初二数学暑假班新编教案

目录

第一讲　　二次根式（1）......2
第二讲　 二次根式的运算......5
第三讲 二次根式的混合运算......8
第四讲　　二次根式复习......10
第五讲 一元二次方程的判别式......12
第六讲 一元二次方程的应用......16
第八讲 函数与变量......20
第九讲　 一元二次方程及其解法......25
第十讲 一元二次方程的判别式......28
第十一讲 一元二次方程的应用......30
第十二讲 一元二次方程复习......32
第十三讲　阶段测验模拟......35
第十四讲 几何证明（一）......38
第十五讲 证明举例（二）......40
第十六讲 证明举例（三）......42

第一讲　二次根式（1）

【知识要点】

1、二次根式的定义：$\sqrt{a}$（$a\geq 0$）是一个代数式，叫做二次根式，a 是被开方数。

2、二次根式的四个性质：1）$\sqrt{a^2}=a(a\geq 0)$；　2）$(\sqrt{a})^2=a(a\geq 0)$；

3）$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}(a\geq 0,b\geq 0)$；　4）$\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}(a\geq 0,b>0)$。

3、当 a 为任意实数时，$\sqrt{a^2}$ 与 $|a|$ 的关系：即 $\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases}a(a>0)\\0(a=0)\\-a(a<0)\end{cases}$

4、最简二次根式：同时符合以下两个条件的二次根式，叫做最简二次根式：①被开方数中各因式的指数都为 1；②被开方数不含分母。

5、同类二次根式：几个二次根式化成最简二次根式后，如果被开方数相同，那么这几个二次根式叫做同类二次根式。

【基础训练】

一、填空题：

1．在 $\sqrt{6}$，$\sqrt{8}$，$\sqrt{\frac{1}{2}}$，$\sqrt{4}$ 中，是最简二次根式的是________.

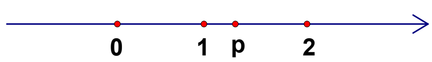
2．若 $\sqrt{x+1}$ 是二次根式，则 x+1_____0，(填≥、≤、<、>、=)。

3．当 x________时，式子 $\sqrt{x-6}$ 在实数范围内有意义。

4．若代数式 $\frac{1}{\sqrt{x-2}}-\frac{\sqrt{5-x}}{x-3}$ 有意义，则 x 的取值范围是________________.

5．式子 $\sqrt{x-3}$ 在实数范围内有意义，则 x-3_______，即 x______。

6．实数 p 在数轴上的位置如图所示，　化简 $\sqrt{(p-1)^2}+\sqrt{(p-2)^2}=$__________.



7．当 a＜1 且 a≠0 时，化简 $\frac{\sqrt{a^2-2a+1}}{a^2-a}=$______________.

8．若 b＜0，化简 $\sqrt{-ab^3}$ 的结果是__________.

9．把二次根式 $x\sqrt{\frac{y}{x}}$（y＞0）化成最简二次根式为_____________.

10．如果最简根式 $3\sqrt{4x-3}$ 与 $4\sqrt{3x+7}$ 是同类二次根式,那么 x=______.

11．把下列二次根式化成最简二次根式.

（1）$\sqrt{120}=$_______；（2）$\sqrt{27}=$_______；（3）$\sqrt{1\frac{1}{8}}=$_______；

（4）$\sqrt{2\frac{1}{4}}=$_______；（5）$\sqrt{84}=$_______；（6）$\sqrt{250}=$_______；

二、选择题：

1、下列判断①$\frac{1}{2}\sqrt{3}$ 和 $\frac{1}{3}\sqrt{48}$ 不是同类二次根式；②$\sqrt{\frac{1}{45}}$ 和 $\sqrt{\frac{1}{25}}$ 不是同类二次根式；③$\sqrt{8x}$ 与 $\sqrt{\frac{8}{x}}$ 不是同类二次根式，其中错误的个数是（ ）

A．3 B．2 C．1 D．0

2、如果 *a* 是任意实数，下列各式中一定有意义的是（ ）

A．$\sqrt{a}$ B．$\sqrt{\frac{1}{a^2}}$ C．$\sqrt[3]{-a}$ D．$\sqrt{-a^2}$

3、下列各组中的两个根式是同类二次根式的是（ ）

A．$5\sqrt{2x}$ 和 $3\sqrt{x}$ B．$\sqrt{12ab}$ 和 $\sqrt{\frac{1}{3ab}}$ C．$\sqrt{x^2y}$ 和 $\sqrt{xy^2}$ D．$\sqrt{a}$ 和 $\sqrt{\frac{1}{a^2}}$

4、下列二次根式中，是最简二次根式的是（ ）

A．$\sqrt{8x}$ B．$\sqrt{x^2-3}$ C．$\sqrt{\frac{x-y}{x}}$ D．$\sqrt{3a^2b}$

5、在 $\sqrt{27}$、$\sqrt{\frac{1}{12}}$、$\sqrt{1\frac{1}{2}}$ 中与 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式的个数是（ ）

A．0 B．1 C．2 D．3

三、把下列各式化成最简二次根式.

1．$\sqrt{\frac{7}{2}}$ 2．$\sqrt{3\frac{3}{11}}$ 3．$2\sqrt{228}$ 4．$8\sqrt{\frac{3}{8}}$

5．$-3\sqrt{6\frac{2}{3}}$　　6．$\sqrt{0.48}$　　7．$\sqrt{12a^2b}$　　8．$\sqrt{\frac{1}{2}+1}$

【思维拓展】:

1、计算$2+\sqrt{2}+\frac{1}{1-\sqrt{2}}=$_________.

2、若 o<x<1，化简$\sqrt{(x-\frac{1}{x})^2+4}-\sqrt{(x+\frac{1}{x})^2-4}=$__________________________。

3、已知 a<0，化简$\sqrt{4-(a+\frac{1}{a})^2}-\sqrt{4+(a-\frac{1}{a})^2}=$_______________________。

4、若 a>0，化简$\sqrt{-\frac{4a}{b}}=$______________。

5、设 x＜0，则$\sqrt{\frac{-8}{x}}=$_________。

第二讲　二次根式的运算

【知识要点】

1、合并同类二次根式：通过整式的加减归结为合并同类项，类比得到二次根式的加减也归结为合并同类二次根式。

2、二次根式的相加减的一般过程：先把各个二次根式化成**最简二次根式**，再把同类二次根式分别合并。

3、二次根式的乘法法则：两个二次根式相乘，被开方数相乘，根指数不变。

4、二次根式除法法则：两个二次根式相除，被开方数相除，根指数不变。

5、分母有理化：把分母中的根号化去，叫做分母有理化。分母有理化的方法，一般是把分子和分母乘以同一个适当的代数式，使分母不含根号。

6、互为有理化因式：两个含有二次根式的代数式相乘，如果他们的积不含有二次根式，我们就说这两个含有二次根式的代数式互为有理化因式.

【基础训练】

一、选择题：

1．已知 $a=\frac{1}{\sqrt{3}+2},b=\sqrt{3}-2$，则 a 与 b 的关系是（　）

A．$a=b$　　B．$a=-b$　　C．$a=\frac{1}{b}$　D．$a=-\frac{1}{b}$

2．计算（$\sqrt{5}-\sqrt{3}$）（$\sqrt{5}+\sqrt{3}$）－（$\sqrt{2}+\sqrt{6}$）^{2}的结果是（　）

A．－7　B．$-7-2\sqrt{3}$　C．$-7-4\sqrt{3}$　D．$-6-4\sqrt{3}$

3．下列计算正确的是（　）

A．$\frac{\sqrt{14}-\sqrt{12}}{2}=\sqrt{7}-\sqrt{6}$　　B．$\sqrt{\frac{1}{3}-\frac{1}{5}}=\sqrt{\frac{1}{3}}-\sqrt{\frac{1}{5}}$

C．$\sqrt{2}+\sqrt{3}=\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$　　D．$2+\sqrt{3}=\frac{1}{2-\sqrt{3}}$

4．当 $x<5$ 时，$\sqrt{(x-5)^2}$ 的值是（　）

A．$x-5$　　B．$5-x$　　C．$5+x$　　D．$-5-x$

5．若 $\sqrt{x^2+6x+9}=x+3$，则 x 的取值应为（　）

A．$x\geqslant 3$　　B．$x\leqslant 3$　　C．$x\geqslant -3$　　D．$x\leqslant -3$

6．当 $a<0$ 时，化简 $\frac{|a|+\sqrt{a^2}}{2a}$ 的结果是（　）

A．1　　B．-1　　C．0　　D．$-2a$

7．若 $0<x<1$，则 x^2，x，$\sqrt{x}$，$\frac{1}{x}$ 这四个数中，最大的数与最小的数分别是（　）

A．x^2，$\sqrt{x}$　　B．$\frac{1}{x}$，x^2　　C．x，$\frac{1}{x}$　　D．$\frac{1}{x}$，$\sqrt{x}$

8．已知：$x=\sqrt{2+\sqrt{3}}$，$y=\sqrt{2-\sqrt{3}}$，则代数式 $x+y$ 的值为（　）

A．4　　B．$2\sqrt{3}$　　C．$\sqrt{6}$　　D．$\sqrt{2}$

二、填空题

9．$3-\sqrt{5}$ 的倒数是________，平方是________，$\sqrt{3}-2$ 的倒数的相反数是________.

