次主题班会，则不同的选法种数为________

2．将 3 封信投入 4 个信箱，最多的投法有___________

3.右图是某汽车维修公司的维修点环形分布图，公司在年初分配给 A、B、 C、D 四个维修点某种配件各 50 件.在使用前发现需将 A、B、C、D 四个维修点的这批配件分别调整为 40、45、54、61 件，但调 整只能在相邻维修点之间进行，那么要完成上述调整，最少的调动件次（n 件配件从一个维修点调整到相邻维修点的调动件次为 n）为_____________

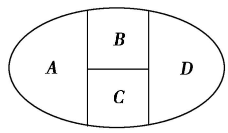


4．60 的正约数有____________ 个.

5．三位数中，如果十位上的数字比百位上的数字和个位上的数字都小，则称这个数为凹数，如 635,729,868 等，所有的三位凹数的个数是________.

6. 有四位老师在同一年级的 4 个班级中, 各教一个班的数学, 在数学考试时, 要求每位老师均不在本班监考, 则安排监考的方法总数是________种.

7. 如图，用 6 种不同的颜色把图中 A、B、C、D 四块区域分开，若相邻区域不能涂同一种颜色，则不同的涂法共有________种.



8．五名学生报名参加四项体育比赛，每人限报一项，则报名方法的种数为________．五名学生争夺四项比赛的冠军(冠军不并列)，获得冠军的可能性有________种.

9．三个人踢毽，互相传递，每人每次只能踢一下，由甲开始踢，经过 5 次传递后，毽又被踢回给甲，则不同的传递方式共有________种.

[提高题]

1．如果一条直线与一个平面平行，那么称此直线与平面构成一个“平行线面组”．在一个长方体中，由两个顶点确定的直线与含有四个顶点的平面构成的“平行线面组”的个数是________.

2．数字 1,2,3，⋯，9 这九个数字填写在如图的 9 个空格中，要求每一行从左到右依次增大，每列从上到下也依次增大，当数字 4 固定在中心位置时,则所有填写空格的方法共有________种.

	4	

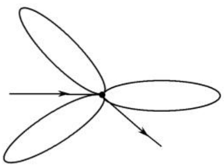
3．8 名世界网球顶级选手在上海大师赛上分成两组，每组各 4 人，分别进行单循环赛，每组决出前两名，再由每组的第一名与另一组的第二名进行淘汰赛，获胜者角逐冠、亚军，败者角逐第 3、4 名，大师赛共有________场比赛.

4．从集合 $U=\{a，b，c，d\}$ 的子集中选出 4 个不同的子集，需同时满足以下两个条件：

(1)∅，U 都要选出；

(2)对选出的任意两个子集 A 和 B，必有 $A\subseteq B$ 或 $A\supseteq B$. 那么，共有________种不同的选法.

5．一植物园参观路径如图所示，若要全部参观并且路线不重复，则不同的参观路线种数共有________种.



6．只用 1,2,3 三个数字组成一个四位数，规定这三个数必须同时使用，且同一数字不能相邻出现，这样的四位数有 (　　)

A．6 个　　B．9 个　　C．18 个　　D．36 个

7．已知集合 M∈{1，－2,3}，N∈{－4,5,6，－7}，从两个集合中各取一个元素作为点的坐标，则这样的坐标在直角坐标系中可表示第一、二象限内不同的点的个数是 (　　)

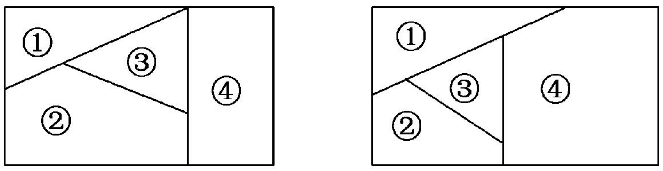
A．18　　B．10　　C．16　　D．14

8．为了迎接庆祝会，某大楼安装 5 个彩灯，它们闪亮的顺序不固定，每个彩灯彩灯闪亮只能是红、橙、黄、绿、蓝中的一种颜色，且这 5 个彩灯所闪亮的颜色各不相同．记这 5 个彩灯有序地闪亮一次为一个闪烁，在每个闪烁中，每秒钟有且仅有一个彩灯闪亮，而相邻两个闪烁的时间间隔均为 5 秒。如果要实现所有不同的闪烁，那么需要的时间至少是（　　）

A、 1205 秒　　B.1200 秒　　C.1195 秒　　D.1190 秒

9．“渐升数”是指每个数字比它左边的数字大的正整数（如 1 458)，若把四位“渐升数”按从小到大的顺序排列，则第 30 个数为 _______.

