

2018 年寒假班基础教案

第一部分复数答案

知识梳理 1

1. 虚数单位 i :

(1) 它的平方等于 -1, 即 $i^2 = -1$;

(2) 实数可以与它进行四则运算, 进行四则运算时, 原有加、乘运算律仍然成立.

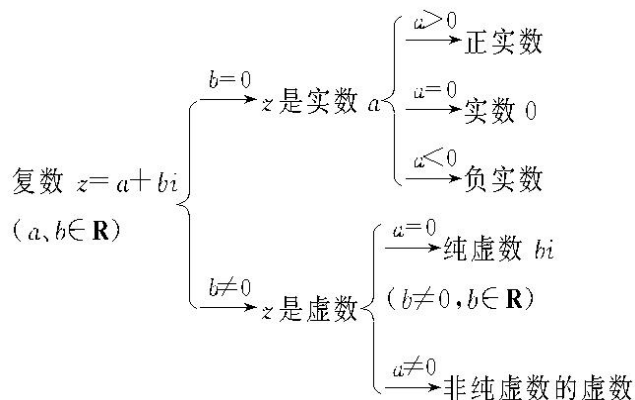
2. i 与 -1 的关系: i 就是 -1 的一个平方根, 即方程 $x^2 = -1$ 的一个根, 方程 $x^2 = -1$ 的另一个根是 $-i$!

3. i 的周期性: $i^{4n+1}=i, i^{4n+2}=-1, i^{4n+3}=-i, i^{4n}=1$.

4. 复数的定义: 形如 $a+bi(a, b \in \mathbf{R})$ 的数叫复数, a 叫复数的实部, b 叫复数的虚部. 全体复数所成的集合叫做复数集, 用字母 $\mathbf{C}$ 表示*.

3. 复数的代数形式: 复数通常用字母 z 表示, 即 $z = a+bi(a, b \in \mathbf{R})$, 把复数表示成 $a+bi$ 的形式, 叫做复数的代数形式.

4. 复数与实数、虚数、纯虚数及 0 的关系: 对于复数 $a+bi(a, b \in \mathbf{R})$, 当且仅当 $b=0$ 时, 复数 $a+bi(a, b \in \mathbf{R})$ 是实数 a ; 当 $b \neq 0$ 时, 复数 $z=a+bi$ 叫做虚数; 当 $a=0$ 且 $b \neq 0$ 时, $z=bi$ 叫做纯虚数; 当且仅当 $a=b=0$ 时, z 就是实数 0.



5. 复数集与其它数集之间的关系: $\mathbf{N} \subset \mathbf{Z} \subset \mathbf{Q} \subset \mathbf{R} \subset \mathbf{C}$.

6. 两个复数相等的定义: 如果两个复数的实部和虚部分别相等, 那么我们就说这两个复数相等.

这就是说, 如果 $a, b, c, d \in \mathbf{R}$, 那么 $a+bi=c+di \Leftrightarrow a=c, b=d$.

复数相等的定义是求复数值, 在复数集中解方程的重要依据. 一般地, 两个复数只能说相等或不相等, 而不能比较大小. 如 $3+5i$ 与 $4+3i$ 不能比较大小.

现有一个命题: “任何两个复数都不能比较大小”对吗? 不对. 如果两个复数都是实数, 就可以比较大小. 只有当两个复数不全是实数时才不能比较大小.

7. 复平面、实轴、虚轴: 复数 $z=a+bi(a, b \in \mathbf{R})$ 与有序实数对 (a, b) 是一一对应关系. 这是因为对于任何一个复数 $z=a+bi(a, b \in \mathbf{R})$, 由复数相等的定义可知, 可以由一个有序实数对 (a, b) 惟一确定, 如 $z=3+2i$ 可以由有序实数对 $(3, 2)$ 确定, 又如 $z=-2+i$ 可以由有序实数对 $(-2, 1)$ 来确定; 又因为