10．若 a 的倒数是 $(\sqrt{2}+1)^2$，则 $a=$________.

11．设 a，b，c 为△ABC 的三边长，则 $\sqrt{(a-b-c)^2}+|a+b-c|=$________.

12．若 $0<a<1$，化简 $\sqrt{(a+\frac{1}{a})^2-4}=$________，$a\sqrt{\frac{1}{a^3}}=$________.

13．已知 $x=\sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{3}}$，利用式子 $(\sqrt{a})^2=a$，求 $(x+1)(x-1)$ 的值是________.

14．计算 $\sqrt{(-2\frac{1}{2})^2}=$________，$\sqrt{(-7.32)^2}=$________.

15．当 $a<-b<1$ 时，化简：$\frac{\sqrt{(a+b)^2}}{b+1}\div\frac{a+b}{\sqrt{(b+1)^2}}$ 的结果为________.

16．在实数范围内分解因式①$2x^2-27=$________，②$4x^4-1=$________.

【思维拓展】

1．化简：$(\sqrt{3}-\sqrt{2})^{2003}\cdot(\sqrt{3}+\sqrt{2})^{2002}$.

2．已知：$x=\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$，求 x^2-x+1 的值．

3．已知：$x=\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$，$y=\sqrt{3}+\sqrt{2}$，求 $\sqrt{3x^2-5xy+3y^2}$ 的值．

4．已知 x，y 为实数，且 $y=\sqrt{x-\frac{1}{2}}+\sqrt{\frac{1}{2}-x}+\frac{1}{2}$，求 $5x+|2y-1|-\sqrt{y^2-2y+1}$ 的值．

5．已知 $a^2+b^2-4a-2b+5=0$，求 $\frac{\sqrt{a}+b}{\sqrt{3b}-\sqrt{a}}$ 的值．

6．当 $|x-2|<1$ 时，化简 $\sqrt{(x-3)^2}+|1-x|$．

7．已知 x 是实数，求 $\sqrt{x-\pi}+\sqrt{\pi-x}+\frac{x-1}{\pi}$ 的值。

8．化简：$\sqrt{\frac{1\times2\times3+2\times4\times6+\cdots+n\cdot2n\cdot3n}{1\times5\times10+2\times10\times20+\cdots+n\cdot5n\cdot10n}}$。

9．计算：$\sqrt{\frac{1998\times1999\times2000\times2001+1}{4}}$。

第三讲 二次根式的混合运算

热身练习：

（1）$\sqrt{6} \cdot \sqrt{3a} \cdot \sqrt{\frac{1}{3}b}$　（2）$\sqrt{\frac{1}{4}} \div \sqrt{\frac{1}{16}}$　（3）$2\sqrt{3}-\sqrt{8}+\frac{1}{2}\sqrt{12}+\frac{1}{5}\sqrt{50}$

二、重点内容呈现

1、计算：

（1）（$\sqrt{8}+\sqrt{3}$）×$\sqrt{6}$　（2）$(4\sqrt{2}-3\sqrt{6})\div 2\sqrt{2}$

2、探究计算：

（1）$(\sqrt{2}+3)(\sqrt{2}+5)$　（2）$(2\sqrt{3}-\sqrt{2})^2$

三、展示反馈

计算：（1）$(\frac{1}{3}\sqrt{27}-\sqrt{24}-3\sqrt{\frac{2}{3}})\cdot\sqrt{12}$　（2）$(2\sqrt{3}-\sqrt{5})(\sqrt{2}+\sqrt{3})$

（3）$(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})^2$　（4）（$\sqrt{10}-\sqrt{7}$）（$-\sqrt{10}-\sqrt{7}$）

四、链接中考

同学们，我们以前学过完全平方公式$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$，你一定熟练掌握了吧!现在，我们又学习了二次根式，那么所有的正数（包括0）都可以看作是一个数的平方，如3=（$\sqrt{3}$）^{2}，5=（$\sqrt{5}$）^{2}，下面我们观察：

$(\sqrt{2}-1)^2=(\sqrt{2})^2-2\times1\times\sqrt{2}+1^2=2-2\sqrt{2}+1=3-2\sqrt{2}$

反之，$3-2\sqrt{2}=2-2\sqrt{2}+1=(\sqrt{2}-1)^2$

∴ $3-2\sqrt{2}=(\sqrt{2}-1)^2$

∴ $\sqrt{3-2\sqrt{2}}=\sqrt{2}-1$

仿上例，求：(1)；$\sqrt{4+2\sqrt{3}}$

（2）你会算$\sqrt{4-\sqrt{12}}$吗？

（3）若$\sqrt{a\pm 2\sqrt{b}}=\sqrt{m}+\sqrt{n}$，则 ***m***、***n*** 与 ***a***、***b*** 的关系是什么？并说明理由.

五、达标测试：

1、计算：

（1）$(\sqrt{80}+90)\div\sqrt{5}$　　（2）$\sqrt{24}\div\sqrt{3}-\sqrt{6}\times2\sqrt{3}$

（3）$(\sqrt{a^3b}-3ab+\sqrt{ab^3})\div(\sqrt{ab})$（***a***>0, ***b***>0）　　（4）$(2\sqrt{6}-5\sqrt{2})(-2\sqrt{6}-5\sqrt{2})$

2、已知$a=\dfrac{1}{\sqrt{2}-1},b=\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}$，求$\sqrt{a^2+b^2+10}$的值。

第四讲　二次根式复习

【知识要点】

(一)

1、二次根式的定义：$\sqrt{a}$（$a\geq 0$）是一个代数式，叫做二次根式，a 是被开方数。

2、二次根式的四个性质：1）$\sqrt{a^2}=a(a\geq 0)$；　2）$(\sqrt{a})^2=a(a\geq 0)$；

3）$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}(a\geq 0,b\geq 0)$；　4）$\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}(a\geq 0,b>0)$。

3、当 a 为任意实数时，$\sqrt{a^2}$ 与 $|a|$ 的关系：即 $\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases}a(a>0)\\0(a=0)\\-a(a<0)\end{cases}$

4、最简二次根式：同时符合以下两个条件的二次根式，叫做最简二次根式：①被开方数中各因式的指数都为 1；②被开方数不含分母。

5、同类二次根式：几个二次根式化成最简二次根式后，如果被开方数相同，那么这几个二次根式叫做同类二次根式。

（二）

1、合并同类二次根式：通过整式的加减归结为合并同类项，类比得到二次根式的加减也归结为合并同类二次根式。

2、二次根式的相加减的一般过程：先把各个二次根式化成**最简二次根式**，再把同类二次根式分别合并。

3、二次根式的乘法法则：两个二次根式相乘，被开方数相乘，根指数不变。

4、二次根式除法法则：两个二次根式相除，被开方数相除，根指数不变。

5、分母有理化：把分母中的根号化去，叫做分母有理化。分母有理化的方法，一般是把分子和分母乘以同一个适当的代数式，使分母不含根号。

6、互为有理化因式：两个含有二次根式的代数式相乘，如果他们的积不含有二

次根式，我们就说这两个含有二次根式的代数式互为有理化因式.

【提高练习】

（一）选择题：

1、若 $a<0$，则 $|\sqrt{a^2}-a|$ 的值是（　　）

A．0　　B．$2a$　　C．$2a$ 或 $-2a$　　D．$-2a$

2、把 $(a-1)\sqrt{\frac{1}{1-a}}$ 根号外的因式移入根号内，其结果是（　　）

A．$\sqrt{1-a}$　　B．$-\sqrt{1-a}$　　C．$\sqrt{a-1}$　　D．$-\sqrt{a-1}$

3、若 $\sqrt[a+b]{4b}$ 与 $\sqrt{3a+b}$ 是同类二次根式，则 a、b 的值为（　　）

A．$a=2$、$b=2$　　B．$a=2$、$b=0$

C．$a=1$、$b=1$　　D．$a=0$、$b=2$ 或 $a=1$、$b=1$

（二）、简答题：

1、化简：

（1）$\sqrt{(3a+1)^2}\,(a<-\frac{1}{3})$；　　（2）$\sqrt{(4-3a)^2}\,(a>\frac{4}{3})$.

2、已知 $x+\frac{1}{x}=4$，求 $x-\frac{1}{x}$ 的值。

3、化简：$\sqrt{x^2+4x+4}+\sqrt{x^2-6x+9}$

4、分别按下列条件化简：$\sqrt{(a+b)^2x}-\sqrt{a^2x}-\sqrt{b^2x}$.