10．用 n 种不同的颜色为下列两块广告牌着色(如图甲、乙)，要求在①②③④四个区域中相邻(有公共边界)的区域不用同一颜色．

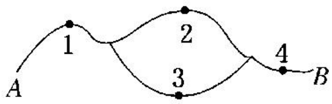


甲　　　　乙

(1)若 n＝6，则为甲图着色的不同方法共有____种；

(2)若为乙图着色时共有 120 种不同方法，则 n＝____.

11. 如图所示，在 A，B 间有四个焊接点，若焊接点脱落，则可能导致电路不通. 今发现 A，B 之间线路不通，则焊接点脱落的不同情况有___种.



12．现有高一四个班学生 34 人，其中一、二、三、四班各 7 人、8 人、9 人、10 人，他们自愿组成数学课外小组.

(1)选其中一人为负责人，有多少种不同的选法？

(2)每班选一名组长，有多少种不同的选法？

(3)推选二人作中心发言，这二人需来自不同的班级，有多少种不同的选法？

第三章节　　排列组合

一、知识梳理

1. ⑴排列的定义：从 n 个不同的元素中任取 $m(m\leqslant n)$个元素，按照一定顺序排成一列，叫做从 n 个不同元素中取出 m 个元素的一个排列.

⑵排列数的定义：从 n 个不同元素中取出 $m(m\leqslant n)$个元素排成一列，称为从 n 个不同元素中取出 m 个元素的一个排列. 从 n 个不同元素中取出 m 个元素的一个排列数， 用符号 A_n^m 表示. 其中 n，$m\in N^*$，并且 $m\leq n$.

⑶排列数公式：$P_n^m = n(n-1)\cdots(n-m+1) = \dfrac{n!}{(n-m)!}(m\leqslant n, n, m\in N)$

当 $m=n$ 时，排列称为全排列，排列数为 $P_n^n = n\times(n-1)\times\cdots\times2\times1$ 记为 $n!$, 且规定 O!=1.

注：$n\cdot n! = (n+1)! - n!$ ；$P_n^m = nP_{n-1}^{m-1}$

2. ⑴组合的定义: 从 n 个不同的元素中任取 $m(m\leqslant n)$个元素并成一组，叫做从 n 个不同元素中取出 m 个元素的一个组合.

⑵组合数的定义: 从 n 个不同的元素中取出 $m(m\leqslant n)$个元素的所有组合数，叫做从 n 个不同元素中取出 m 个元素的组合数．用符号 C_n^m 表示.

⑶组合数公式: $C_n^m = \dfrac{A_n^m}{A_m^m} = \dfrac{n(n-1)\cdots(n-m+1)}{m!} = \dfrac{n!}{m!(n-m)!}$.

规定 $C_n^0 = 1$，其中 m，$n\in N_+$，$m\leqslant n$.

注: 排列是“排成一排”，组合是“并成一组”, 前者有序而后者无序.

⑷组合数的两个性质:

① $C_n^m = C_n^{n-m}$；　从 n 个不同元素中取出 m 个元素后就剩下 n-m 个元素，因此从 n 个不同元素中取出 n-m 个元素的方法是一一对应的，因此是一样多的.

② $C_n^{m-1} + C_n^m = C_{n+1}^m$　根据组合定义与加法原理得；在确定 n+1 个不同元素中取 m 个元素方法时，对于某一元素，只存在取与不取两种可能，如果取这一元素，则需从剩下的 n 个元素中再取 m-1 个元素，所以有 C_n^{m-1}，如果不取这一元素，则需从剩余 n 个元素中取出 m 个元素，所以共有 C_n^m 种，依分类原理有 $C_n^{m-1} + C_n^m = C_{n+1}^m$.

二、习题精练

[基础题]