（1）　$a>0$，$b>0$;

（2）　$a<0$，$b<0$,

（3）　$a<0$，$b>0$，且 $|a|>b$

5．已知：$x=\frac{\sqrt{20}-4}{2}$，求 $x^2+\frac{1}{x^2}$ 的值.

6. 若 o<x<1，化简$\sqrt{(x-\frac{1}{x})^2+4}-\sqrt{(x+\frac{1}{x})^2-4}$

7. 已知 $a<0$，化简$\sqrt{4-(a+\frac{1}{a})^2}-\sqrt{4+(a-\frac{1}{a})^2}$

第五讲 一元二次方程的判别式

【知识梳理】

1. 在一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 中 $\Delta=b^2-4ac$

$\Delta=b^2-4ac>0\Leftrightarrow$ 方程有两个不相等的实数根，即：$x_1,x_2=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$\Delta=b^2-4ac=0\Leftrightarrow$ 方程有两个相等的实数根，即：$x_1=x_2=-\dfrac{b}{2a}$

$\Delta=b^2-4ac<0\Leftrightarrow$ 方程没有实数根

2. 根与系数之间的关系：

两正根 $\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta\geq 0\\ x_1+x_2>0\\ x_1\cdot x_2>0\end{cases}$　两负根 $\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta\geq 0\\ x_1+x_2<0\\ x_1\cdot x_2>0\end{cases}$　一正一负 $\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta>0\\ x_1\cdot x_2<0\end{cases}$

一正一零 $\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta>0\\ x_1+x_2>0\\ x_1\cdot x_2=0\end{cases}$　一负一零 $\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta\geq 0\\ x_1+x_2<0\\ x_1\cdot x_2=0\end{cases}$　两零根 $\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta>0\\ x_1+x_2=0\\ x_1\cdot x_2=0\end{cases}$

【例题剖析】

【例 1】不解方程，判别下列方程根的情况

（1）$x^2-5x+3=0$　（2）$x^2+2\sqrt{2}x+2=0$

（3）$3x^2+2=4x$　（4）$mx^2+(m+n)x+n=0(m\neq 0,m\neq n)$

【例 2】若关于 x 的方程 $(m^2-1)x^2-2(m+2)x+1=0$ 有实数根，求 m 的取值范围

【例 3】已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-(2k+1)x+4(k-\frac{1}{2})=0$

（1）求证：无论 k 取什么实数值，这个方程总有实数根

（2）如果等腰△ABC 有一边长 $a=4$，另两条边长 b，c 恰好是这个方程的两个实数根，求△ABC 的周长

【例 4】已知关于 x 的方程 $x^2-2(m+1)x+m^2=0$

（1）当 m 取何值时，方程有两个实数根

（2）为 m 选取一个合适的整数，使方程有两个不相等的实数根，并求这两个根

【经典习题】

（A）组

1. 方程 $2x^2+3x-k=0$ 根的判别式是____________；当 k ____________时，方程有实根

2. 已知关于 x 的一元二次方程 $m^2-10x+5=0$ 有实数根，则 m 的取值范围是____________

3. 若关于 x 的一元二次方程 $kx^2+2x-1=0$ 没有实数根，则k的取值范围是____________

4. 当 m ____________时，关于 x 的方程 $3x^2-2(3m+1)x+3m^2-1=0$ 有两个不相等的实数根

5．下列一元二次方程中，没有实数根的是（　　　）．

A．$x^2+2x-1=0$　　B．$x^2+2\sqrt{3}x+3=0$　　C．$x^2+\sqrt{2}x+1=0$　　D．$-x^2+x+2=0$

6．如果方程$2x(kx-4)-x^2-6=0$有实数根，则k的最小整数是（　　　）

A．－1　　　　　　B．0　　　　　　　C．1　　　　　　D．2

7．下列一元二次方程中，有实数根的方程是（　　　）.

A．$x^2-x+1=0$　　B．$x^2-2x+3=0$　　C．$x^2+x-1=0$　　D．$x^2+4=0$

8．如果关于x的一元二次方程$kx^2-6x+9=0$有两个不相等的实数根，那么k的取值范围是（　　　）.

A．$k<1$　　B．$k\neq 0$　　C．$k<1且k\neq 0$　　D．$k>1$

9. 设方程$(x-a)(x-b)-cx=0$的两根是α、β，试求方程$(x-\alpha)(x-\beta)-cx=0$的根

（B）组

10. 在一元二次方程$x^2+bx+c=0$中, 若系数 b 和 c 可在 1, 2, 3, 4, 5, 6 中取值，求其中有实数解的方程的个数

11. 若a,b为实数, 且$|a+b+5|+(3-ab)^2$=0，求以a,b为根的一元二次方程

12. 已知关于x的一元二次方程$x^2-6x+m=0$的一个根是另一根的平方，求m的值

13. 已知：m,n 是一元二次方程的两个正数根，且满足关系 $m^2+n^2=\frac{25}{36}$，$(1-m)(1-n)=\frac{1}{6}$ 求作这个一元二次方程

14. 若方程 $x^2+px+q=0$ 有两个相等的实数根，问方程 $x^2-p(1+q)x+q^3+2q^2+q=0$ 的实根情况

（C）组

15. 已知： $a>0,b>a+c$ a>0, 判断关于 x 的方程 $ax^2+bx+c=0$ 根的情况

16. m 为何值时，方程 $2(m+1)x^2+4mx+2m-1=0$

(1)有两个不相等的实数根；(2)有两个实数根；(3)有两个相等的实数根；(4)无实数根

17. 已知方程 $(x-1)(x-2)=m^2$（m 为已知实数，且 $m\neq 0$），不解方程证明：这个方程有两个不相等的实数根

第六讲 一元二次方程的应用

【知识梳理】

1. 二次三项式的因式分解

如果方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 有两个实数根：$x_1=\dfrac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$、

$x_2=\dfrac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$，那么 $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$

2. 一元二次方程的应用问题

【例题剖析】

【例 1】因式分解：

（1）x^2-2x-5 （2）$x^2+\sqrt{2}x-4$ （3）$2x^2-8xy+5y^2$

【经典习题】

（A）组

1. 因式分解：

（1）x^2-6x+6 （2）$2x^2y^2-6xy-5$ （3）$4a^2-4ab-b^2$

2.某商品两次价格下调后,单价从 5 元变为 4.05 元,则平均每次调价的百分率为(　　　)

A. 9%　　　B. 10%　　　C. 11%　　　D. 12%

3.容器里装满纯酒精,倒出一半后用水加满,再倒出$\frac{1}{4}$,再用水加满,此时容器内酒精浓度为(　　　)

A. 15%　　　B. 12.5%　　　C. 37.5%　　　D. 25%

4.某超市一月份的营业额为 200 万元,一,二,三月份的营业额为 1000 万元,设平均每月的营业额为增长率为 x,则由题意列方程为(　　　)

A. $200+200\cdot 2x=1000$　　　B. $200(1+x)^2=1000$

C. $200+200\cdot 3x=1000$　　　D. $200[1+(1+x)+(1+x)^2]=1000$

5.从正方形的铁片上,截去 5cm 宽的一个长方形铁皮,余下的面积为 84cm^2,则原来正方形面积最大可能为(　　　)cm^2.

A. 84　　　B. 109　　　C. 144　　　D. 420

6.一个数字和为 10 的两位数,把个位与十位数字对调下得到一个两位数,这两个数之积是 2296,则这个两位数为(　　　)

A. 28　　　B. 82　　　C. 28 或 82　　　D. 不确定

7.两个连续奇数的平方和为 202,则这两个奇数是______________

8.直角三角形的面积为 6,两直角边的和为 7,则斜边长为____________

9.某工厂第一季度平均每月增产 10%,一月份产值 a 元,那么三月份产值为________________

(B)组

10.有一个两位数，它的个位上的数字与十位上的数字之和是 6，如果把它的个位数字与十位数字调换位置，所得的两位数乘以原来的两位数所得的积等于 1008，求调换位置后得到的两位数

11.用一块长 80cm，宽 60cm 的薄钢片，在四个角上截去四个相同的边长为 x cm 的小正方形，然后做成底面积为 1500cm^2 的无盖的长方形盒子，求 x 的值

12. 某校 2017 年捐款 1 万元给希望工程，以后每年都捐款，计划到 2019 年共捐款 4.75 万元，问该校捐款的平均年增长率是多少？

13. 某商店如果将进货价格为 8 元的商品按每件 10 元售出，每天可销售 200 件，现采取提高售价，减少进货量的方法，增加利润，已知这种商品每涨价 0.5 元，其销售量就减少 10 件，问应将售价定为多少元时可赚利润 720 元？