1、将 3 个不同的小球放入 4 个盒子中，则不同放法种数有（ ）

A、81　　B、64　　C、12　　D、14

2、n∈N 且 n<55，则乘积（55-n）（56-n）……（69-n）等于（）

A、P_{69-n}^{55-n}　　B、P_{69-n}^{15}　　C、P_{55-n}^{15}　　D、P_{69-n}^{14}

3、用 1，2，3，4 四个数字可以组成数字不重复的自然数的个数（）

A、64　　B、60　　C、24　　D、256

4、3 张不同的电影票全部分给 10 个人，每人至多一张，则有不同分法的种数是（）

A、2160　　B、120　　C、240　　D、720

5、要排一张有 5 个独唱和 3 个合唱的节目表，如果合唱节目不能排在第一个，并且合唱节目不能相邻，则不同排法的种数是（）

A、$P_3^3P_8^5$　　B、$P_5^5P_4^3$　　C、$P_5^5P_5^3$　　D、$P_5^5P_6^3$

6、5 个人排成一排，其中甲、乙两人至少有一人在两端的排法种数有（）

A、P_3^3　　B、$4P_3^3$　　C、$P_5^5-P_3^2P_3^3$　　D、$P_2^2P_3^3+P_2^1P_3^1P_3^3$

7、用数字 1，2，3，4，5 组成没有重复数字的五位数，其中小于 50000 的偶数有（）

A、24　　B、36　　C、46　　D、60

8、某班委会五人分工，分别担任正、副班长，学习委员，劳动委员，体育委员，其中甲不能担任正班长，乙不能担任学习委员，则不同的分工方案的种数是（）

A、$P_4^4+P_3^1P_3^1P_3^3$　　B、$P_3^2P_3^3+P_3^1P_3^3+P_3^3$

C、$P_5^5-2P_4^4$　　D、$P_5^5-P_4^4+P_3^3$

［提高题］

1．4 名男歌手和 2 名女歌手联合举行一场音乐会，出场顺序要求两名女歌手之间恰有一名男歌手，共有出场方案的种数是（　　）

A．$6A_3^3$　　B．$3A_3^3$　　C．$2A_3^3$　　D．$A_2^2A_4^1A_4^4$

2．编号为 1，2，3，4，5，6 的六个人分别去坐编号为 1，2，3，4，5，6 的六个座位，其中有且只有两个人的编号与座位编号一致的坐法有（　　）

A．15 种　　B.90 种　　C．135 种　　D．150 种

3.从 6 位男学生和 3 位女学生中选出 4 名代表,代表中必须有女学生,则不同的选法有(　　)

A．168　　B．45　　C．60　　D．111

4．氨基酸的排列顺序是决定蛋白质多样性的原因之一，某肽链由 7 种不同的氨基酸构成，

若只改变其中 3 种氨基酸的位置，其他 4 种不变，则不同的改变方法共有 （　　）

A．210 种　　B．126 种　　C．70 种　　D．35 种

5．某校刊设有 9 门文化课专栏,由甲,乙,丙三位同学每人负责 3 个专栏,其中数学专栏由甲负责,则不同的分工方法有 （　　）

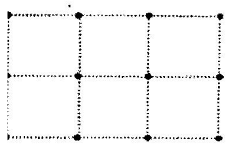
A．1680 种　　B．560 种　　C．280 种　　D．140 种

6．电话号码盘上有 10 个号码，采用八位号码制比采用七位号码制可多装机的门数是（　　）

A．$A_{10}^{8}-A_{10}^{7}$　　B．$C_{10}^{\ 8}$-$C_{10}^{\ 7}$

C．$10^{8}-10^{7}$　　D．$C_{10}^{8}A_{8}^{8}$

7．从图中的 12 个点中任取 3 个点作为一组，其中可构成三角形的组数是 （　　）



A．208　　B．204

C．200　　D．196

8．由 0，1，2，3 这四个数字可以组成没有重复数字且不能被 5 整除的四位数的个数是（　　）

A．24 个　　B．12 个　　C．6 个　　D．4 个

9．假设 200 件产品中有 3 件次品，现在从中任取 5 件，其中至少有 2 件次品的抽法有（　　）

A．$C_{3}^{2}C_{198}^{3}$ 种　　B．$(C_{3}^{2}C_{197}^{3}+C_{3}^{3}C_{197}^{2})$种

C．$(C_{200}^{5}-C_{197}^{4})$ 种　　D．$(C_{200}^{5}-C_{3}^{1}C_{197}^{4})$ 种

10．把 10 个相同的小球放入编号为 1，2，3 的三个不同盒子中，使盒子里的球的个数不小于它的编号数，则不同的放法种数是 （　　）

A．C_{6}^{3}　　B．C_{6}^{2}　　C．C_{9}^{3}　　D．$\frac{1}{2}C_{9}^{2}$

11.下面是高考第一批录取的一份志愿表：

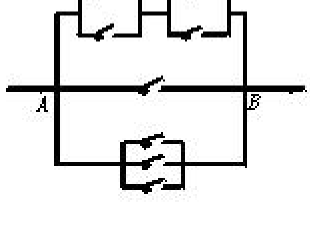
志　愿	学　校	专　业	
第一志愿	1	第 1 专业	第 2 专业
第二志愿	2	第 1 专业	第 2 专业
第三志愿	3	第 1 专业	第 2 专业

现有 4 所重点院校，每所院校有 3 个专业是你较为满意的选择，如果表格填满且规定学校没有重复，同一学校的专业也没有重复的话，你将有不同的填写方法的种数是（　　）

A．$4^{3}\cdot(A_{3}^{\ 2})^{3}$　　B．$4^{3}\cdot(C_{3}^{\ 2})^{3}$　　C．$A_{4}^{\ 3}\cdot(C_{3}^{\ 2})^{3}$　　D．$A_{4}^{\ 3}\cdot(A_{3}^{\ 2})^{3}$

12．由数字 1、2、3、4、5 组成没有重复数字，且数字 1 与 2 不相邻的五位数有_____个.

13．一电路图如图所示，从 A 到 B 共有___________条不同的线路可通电.



14．在$(x-1)(x^{3}+6x^{2}+12x+8)^{3}$ 的展开式中，含x^{5}项的系数是_________.

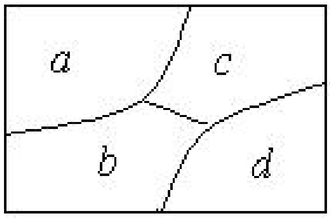
15．8 名世界网球顶级选手在上海大师赛上分成两组,每组各 4 人,分别进行单循环赛,每组决

出前两名,再由每组的第一名与另外一组的第二名进行淘汰赛,获胜者角逐冠亚军,败者角逐第三,第四名,则该大师赛共有____ 场比赛 .

16．某餐厅供应客饭，每位顾客可以在餐厅提供的菜肴中任选 2 荤 2 素共 4 种不同的品种，现在餐厅准备了 5 种不同的荤菜，若要保证每位顾客有 200 种以上的不同选择，则餐厅至少还需准备不同的素菜品种多少种？

17．一些棋手进行单循环制的围棋比赛，即每个棋手均要与其它棋手各赛一场，现有两名棋手各比赛 3 场后退出了比赛，且这两名棋手之间未进行比赛，最后比赛共进行了 72 场，问一开始共有多少人参加比赛？

18．用红、黄、蓝、绿、黑 5 种颜色给如图的 a、b、c、d 四个区域染色，若相邻的区域不能用相同的颜色，试问：不同的染色方法的种数是多少？



第四章节　二项式定理

一、知识梳理

1．二项式定理 $(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^r a^{n-r} b^r + \cdots + C_n^n b^n$ 。

2．二项式系数 $C_n^r (r = 0,1,2,\cdots,n)$ 的性质

(1)对称性: $C_n^m = C_n^{n-m}$ 。

(2)最大值:数列 $C_n^0, C_n^1, C_n^2, \cdots, C_n^n$ 先增后减，当 n 为奇数时，中间两项最大；当 n 为偶数时，中间一项最大。

(3)各项二项式系数和等于 2^n ，奇数项与偶数项的二项式系数和相等，都等于 2^{n-1} 。

3．二项式定理的应用

(1)求指定的项(或项的系数、二项式系数)；

(2)化简(或证明)含组合数的代数式;

(3)证明不等式。

二、习题精练

例 1. 已知在 $(\sqrt[3]{x}-\dfrac{1}{2\sqrt[3]{x}})^n$ 的展开式中，第 6 项为常数项.

（1） 求 n； （2）求含 x^2 的项的系数；（3）求展开式中所有的有理项.

.

例 2. 已知 $(\sqrt[3]{x}+x^2)^{2n}$ 的展开式的二项式系数和比 $(3x-1)^n$ 的展开式的二项式系数和大 992，求 $(2x-\dfrac{1}{x})^{2n}$ 的展开式中：（1）二项式系数最大的项；（2）系数的绝对值最大的项（先看例 9）.

例 3.（$(x^2+1)(x-2)^7$ 的展开式中，x^3 项的系数是 ______ ；

例 4 $(x+\dfrac{1}{x}-2)^3$ 的展开式中，常数项是 ； ______

例 5 求（$\sqrt{x}-\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}})^{10}$ 的展开式的中间项；

例 6 $(\sqrt{x}-\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}})^{10}$ 的展开式中有理项共有______ 项；

例 7（00 上海）在二项式 $(x-1)^{11}$ 的展开式中，系数最小的项的系数是________；

例 8 求 $(\sqrt{x}+\frac{1}{2\sqrt[4]{x}})^8$ 展开式中系数最大的项；

例 9 在（$x-y)^7$ 的展开式中，系数绝对值最大项是________；

例 10．若 $(2x+\sqrt{3})^4=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4x^4$，则 $(a_0+a_2+a_4)^2-(a_1+a_3)^2$ 的值为_____；

[基础题]

1．$(\mathrm{x}+\frac{2}{\sqrt{\mathrm{x}}})^6$ 展开式中常数项是（　　）

A. 第 4 项　　B. $2^4C_6^4$　　C. C_6^4　　D. 2

2．$(x-1)^{11}$ 展开式中 x 的偶次项系数之和是（　　）

A. -2048　　B. -1023　　C. -1024　　D. 1024

3．$(1+\sqrt{2})^7$ 展开式中有理项的项数是（　　）

A. 4　　B. 5　　C. 6　　D. 7

4．若 C_{17}^n 与 C_n^m 同时有最大值，则 m 等于（　　）

A. 4 或 5　　B. 5 或 6　　C. 3 或 4　　D. 5

5．设 $(2x-3)^4=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4x^4$，则 $a_0+a_1+a_2+a_3$ 的值为（　　）