14. 参加一次足球赛的每两队之间都进行两次比赛，共赛 90 场，共有多少队参加？

15. 借助一面长 6 米的墙，用一根 13 米长的铁丝围成一个面积为 20 平方米的长方形，求长方形的两边？

（C）组

16. 甲、乙两建筑队完成一项工程，若两队同时开工，12 天可以完成全部工程，乙队单独完成该工程比甲队单独完成该工程多用 10 天，问乙独完成该工程需多少天？

17. 汽车需行驶$108\,km$的距离，当行驶到$36\,km$处时发生故障，以后每小时的速度减慢$9\,km$，到达时比预定时间晚$24\min$，求汽车原来的速度

18. 一个容器盛满纯酒精 20 升，第一次倒出纯酒精若干升后，加水注满，第二次倒出相同数量的酒精，这时容器内的纯酒精只是原来的$\dfrac{1}{4}$，问第一次倒出纯酒精多少升？

第八讲 函数与变量

【知识梳理】

1.常量与变量

2.函数的概念

（1）了解函数的概念，弄清自变量与函数之间的关系

（2）注意： ①两个变量x与y

②对于 x 的每一个确定的值，y都有唯一确定的值与其对应

③一个变量的数值随着另一个变量的数值变化而变化

3.自变量的取值范围的确定

（1）自变量的取值必须使含自变量的代数式（数学式子）有意义

（2）整式：全体实数

（3）分式：分母不等于 0

（4）二次根式下含自变量：开偶数次方中的被开方数必须大于等于 0。

（5）有分式也有二次根式下含自变量：两个的公共部分

（6）当函数解析式表示实际问题时，自变量的取值必须使实际问题有意义

4.函数表示方法：要根据具体的情况选择适当的方法

（1）解析式

（2）列表法

（3）图象法

5.求函数的值

注意：分段函数要在自变量的取值范围内求

【例题剖析】

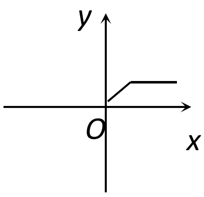
【例 1】骆驼被称为“沙漠之舟”，它的体温随时间的变化而变化，在这一问题中，自变量是（　　）

A. 沙漠　　B. 体温　　C. 时间　　D. 骆驼

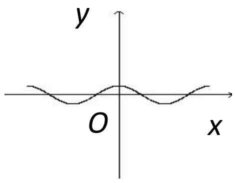
【例 2】圆的面积 $S(cm^2)$ 与圆的半径 $r(cm)$ 之间的函数关系式是 $S=\pi r^2$，此关系式中的变量是（　　）

A. r^2　　　　B. r　　　　C. S,π,r^2　　　　D. $S和r$

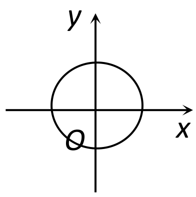
【例 3】下列图形中的曲线不表示 y 是 x 的函数的是（　　）



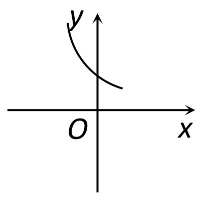
A



B



C



D

【例 4】下列函数中，不是函数关系的是（　　）

A. $y=\sqrt{x}(x>0)$　　B. $y=\sqrt{-x}(x<0)$　　C. $y=\pm\sqrt{x}(x>0)$　　D. $y=-\sqrt{x}(x>0)$

【例 5】在函数 $y=\dfrac{\sqrt{x+2}}{3x}$ 中，自变量的取值范围是（　　）

A. $x\geq -2且x\neq 0$　　B. $x\leq -2且x\neq 0$　　C. $x\neq 0$　　D. $x\leq -2$

【例 6】下列函数中和 y=x 表示同一函数的是（　　）

A. $y=|x|$　　B. $y=\dfrac{|x|}{x}$　　C、$y=\sqrt[3]{x^3}$　　D.、$y=(\sqrt{x})^2$

【例 7】求下列函数中自变量 x 的取值范围

（1） $y=2x-3$　　（2） $y=3x^2-4x+1$　　（3） $y=\dfrac{1}{x+1}$

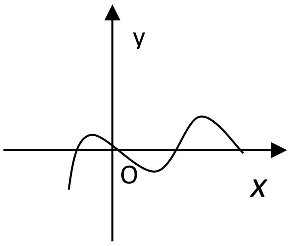
（4） $y=\sqrt{x-2}$　　（5） $y=\dfrac{x}{\sqrt{x+3}}$　　（6） $y=\dfrac{\sqrt{x+2}}{x-1}$

【经典习题】

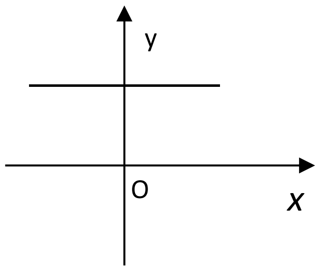
（A）组

1.已知 x、y 满足 3x-y=1，把 y 表示成 x 的函数为____________，其中常量为_____________，变量为_________________

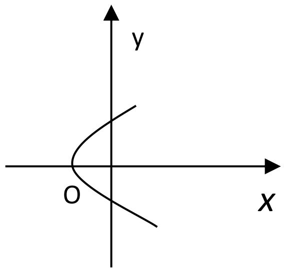
2.下列各图象中，y 不是 x 函数的是 （ ）



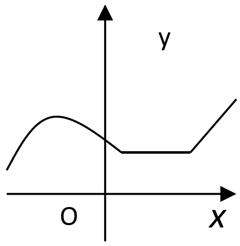
（A）



（B）



（C）



（D）

3.下列函数中，表示同一函数的是（ ）

A．$y=x$ 与 $y=\frac{x^2}{x}$　　B. $y=x$ 与 $y=(\sqrt{x})^2$

C. $y=x$ 与 $y=\sqrt[3]{x^3}$　　D. $y=x$ 与 $y=\sqrt{x^2}$

4.函数 $y=\sqrt{x+3}+\frac{1}{2x-2}$ 的自变量 x 的取值范围是（ ）

A．$x\geq -3$　　B. $x\geq -3且x\neq 1$　　C. $x\geq 0且x\neq 1$　　D. $x\geq 3且x\neq 1$

5.下列函数中，自变量的取值范围选取错误的是（ ）

A. $y=2x^2$ 中，x 取全体实数　　B. $y=\frac{1}{\sqrt{x+1}}$ 中，x 取 $x\neq -1$ 的实数

C. $y=\sqrt{x-2}$ 中，x 取 $x\geq 2$ 的实数　　D. $y=\frac{1}{\sqrt{x+3}}$ 中，x 取 $x\geq -3$ 的实数

6.已知 A、B 两地相距 50 千米，某同学步行由 A 地到 B 地，速度为每小时 8 千米，设该同学与 B 地的距离为 y 千米，步行的时间为 x 小时，则 y 与 x 之间的函数解析式为___________

自变量 x 的取值范围是___________

7.当 $x=$_______________时，函数 $y=3x-2$ 与函数 $y=5x+1$ 有相同的函数值。

8.已知函数 y=$\frac{2x-1}{x+2}$ 中，当 $x=a$ 时的函数值为 1，则 a 的值是（ ）

A.-1　　B.1　　C.-3　　D.3

（B）组

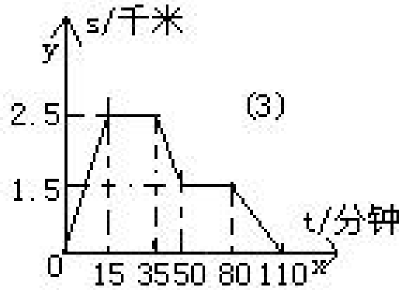
9. 已知数据 $\frac{1}{3},\frac{2}{5},\frac{3}{7},\frac{4}{9}$...... 用 n 表示数据排练的序号，y 表示对应的数据，则 $y=$ ______；当 $n=100$ 时，$y=$ ______；y 能否等于 100？______（填“能” 或“不能”）

10. 油箱中有油 30kg，油从管道中匀速流出，1 小时流完， 求油箱中剩余油量 Q（kg）与流出时间 t（分钟）间的函数关系式为______， 自变量的范围是______当 Q=10kg 时，$t=$ ______

11. $M(1,2),N(3,\frac{3}{2}),P(1,-1),Q(-2,-4)$ 在函数 $y=\frac{2x}{x+1}$ 图像上的是（ ）

A. M 点　　B. N 点　　C. P 点　　D. Q 点

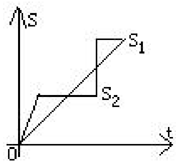
12. 如图反映的过程是：小明从家跑步到体育馆，在那里锻炼了一阵后走到新华书店去买书，然后散步回家，其中 t 表示时间，s 表示小明离家的距离，那么小明在体育馆锻炼和在新华书店买书共用去的时间是（ ）

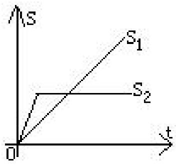


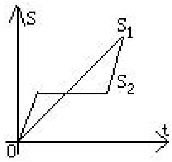
A. 35 分钟　　B. 45 分钟

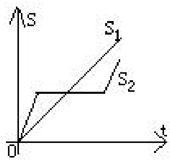
C. 50 分钟　　D. 60 分钟

13. “龟兔赛跑”讲述了这样一个故事：领先的兔子看着缓慢爬行的乌龟，骄傲起来，睡了一觉，当它醒来时发现乌龟快到终点了，于是急忙追赶，但为时已晚，乌龟还是先到了终点……用 S_1,S_2 分别表示乌龟和兔子所行的路程，t 为时间，则下列图像中，与故事情节相吻合的是（ ）

A. 