A. 1　　B. 16　　C. -15　　D. 15

6．$(x^3-\frac{1}{x})^{11}$ 展开式中的中间两项为（　　）

A. $-C_{11}^5x^{12},C_{11}^5x^{12}$　　B. $C_{11}^6x^9,-C_{11}^5x^{10}$

C. $-C_{11}^{5}x^{13},C_{11}^{5}x^{9}$　　　　D. $C_{11}^{5}x^{17},-C_{11}^{5}x^{13}$

7．在$(2x-\frac{1}{3}y)^{7}$展开式中，x^5y^2的系数是________。

8．$C_n^0+3C_n^1+3^2C_n^2+\ldots\ldots+3^nC_n^n=$_______

9．$(\sqrt[3]{5}+\frac{1}{\sqrt{5}})^{20}$的展开式中的有理项是展开式的第________项。

[提高题]

10．$(2x-1)^5$展开式中各项系数绝对值之和是__________。

11．$(1+3x+3x^2+x^3)^{10}$展开式中系数最大的项是________。

12．0.991^5精确到 0.01 的近似值是_______。

13．求$(1+x+x^2)(1-x)^{10}$展开式中 x^4的系数。

14．求$(1+x)+(1+x)^2+\cdots+(1+x)^{10}$展开式中 x^3的系数。

15．已知$(1-2x)^5$展开式中第 2 项大于第 1 项而不小于第 3，求 x 的取值范围。

16．若$f(x)=(1+x)^m+(1+x)^n(m\cdot n\in N)$展开式中，x 的系数为 21，问 m、n 为何值时，x^2的系数最小？

17．自然数 n 为偶数时，求证：

$$1+2C_n^1+C_n^2+2C_n^3+C_n^4+\cdots+2C_n^{n-1}+C_n^n=3\cdot2^{n-1}$$

18．求80^{11}被 9 除的余数。

19．已知$(\sqrt{x}-\frac{2}{x^2})^n$的展开式中，第五项与第三项的二项式系数之比为 14；3，求展开式的常数项。

20．在$(x^2+3x+2)^5$的展开式中，求 x 的系数。

21．求$(2x+1)^{12}$展开式中系数最大的项。

第五章节　概率

一、知识梳理

（一）古典概型

1．随机试验：满足以下三个条件的试验称之为随机试验

（1）试验可以在相同的条件下重复进行；

（2）试验的可能结果不止一个，但明确知道其所有可能会出现的结果；

（3）在每次试验前，不能确定这次试验的结果，但可以肯定，试验的结果必是所有可能结果中的一个。

2．随机现象：从随机试验观察到的现象称为随机现象。

3．随机事件：随机试验的结果，叫做随机事件（简称事件）。

4．基本事件：随机试验每一个可能的结果称为基本事件。

5．必然事件：试验后必定出现的事件叫做必然事件，记作Ω。

6．不可能事件：试验后不可能发生的事件叫做不可能事件，记作$\varnothing$。

7．古典概型：具有下列两个共同特点的概率模型叫做古典概型

（1）一次试验所有的基本事件只有有限个。

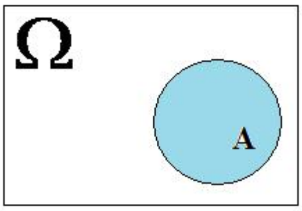
（2）每个基本事件出现的可能性相等。

古典概型中，事件 A 出现的概率定义：$P\left(A\right)=\dfrac{\text{事件 A 所包含的基本事件数}}{\text{试验中所有的基本事件数}}$

用集合语言表示，设$\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n$表示所有的基本事件，基本事件的集合记为：

$\Omega=\left\{\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n\right\}$，随机事件 A 看作$\Omega$的某个子集，则

$$P\left(A\right)=\frac{\text{A 所包含的}\ \omega\ \text{的个数}}{\Omega\ \text{中元素}\ \omega\ \text{的总个数}}$$



8．对于必然事件Ω、不可能事件$\varnothing$和随机事件，下面 4 个事实值得注意：

（1）不可能事件的概率为零，即$P\left(\varnothing\right)=0$；

（2）必然事件的概率为 1，即$P\left(\Omega\right)=1$；

（3）对任意随机事件 E，有$0\le P\left(E\right)\le 1$。

（4）若$\Omega=\left\{\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n\right\}$，则$P\left(\omega_1\right)+P\left(\omega_2\right)+\cdots+P\left(\omega_n\right)=1$。

9．对立事件：设 E、F 是两个随机事件，把满足下列条件的 E、F 叫做对立事件

（1） $E \cup F = \Omega$；

（2） $E \cap F = \varnothing$。

10. 对立事件的概率：事件 A 的对立事件记作 $\overline{A}$ 则：$P\left(A\right)+P\left(\overline{A}\right)=1$。

（二）频率与概率

1. 频率：对于随机事件 E，如果在 n 次试验中出现了 m 次（$0 \le m \le n$），那么 m 称为事件 E 出现的频数，$\dfrac{m}{n}$ 称为事件 E 出现的频率。

2. 频率稳定性或随机现象的统计规律性含义：

（1） 在大量试验中，事件出现的频率与其概率很接近。

（2） 当试验次数无限增大时，事件出现的频率与概率相差较大的可能性趋近于 0。

3. 大数定律：频率在大数次试验中稳定于某一常数（概率）。
4. 经验概率：在实际中把频率作为概率（的估计值），这个频率称为经验概率。
5. 计算频率通常是为了估计概率。

二、习题精练

[基础题]

1、从$1,2,3,4,5$这5个数中任取两个, 则这两个数正好相差1的概率是________。

2、抛掷一个骰子, 它落地时向上的数可能情形是$1,2,3,4,5,6$, 骰子落地时向上的数是3的倍数的概率是______。

3、将一枚骰子抛掷两次，若先后出现的点数分别为b、c，则方程$x^2+bx+c=0$有实根的概率为__________ 。

4、若以连续掷两颗骰子分别得到的点数m、n作为点P的坐标，则点P落在圆$x^2+y^2=16$内的概率是________。

5、先后抛掷两枚均匀的正方体骰子(它们的六个面分别标有点数$1,2,3,4,5,6$)，骰子朝上的面的点数分别为x、y，则满足$log_{2x}y=1$ 的概率为________。

6、有两个质地均匀、大小相同的正四面体玩具，每个玩具的各面上分别写有数字1、2、3、4，把两个玩具各抛掷一次，斜向上的面写有的数字之和能被 5 整除的概率为________。

7、3粒种子种在甲坑内，每粒种子发芽的概率为$\dfrac{1}{2}$，若坑内至少有1粒种子发芽，则不需要补种，若坑内的种子都没有发芽，则需要补种，则甲坑不需要补种的概率为________。

8、抛掷两颗骰子，则：

（1）点数之和是4的倍数的概率__________；2）点数之和大于5小于10的概率_________。

[提高题]

1、在20件产品中有15件一级品5件二级品，从中任取3件，其中至少有1件为二级品的概率___

2、三张卡片上分别写上字母E,E,B，将三张卡片随机地排成一行，恰好排成英文单词BEE的概率为________。

3、一个总体分为A,B两层，其个体数之比为$4:1$，用分层抽样的方法从总体中抽取一个容量为10的样本。已知B层中甲、乙都被抽到的概率为$\frac{1}{28}$，则总体中的个体数为________。

4、现有10个数,它们能构成一个以1为首项,-3为公比的等比数列,若从这10个数中随机抽取一个数,则它小于8的概率是________.

5、袋中有4个白球和5个黑球，连续从中取出3个球，则：

（1）"取后放回，且顺序为黑白黑"的概率__________；

（2）"取后不放回，且取出 2 黑 1 白"的概率__________。

6、为了迎接2010年广州亚运会，某大楼安装5个彩灯，它们闪亮的顺序不固定，每个彩灯彩灯闪亮只能是红、橙、黄、绿、蓝中的一种颜色，且这5个彩灯所闪亮的颜色各不相同．记这5个彩灯有序地闪亮一次为一个闪烁，在每个闪烁中，每秒钟有且仅有一个彩灯闪亮，而相邻两个闪烁的时间间隔均为5秒。如果要实现所有不同的闪烁，那么需要的时间至少是________s.

7、从$\{1,2,3,4,5\}$中随机选取一个数为a，从$\{1,2,3\}$中随机选取一个数为b，则$b>a$的概率是（　　）

A) $\frac{4}{5}$　　B）$\frac{3}{5}$　　C）$\frac{2}{5}$　　D）$\frac{1}{5}$

8、在区间$[-1,1]$上随机取一个数x, $\cos\frac{\pi x}{2}$的值介于0到$\frac{1}{2}$之间的概率为

（　　）

A）$\frac{1}{3}$　　B）$\frac{2}{\pi}$　　C）$\frac{1}{2}$　　D）$\frac{2}{3}$

第六章节　统计

一、知识梳理

1．在统计中,考察对象的全体叫做总体,总体中的每一个考察对象叫做个体。

① 已知一组数据：$x_1,x_2,x_3,\cdots\cdots,x_n\quad(n\in N^*)$，则：

总体平均数：$\mu=\dfrac{1}{n}(x_1+x_2+x_3+\cdots\cdots+x_n)$；

总体方差：

$$\sigma^2=\frac{1}{n}[(x_1-\mu)^2+(x_2-\mu)^2+(x_3-\mu)^2\cdots\cdots+(x_n-\mu)^2]=\frac{1}{n}(x_1{}^2+x_2{}^2+x_3{}^2+\cdots\cdots+x_n{}^2)-(\mu)^2；$$