B. 

C. 

D. 

14. 已知点 $(\frac{2}{3},y_1)$ 在函数 $y=-\frac{1}{x}$ 的图像上，将 $x=y_1+1$ 代入函数中，所得函数值为 y_2，再将 $x=y_2+1$ 代入函数中，所得函数值为 y_3，……如此继续下去，则 $y_{2015}=$ ______

（C）组

15. 甲、乙两辆汽车分别从相距$200km$的A、B两地同时出发，相向而行，甲的平均速度为$60km/h$，乙的平均速度为 $40km/h$，当甲乙两车相遇时，两车都停止运动，设甲车的运动时间为$x(h)$，甲、乙两车相距为$y(km)$.

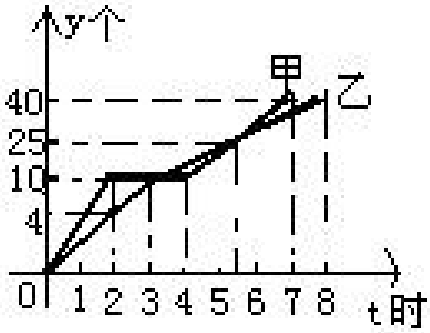
（1）写出表示y与x的函数关系的式子

（2）指出自变量x的取值范围

（3）当甲车行驶$1h$时，两车相距多远？

（4）求当两车相距$50km$时，甲车行驶了多久？

16. 某车间的甲、乙两名工人分别同时生产同种零件，它们一天生产零件个数y（个）与生产时间t（时）的函数关系如图所示



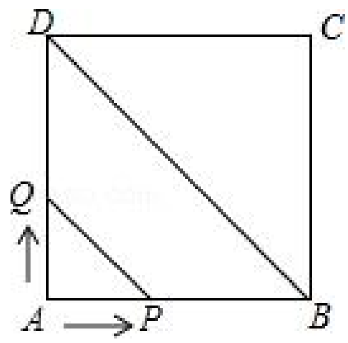
（1）根据图像填空

①甲、乙中____________先完成一天的任务，在生产过程中，因机器故障停止生产____________小时

②当$t=$____________时，甲、乙生产的零件个数相等

（2）谁在哪一段时间内的生产速度是最快的？求该段时间内他每小时生产零件的个数?

17. 如图，正形 ABCD 的边长为$4cm$，动点 P、Q 同时从点 A 出发，以$1cm/s$的速度分别沿 A→B→C 和 A→D→C 的路径向点 C 运动，当 P、Q 到达点 C 时都停止运动. 设运动时间为x（单位：s），四边形 PBDQ 的面积为y（单位：cm^2）.



（1）在这个运动变化过程中，当运动时间x发生变化时，四边形 PBDQ 的面积y是否也随之发生变化？当运动时间x增大时，四边形 PBDQ 的面积y如何变化？

（2）在这个运动变化过程中，运动时间 x 的取值有什么要求吗？为什么？

第九讲　一元二次方程及其解法

【知识要点】

一、一元二次方程定义：

一元二次方程一般式：$ax^2+bx+c=0$ (a、b、c 是已知数，$a\neq0$)。其中 ax^2 叫做二次项， a 是二次项系数；bx 叫做一次项，b 是一次项系数； c 叫做常数项。要求学生理解一元二次方程的概念，重点在于条件中的 $a\neq0$，会识别一元二次方程中的二次项系数、一次项系数、常数项。

【基础练习】

1. 方程 $3x^2-x+1=5$ 的一次项系数是__________，常数项是______。
2. 下列方程中，是一元二次方程的是 ……………………………（　　）

（A） $x=-2x-1$ （B）$\sqrt{x^2+x}=1$ （C） $\frac{x^2-1}{x+1}=0$（D） $2x^2-4=3x$

3. 将一元二次方程 $2(x+2)+8=3x(x-1)$ 化成一般式，并写出方程中的各项及各项系数。

【能力提高】

1. 关于 x 的方程 $m^2x^2+2x=x^2-2mx-1$，当 m________时，是一元二次方程；当 m__________时，是一元一次方程。
2. 当 m 取何值时，方程 $(m-1)x^{|m|+1}+3x-2=0$ 是一元二次方程。

二、一元二次方程的根：

1、能够使方程左右两边的值相等的未知数的值叫做方程的解。只含有一个未知数的方程，它的解又叫做方程的根。

2、一元二次方程的根的个数与一元一次方程是不同的。

【基础练习】如 $x=1$ 是方程 $(m-1)x^2+2x=5$ 的一个根，则 $m=$__________。

【能力提高】 方程 $ax^2+bx+c=(a\neq0)$，若 $a-b+c=0$, 则它必有一根

是＿＿＿＿＿＿。

三、用开平方法解一元二次方程：

理解直接开平方法与平方根运算的联系，学会用直接开平方法解特殊的一元二次方程；培养基本的运算能力；知道形如（px+q）^{2}＝m（p≠0，m≥0）的一元二次方程都可以用直接开平方法解．培养观察、比较、分析、综合等能力，会应用学过的知识去解决新的问题。

【基础练习】

1.方程$3(x-1)^2=0$的解是＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿。

2.解方程$(y-1)^2=16$

【能力提高】

用开平方法解方程：$4(3x-1)^2=25(2x+1)^2$

四、用因式分解法解一元二次方程：

通过对因式分解法的探索，体会其中所蕴涵的降次策略和化归思想。

会用因式分解法解特殊的一元二次方程；

在归纳方程的基本特征的过程中，提高归纳能力；

运用因式分解法解特殊的一元二次方程.

【基础练习】

1、若$(x+4)(x-5)=0$，则$x=$＿＿＿＿＿＿＿＿

2、解方程：$x^2-4x+3=0$

3. 解方程：$(x-3)^2+2x(x-3)=0$

【能力提高】

1、解方程：$(x+5)(x-6)=-24$

五、用配方法解一元二次方程：

知道解一元二次方程$ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$可以转化为适合于直接开平方法的形式$(x+m)^2=n$.；会正确的运用配方法解一般的一元二次方程.

重点：掌握用配方法解一元二次方程. 难点：凑配成完全平方的方法与技巧.

【基础练习】

1．填空

（1）x^2+8x+（　　）＝（$x+$　　　　）^{2}.

（2）$x^2-\frac{2}{3}x+$（　　）＝（$x-$　　　　）^{2}.

（3）$y^2-\frac{b}{a}y+$（　　　）＝（$y-$　　　　　）^{2}.

2．用适当的数（式）填空：

x^2-3x+__________$=(x-$_________$)^2$；

x^2-px+__________＝$(x-$_________$)^2$

$3x^2+2x-2=3(x+$_________$)^2+$___________.

3．用配方法解下列方程

1）．$x^2+x-1=0$　　　　　　　　　　2）．$(x-1)^2-2(x-1)+\frac{1}{2}=0$

【能力提高】

1．方程$x^2-\frac{2}{3}x+1=0$左边配成一个完全平方式，所得的方程是________.

2．用配方法解方程．$3x^2-6x-1=0$

【拓展训练】

1．关于x的方程$x^2-9a^2-12ab-4b^2=0$的根$x_1=$_________，$x_2=$___________.