总体标准差：$\sigma=\sqrt{\sigma^2}$，也即方差的算术平方根；

中位数：将数据$x_1,x_2,x_3,\cdots\cdots,x_n(n\in N)$由小到大（或由大到小）依次排列，**当$n$为奇数时，位于该数列正当中位置的数就是中位数；当$n$为偶数时，位于该数列正当中位置的两个数的平均数就是中位数；（位于“中位数”两侧的数据<u>个数</u>相等）**

② 已知有两组数据：$x_1,x_2,x_3,\cdots\cdots,x_n\quad(n\in N)$与：$y_1,y_2,y_3,\cdots\cdots,y_n\quad(n\in N)$之间

存在关系：$y_n=kx_n+b$（$n\in N$且k、b为非零常数），

ⅰ、若$x_1,x_2,x_3,\cdots\cdots,x_n$的平均数为$\mu$，则$y_1,y_2,y_3,\cdots\cdots,y_n$的平均数为：$k\mu+b$；

ⅱ、若$x_1,x_2,x_3,\cdots\cdots,x_n$的方差为$\sigma^2$，则$y_1,y_2,y_3,\cdots\cdots,y_n$的方差为：$k^2\sigma^2$；

ⅲ、若$x_1,x_2,x_3,\cdots\cdots,x_n$的标准差为$\sigma$，则$y_1,y_2,y_3,\cdots\cdots,y_n$的标准差为：$|k\sigma|$；

③ 方差和标准差用来衡量一组数据的波动大小，数据方差和标准差越大，说明这组数据的波动越大；

④ 中位数用来衡量一组数据的中等水平；

⑤ 平均数用来衡量一组数据的平均水平；

⑥ 出现次数最多的数称为众数；

2．从总体中取出一部分个体叫做总体的一个样本，样本中包含个体的个数叫做样本的容量。

（1）科学的抽样方法必须使样本具有代表性。样本的代表性指选取的样本能客观地反映总体的情况，没有人为的主观偏向。（**样本的代表性是科学抽样的基本要求**）。

（2）常用的抽样方法有如下三种：**随机抽样、系统抽样、分层抽样（你知道它们的区别吗？）**

3．用样本的平均值$\overline{x}=\dfrac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}$作为总体平均值的点估计值；

用样本的标准差$s=\sqrt{\dfrac{\left(x_1-\overline{x}\right)^2+\left(x_2-\overline{x}\right)^2+\cdots\cdots\left(x_n-\overline{x}\right)^2}{n-1}}$作为总体标准差的点估计值。

二、习题精练

1、（2014 年高考）某校高一、高二、高三分别有学生 1600 名、1200 名、800 名．为了解该校高中学生的牙齿健康状况，按各年级的学生数进行分层抽样．若高三抽取 20 名学生，则高一、高二共需抽取的学生数为__________.

2、（2014 年高考）为强化安全意识，某商场拟在未来的连续10天中随机选择3天进行紧急疏散演练，则选择的3天恰好为连续3天的概率是__________（结果用最简分数表示）.

3、（2013 年高考）某学校高一年级男生人数占该年级学生人数的 40%.在一次考试中，男、女生平均分数分别是 75、80，则这次考试该年级学生平均分数为 ______.

4、（奉贤区 2015 届高三二模）从 0，1，2，3，4 这 5 个数中取 3 个数，2 恰好是中位数的概率是___

5、（2013 年高考）盒子中装有编号为 1，2，3，4，5，6，7 的七个球，从中任意取出两个，则这两个球的编号之积为偶数的概率是 _____ （结果用最简分数表示）.

6、（黄浦区 2015 届高三二模）一个不透明的袋中装有大小形状质地完全相同的黑球、红球、白球共 10 个，从中任意摸出 1 个球，得到黑球的概率是$\dfrac{2}{5}$，则从中任意摸出 2 个球得到至少 1 个黑球的概率是__________

7、（徐汇、松江、金山区 2015 届高三二模）某中学采用系统抽样的方法从该校高一年级全体800名学生中抽取50名学生进行体能测试．现将800名学生从1到800进行编号，求得间隔数$k=\dfrac{800}{50}=16$．若从$1\sim16$中随机抽取1个数的结果是抽到了7，则在编号为$33\sim48$的这16个学生中抽取的一名学生其编号应该是_________

8、（崇明县 2015 届高三一模）为了估计某鱼塘中鱼的尾数，先从鱼塘中捕出 2000 尾鱼，并给每尾鱼做上标记（不影响存活），然后放回鱼塘，经过适当的时间，再从鱼塘中捕出 600 尾鱼，其中有标记的鱼为 40 尾，根据上述数据估计该鱼塘中鱼的尾数为______________

9、（崇明县 2015 届高三一模）现有 10 个数，它们能构成一个以 1 为首项，-2 为公比的等比数列，若从这 10 个数中随机抽取一个数，则它小于 8 的概率是________________

10、（松江 2015 届高三一模）从 $0,1,2,3,4,5,6,7,8,9$ 中任取七个不同的数，则这七个数的中位数是 5 的概率为_____▲_____

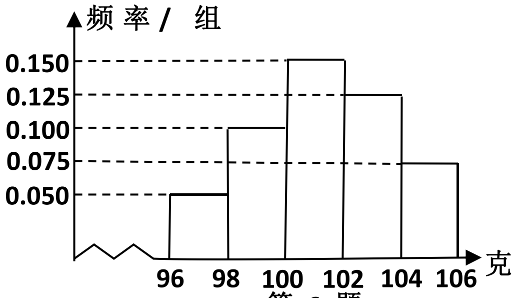
11、从集合$\{1,\ 2,\ 3\}$的所有非空子集中, 等可能地取出一个, 所取出的子集中含数字 1 的概率是_________.

12、已知函数 $f(x)=6x-4\ (x=1,2,3,4,5,6)$ 的值域为集合 A, 函数 $g(x)=2^{x-1}\ (x=1,2,3,4,5,6)$ 的值域为集合 B, 任意 $a\in A\cup B$, 则 $a\in A\cap B$ 的概率是_______

13、从 4 名男生和 3 名女生中任选 3 人参加会议, 则选出 3 人中至少有名女生的概率是__________.

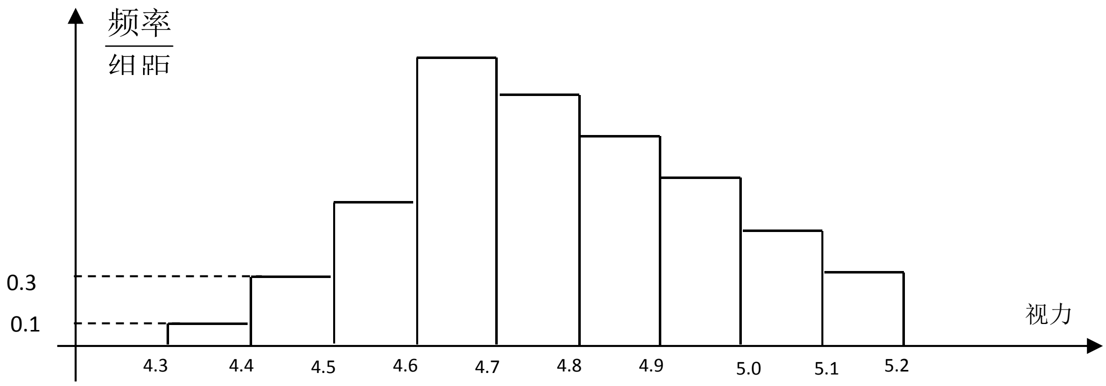
14、某学校高一、高二、高三年级的学生人数之比为$3:4:3$, 现用分层抽样的方法从该校高中三个年级的学生中抽取容量为 50 的样本, 则应从高二年级抽取_______名学生.

15、某工厂对一批产品进行抽样检测,根据抽样检测后的产品净重(单位:克)数据绘制的频率分布直方图如图所示,已知产品净重的范围是区间 $[96,106]$,样本中净重在区间 $[96,100)$ 的产品个数是 24,则样本中净重在区间 $[100,104)$ 的产品个数是________________.

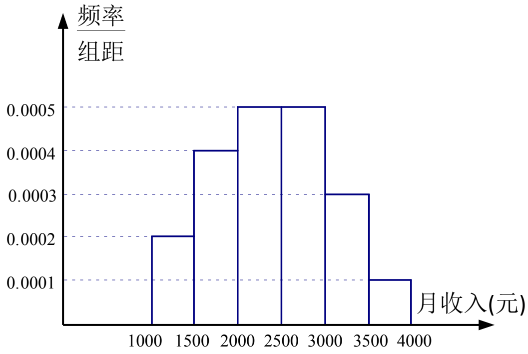


第 6 题

16、为了解某校高三学生的视力情况，随机地抽查了该校 100 名高三学生的视力情况，得到频率分布直方图，如下图，由于不慎将部分数据丢失，但知道前 4 组的频数成等比数列，后 6 组的频数成等差数列，设最大频率为 a，视力在 4.6 到 5.0 之间的学生数为 b，则 b 的值为



17、一个调查机构就某地居民的月收入调查了 10000 人，将所得数据分成如下六组：$[1000,1500)$, $[1500,2000)$, $[2000,2500)$, $[2500,3000)$, $[3000,3500)$, $[3500,4000)$, 相应的频率分布直方图如图所示．若按月收入将这 10000 人也分成上述六组，并通过分层抽样抽出 100 人作进一步调查，则 $[3000,3500)$ 这一组中应抽出_______人．



（第 4 题图）

18、有一组统计数据共 10 个，它们是：$2,4,4,5,5,6,7,8,9,x$，已知这组数据的平均数为 6，则这组数据的方差为______。