2．关于x的方程$x^2+2ax-b^2+a^2=0$的解为________

第十讲 一元二次方程的判别式

【知识点梳理】

在一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ （$a\neq0$）中$\triangle=b^2-4ac$

$\triangle=b^2-4ac>0$ <=====> 方程有两个不相等的实数根，即：x_1,x_2

$\triangle=b^2-4ac=0$ <=====> 方程有两个相等的实数根，即：$x_1=x_2$

$\triangle=b^2-4ac<0$ <=====> 方程没有实数根。

【例题解析】

（1）方程$x^2-(m+2)x+4=0$有两个相等的实数根；

（2）方程$mx^2-3x+1=0$有两个不相等的实数根；

（3）方程$mx^2+4x+2=0$没有实数根；

（4）方程$x^2-2x-m=0$有实数根。

【基础训练】

1. 方程$2x^2+3x-k=0$根的判别式是___________；当k___________时，方程有实根。

2. 关于x的方程$kx^2+(2k+1)x-k+1=0$的实根的情况是___________。

3. 方程$x^2+2x+m=0$有两个相等实数根，则m=___________。

4. 关于x的方程$(k^2+1)x^2-2kx+(k^2+4)=0$的根的情况是___________。

5. 当m___________时，关于x的方程$3x^2-2(3m+1)x+3m^2-1=0$有两个不相等的实数根。

6. 如果关于x的一元二次方程$2x(ax-4)-x^2+6=0$没有实数根，那么a的最小整数值是___________。

7. 关于x的一元二次方程$mx^2+(2m-1)x-2=0$的根的判别式的值等于4，则m=___________。

8. 已知一元二次方程$x^2-6x+5-k=0$的根的判别式$\Delta=4$，则这个方程的根为__________。

9. 若关于x的方程$x^2-2(k+1)x+k^2-1=0$有实数根，则k的取值范围是(　　)

A.$k\geqslant -1$　　B.$k> -1$　　C.$k\leqslant -1$　　D.$k<-1$

10.设方程$(x-a)(x-b)-cx=0$的两根是α、β，试求方程$(x-\alpha)(x-\beta)+cx=0$的根。

11.不解方程，判断下列关于x的方程根的情况：

(1)$(a+1)x^2-2a^2x+a^3=0(a>0)$

(2)$(k^2+1)x^2-2kx+(k^2+4)=0$

12. m、n为何值时，方程$x^2+2(m+1)x+3m^2+4mn+4n^2+2=0$有实根?

13.求证：关于x的方程$(m^2+1)x^2-2mx+(m^2+4)=0$没有实数根。

14.已知关于x的方程$(m^2-1)x^2+2(m+1)x+1=0$，试问：m为何实数值时，方程有实数根?

15.已知关于x的方程$x^2-2x-m=0$无实根(m为实数)，证明关于x的方程$x^2+2mx+1+2(m^2-1)(x^2+1)=0$也无实根。

【拓展提高】

1.已知：$a>0,b>a+c$,判断关于x的方程$ax^2+bx+c=0$根的情况。

2. m为何值时，方程$2(m+1)x^2+4mx+2m-1=0$。

(1)有两个不相等的实数根；(2)有两个实数根；(3)有两个相等的实数根；(4)无实数根。

3.已知方程$(x-1)(x-2)=m^2$(m为已知实数，且$m\neq 0$)，不解方程证明：

这个方程有两个不相等的实数根；

第十一讲 一元二次方程的应用

【知识点梳理】

1、二次三项式的因式分解

2、一元二次方程的应用问题

【例题解析】

因式分解：

（1）x^2-2x-5　　（2）$x^2+\sqrt{2}x-4$　　（3）x^4-6x^2+8

【基础训练】

因式分解：

（1）$x^2-5ax+a^2$　　（2）$2x^2y^2-6xy-5$　　（3）$2a^2b^2-4ab+1$

1.某商品两次价格下调后,单价从 5 元变为 4.05 元,则平均每次调价的百分率为(　　)

A.9%　　B.10%　　C.11%　　D.12%

2.容器里装满纯酒精,倒出一半后用水加满,再倒出 $\frac{1}{4}$,再用水加满,此时容器内酒精浓度为(　　)

A.15%　　B.12.5%　　C.37.5%　　D.25%

3.某超市一月份的营业额为 200 万元,一,二,三月份的营业额为 1000 万元,设平均每月的营业额为增长率为 x,则由题意列方程为(　　)

A.200+200×2x=1000　　B.$200(1+x)^2=1000$

C.200+200×3x=1000　　D.$200[1+(1+x)+(1+x)^2]=1000$

4.从正方形的铁片上,截去 5cm 宽的一个长方形铁皮,余下的面积为 $84cm^2$,则原来正方形面积

最大可能为(　　)cm^2.

A.84　　B.109　　C.144　　D.420

5.一个数字和为 10 的两位数,把个位与十位数字对调下得到一个两位数,这两个数之积是 2296,则这个两位数为(　　)

A.28　　B.82　　C.28 或 82　　D.不确定

6.两个连续奇数的平方和为 202,则这两个奇数是_________.

7.直角三角形的面积为 6,两直角边的和为 7,则斜边长为____________________

8.某工厂第一季度平均每月增产 10%,一月份产值 a 元,那么三月份产值为___________

解应用题

1、 某木器厂今年一月份生产了课桌 500 张，后因管理不善，二月份的产量减少了 10%，从三月份起加强了管理，产量逐月上升，四月份的产量达到了 648 张，如果三、四月份的月增长率相同，求这个增长率。

2、某洗衣机厂十月份生产洗衣机 2000 台，以后产量逐月递增，第四季度共生产洗衣机 9500 台，求该厂第四季度产量平均每月增长的百分率。

3、小组同学互赠贺卡一张，全组共赠贺卡 90 张，这个小组有几位同学？

4、（1）利用 7.5 米长的墙为一边，用 13 米的竹篱笆作另三边，围成一个面积为 20 平方米的长方形的菜园，长方形菜园的长和宽各是多少？

（2）上题中把墙长 7.5 米改为 4.5 米，其它条件不变，能不能围成 20 平方米的长方形菜园。

【拓展提高】

将进货单价为 100 元的商品按 120 元售出时，能卖出 500 件，已知这种商品每涨价 1 元，其

销售量就减少 10 件，如果希望能获得利润 12000 元，售价应定多少元？这时应进货多少件？

第十二讲 一元二次方程复习

一、选择题：

1. 下列方程中不一定是一元二次方程的是(　　)

A. $(a-3)x^2=8$ $(a\neq 3)$　　B. $ax^2+bx+c=0$

C. $(x+3)(x-2)=x+5$　　D. $\sqrt{3}x^2+\frac{3}{57}x-2=0$

2 下列方程中，常数项为零的是(　　)

A. $x^2+x=1$　　B. $2x^2-x-12=12$；　　C. $2(x^2-1)=3(x-1)$　　D. $2(x^2+1)=x+2$

3. 一元二次方程 $2x^2-3x+1=0$ 化为 $(x+a)^2=b$ 的形式，正确的是(　　)

A. $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=16$；　B. $2\left(x-\frac{3}{4}\right)^2=\frac{1}{16}$；　C. $\left(x-\frac{3}{4}\right)^2=\frac{1}{16}$；　D. 以上都不对

4. 关于 x 的一元二次方程 $\left(a-1\right)x^2+x+a^2-1=0$ 的一个根是 0，则 a 值为（　　）

A、1　　B、-1　　C、1 或 -1　　D、$\frac{1}{2}$

5. 已知三角形两边长分别为 2 和 9，第三边的长为二次方程 $x^2-14x+48=0$ 的一根，则这个三角形的周长为(　　)

A. 11　　B. 17　　C. 17 或 19　　D. 19

6. 已知一个直角三角形的两条直角边的长恰好是方程 $2x^2-8x+7=0$ 的两个根，

则这个直角三角形的斜边长是（　　）

A、$\sqrt{3}$　　B、3　　C、6　　D、9

C. $200+200\times 3x=1000$　　D. $200[1+(1+x)+(1+x)^2]=1000$

二、填空题：

11. 用______法解方程 $3(x-2)^2=2x-4$ 比较简便.

12. 如果 $2x^2+1$ 与 $4x^2-2x-5$ 互为相反数，则 x 的值为________.

13. $x^2-3x+\_\_\_\_\_=(x-\_\_\_\_)^2$

14. 若一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 有一个根为-1，则 a、b、c 的关系是______.

15. 已知方程 $3ax^2-bx-1=0$ 和 $ax^2+2bx-5=0$，有共同的根-1，则 a=______，b=______.

16. 一元二次方程 $x^2-3x-1=0$ 与 $x^2-x+3=0$ 的所有实数根的和等于____.

17. 已知 $3-\sqrt{2}$ 是方程 $x^2+mx+7=0$ 的一个根，则 m=________，另一根为_______.

18. 已知两数的积是 12，这两数的平方和是 25，以这两数为根的一元二次方程是

___________.

19. 已知 x_1，x_2 是方程 $x^2-2x-1=0$ 的两个根，则 $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}$ 等于__________.

20. 关于 x 的二次方程 $x^2+mx+n=0$ 有两个相等实根，则符合条件的一组 m,n 的实数值可以是 $m=$ ___________， $n=$ ___________.

三、用适当方法解方程：

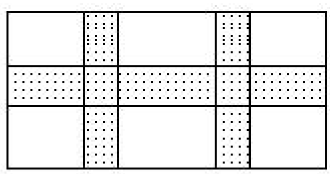
21. $(3-x)^2+x^2=5$

22. $x^2+2\sqrt{3}x+3=0$

四、列方程解应用题：

23. 某电视机厂计划用两年的时间把某种型号的电视机的成本降低 36%, 若每年下降的百分数相同,求这个百分数.

24. 如图所示，在宽为 20m，长为 32m 的矩形耕地上，修筑同样宽的三条道路，（互相垂直），把耕地分成大小不等的六块试验田，要使试验田的面积为 570m²，道路应为多宽？



25. 某商场销售一批名牌衬衫，平均每天可售出 20 件，每件赢利 40 元，为了扩大销售，增加赢利，尽快减少库存，商场决定采取适当的降价措施，经调查发现，如果每件衬衫每降价 1 元，商场平均每天可多售出 2 件。 求：（1）若商场平均每天要赢利 1200 元，每件衬衫应降价多少元？（2）每件衬衫降价多少元时，商场平均每天赢利最多？

26.解答题

已知关于 x 的方程 $x^2+2(m-2)x+m^2+4=0$ 两根的平方和比两根的积大 21，求 m 的值

第十三讲　阶段测验模拟

一、 选择题（每小题 3 分，共 18 分）

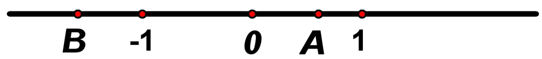
1. 下列根式是最简二次根式的是　　　　　　　　　　　　　　　　（　　　）

A. $\sqrt{\frac{1}{x}}$　　　　B. $\sqrt{x^2 y}$　　　　C. $\sqrt{x^2+y^2}$　　　　D. $\sqrt{\frac{5ab}{3}}$

2. 如图所示，数轴上点 A 与点 B 分别对应实数 a、b, 下列四个等式中正确等式的个数是　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　（　　　）

①$\left(\sqrt{a}\right)^2=a$　　　②$\sqrt{b^2}=-b$

③$\sqrt{(a+b)^2}=a+b$　④$\sqrt{(b-a)^2}=b-a$



A． 1　　　　B．2　　　　C．3　　　　D．4

3．下列计算结果正确的是　　　　　　　　　　　　　　　　　　（　　　）

A. $\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)^2=\left(\sqrt{5}\right)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2=2$　　　B. $\left(\sqrt{3}+2\right)\bullet\left(2\sqrt{3}-4\right)=-2\left[2^2-\left(\sqrt{3}\right)^2\right]=-2$

C. $\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)\bullet\left(-\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)=3-2=1$　　　D. $\left(2\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^2=12+6\sqrt{6}$

4. 把多项式 $2x^2+8xy+3y^2$ 因式分解, 下列结论中错误的是　　　　　　（　　　）

A. $2\left(x-\frac{-4+\sqrt{10}}{2}y\right)\left(x-\frac{-4-\sqrt{10}}{2}y\right)$　　B. $2\left(x+\frac{4+\sqrt{10}}{2}y\right)\left(x+\frac{4-\sqrt{10}}{2}y\right)$

C. $3\left(y-\frac{-4-\sqrt{10}}{3}x\right)\left(y-\frac{-4+\sqrt{10}}{3}x\right)$　　D. $3\left(y+\frac{4+\sqrt{10}}{3}x\right)\left(y+\frac{4-\sqrt{10}}{3}\right)$

5. 在 ΔABC 中，$\angle B=\angle C$，AD 为 ΔABC 的中线，那么下列结论不正确的是（　　　）

A．$\Delta ABD\cong\Delta ACD$　　　　B．$AB=AC$

C．AD 为 ΔABC 的高　　　　D．ΔABC 是等边三角形

6. 定义：如果一元二次方程 $ax^2+bx+c=0\ (a\neq 0)$ 满足 $a+b+c=0$，那么我们称这个为“凤凰”方程. 已知 $ax^2+bx+c=0\ (a\neq 0)$ 是“凤凰”方程，并且有两个相等的实数根，则下列结论正确的是　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　（　　　）

A．$a=c$　　　B．$a=b$　　　C．$b=c$　　　D．$a=b=c$

一、填空题（本大题 12 题，每题 2 分，共 24 分）

7. 如果代数式 $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{3-x}}$ 在实数范围内有意义，那么 x 的取值范围是____________.

8. $\sqrt{a-2}(a \neq 2)$ 的倒数是______________.

9. 不等式($\sqrt{2}-\sqrt{3})x<1$的解集是________________.

10. 在实数范围内分解因式：x^4-4x^2+4=____________________.

11. 不解方程$2y^2-2\sqrt{6}y+5=0$，判别该方程的根的情况为____________________.

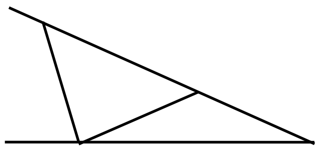
12. 当 y=_________ 时，代数式y^2+6y-5和$y+1$的值相等.

13. 若$\left(m^2+n^2\right)\bullet\left(1-m^2-n^2\right)=0$, 则$m^2+n^2$ = _____________.

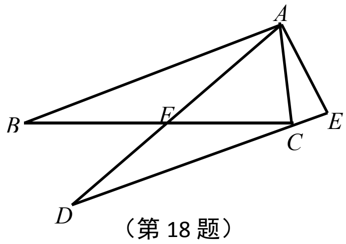
14. 若k是一个整数，已知关于x的一元二次方程$(1-k)x^2-2x-1=0$有两个不等的实数根，则k最大可以取________.

15. 某种产品原来每件价格为 800 元，经过两次降价，且每次降价的百分率相同，现在每件售价为 578 元. 则每次降价的百分率为______.

16. 把命题“同角的补角相等”改写成：如果____________________________________，那么_____________________________.



（第 17 题）



（第 18 题）

17．如图，$AD=DB=BC$，$\angle C=25^\circ$，则$\angle ADE$=________度 .

18．如图，已知 $AD=AB=BC$，$AC=AE$，点 C 在 DE 上，$\angle BAD=\angle CAE=20^\circ$，那么此题的图形中共有______个等腰三角形.

三、简答题（本大题 4 题，每题 6 分, 共 24 分）

19．计算：$\dfrac{\sqrt{12}}{4}-\dfrac{\sqrt{18}}{3}+2\sqrt{32}-\sqrt{\dfrac{1}{12}}$

20.计算 $\dfrac{7}{3-\sqrt{2}}+\sqrt{1\dfrac{4}{9}}\div\sqrt{6\dfrac{1}{2}}$

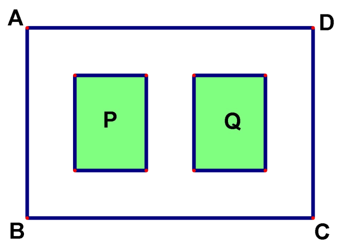
21．解方程：$\dfrac{1}{2}x^2-5x-10=0$（用配方法）

22. 解方程：$9x^2-2\sqrt{3}x=1$

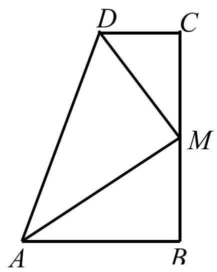
四、解答题（本大题 3 题，第 22、23 题 7 分,第 24 题 8 分，共 22 分）

22. 要对一块长 60 米，宽为 40 米的长方形荒地 $ABCD$ 进行绿化和硬化，设计方案如图所示，长方形 P，Q 为形状相同，面积相等的两块绿地，其余为硬化路面，P，Q 两块绿地周围的硬化路面宽度都相等，并使两块绿地面积的和为长方形 $ABCD$ 面积和的 $\frac{1}{4}$.

求 P，Q 两块绿地面积周围硬化路面的宽.



23.如图，$\angle B=\angle C=90°$，M 是 BC 的中点，DM 平分 $\angle ADC$，求证：AM 平分 $\angle DAB$



（第 23 题）

24.已知：关于 x 的方程 $x^2-(2k+1)x+4(k-\frac{1}{2})=0$

① 求证：无论 k 取何值，这个方程总有实数根.

② 写出此方程的两个根（可用含“k”的代数式表示）

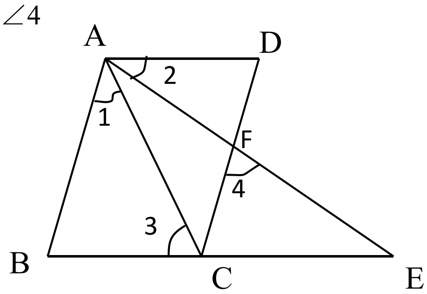
③ 若等腰△的一腰与底边的长分别是这个方程的两个根，求实数 k 的取值范围.

第十四讲 几何证明（一）

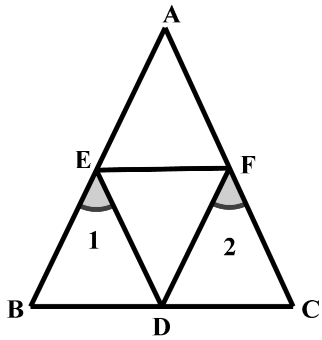
【基础练习】

1、已知，如图，BCE、AFE 是直线，AB//CD，∠1=∠2，∠3=∠4

求证：AD//BE

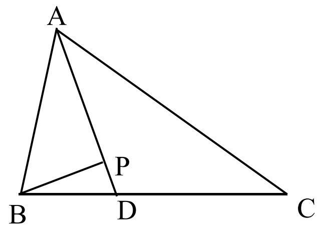


2、已知：如图，AB=AC，∠1=∠2，DE=DF.　求证:EF//BC.



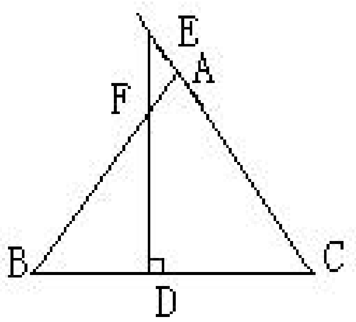
3、如图，△ABC 中，AD 平分∠BAC，BP⊥AD 于 P，AB=5，BP=2，AC=9.

求证：∠ABP=2∠ACB.



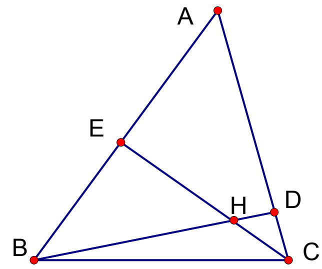
4、如图，在△ABC 中，AB=AC，E 为 CA 延长线上一点，ED⊥BC 于 D 交 AB 于 F.

求证：△AEF 为等腰三角形.



【思维拓展】

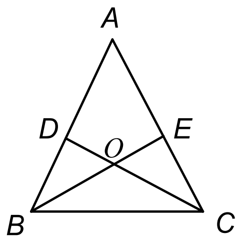
5、已知：如图，在△ABC 中，$\angle A:\angle B:\angle C=3:4:5$，$BD$、$CE$ 分别是边 AC、AB 上的高，BD、CE 相交于 H. 求$\angle BHC$ 的度数.



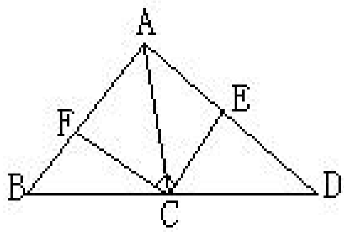
6、已知：如图所示△ABC，BE，CD 相交于 O，AB=AC,AD=AE，

（1）求证：OD=OE

（2）联结 DE，求证：DE//BC.

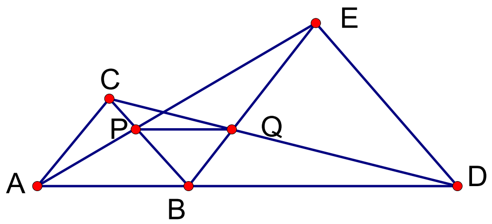


7、如图，△ABC 中，D 在 BC 延长线上，且 AC=CD，CE 是△ACD 的中线，CF 平分∠ACB，交 AB 于 F，求证：（1）CE⊥CF；（2）CF//AD.



8、如图，已知：B 是线段 AD 上的一点，△ABC、△BDE 均为等边三角形，AE 交 BC 于 P,CD 交 BE 于 Q.

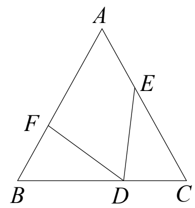
求证：（1）△ABE≌△CBD；（2）△BDQ≌△BEP；（3）$PQ//AD$.



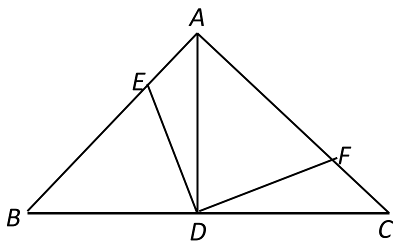
第十五讲 证明举例（二）

【全等三角形的判定与性质】

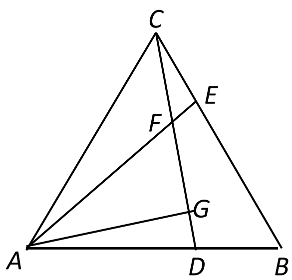
1、如图，在△*ABC* 中，若 *AB* = *AC*，*CD* = *BF*，*BD* ＝*CE*，∠*A*＝50º. 求∠*EDF* 的度数



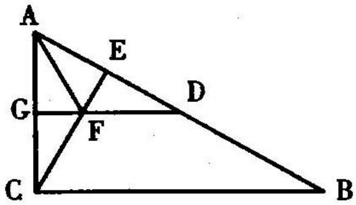
2、已知：如图，在△*ABC* 中，∠*BAC*=90°，*AB*=*AC*，*AD* 平分∠*BAC*，*DE*⊥*DF*，
求证：*DE*=*DF*



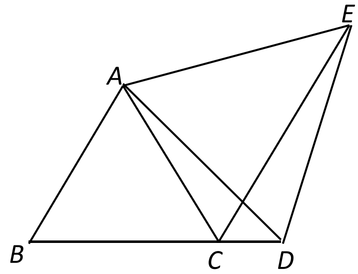
3、如图，等边△*ABC*，*AD*= *BE*，*AG*⊥*CD*，求∠*FAG* 的度数.



4、如图，在△*ABC* 中，∠*ACB*=90°，*CE*⊥*AB* 于点 *E*，*AD*=*AC*，*AF* 平分∠*CAB* 交 *CE* 于点 *F*，*DF* 的延长线交 *AC* 于点 *G*，求证：（1）*DF*//*BC*；（2）*FG*=*FE*.



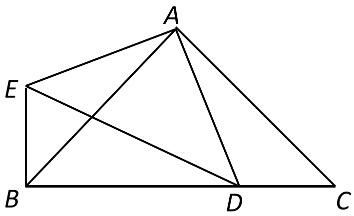
5、已知：如图，△*ABC* 是等边三角形，*D* 是 *BC* 的延长线上一点，*CE* 平分∠*ACD*，*CE*= *BD*，判断△*ADE* 的形状，并证明之。



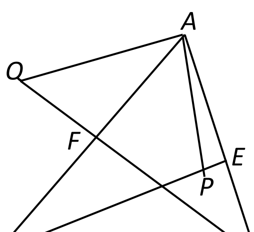
6、已知：如图，*AB*= *AC*，∠*BAC*=90°，*BE*⊥*BC*，*D* 为 *BC* 上一点，且 *DC*=*BE*，

（1）判断△*ADE* 的形状，并证明之。

（2）记 *AB* 和 *DE* 相交于点 *F*，当△*ADF* 为等腰三角形时，确定点 *D* 的位置.



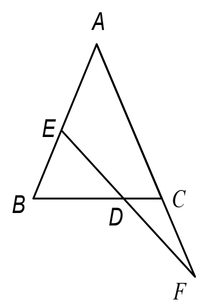
7、 如图，已知 *BE*、*CF* 是△*ADE* 的高，且 *BP*=*AC*，*CQ*=*AB*，求证：*AQ*⊥*AP*。



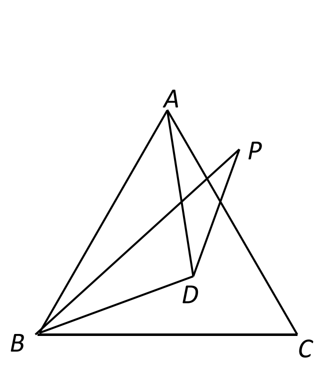
第十六讲 证明举例（三）

【构建全等三角形】

1、已知：如图所示，△ABC 中，D 为 BC 上一点，AB=AC，ED=DF，
求证：BE=CF.



2、如图，已知：*D* 为等边△*ABC* 内一点，*DA*=*DB*；*P* 为等边△*ABC* 外一点，*BP*=*AB*，
∠*DBP*=∠*DBC*. 求证：∠*C*=2∠*P*



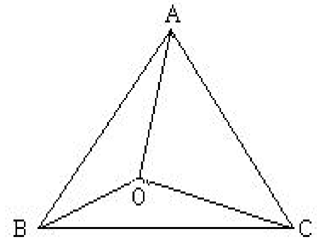
3. 如图，点 *O* 是等边三角形 *ABC* 内的一点，∠*AOB*=113°，∠*BOC*=123°，

试问：（1）以 OA、OB、OC 为边能否构成一个三角形？

若能，请求出该三角形各角的度数，若不能，请说明理由。

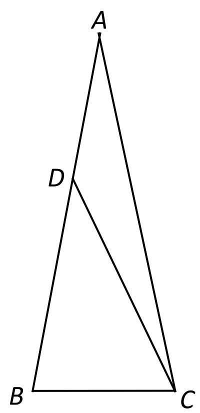
（2）如果 $\angle AOB$ 的大小保持不变，那么当 $\angle BOC$ 等于多少度时，

以 OA、OB、OC 为边的三角形是一个直角三角形吗？



4、在 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，$\angle A=20°$，D 为 AB 边上一点，且 $BC=AD$，连 DC.

求 $\angle BDC$ 的度数.



5、如图，C 为线段 AB 上的点，DA、EB、CF 均垂直于 AB，且 $DA=CB$，$EB=AC$，$CF=AB$.

求证：$\angle AFD=\angle BFE$