

目 录

第 1 讲	图形的放缩、比例线段	1
第 2 讲	三角形一边的平行线 (1)	4
第 3 讲	三角形一边的平行线 (2)	7
第 4 讲	相似三角形的判定	10
第 5 讲	相似三角形判定的应用	15
第 6 讲	相似三角形的性质 (1)	19
第 7 讲	相似三角形的性质 (2)	23
第 8 讲	相似三角形单元测试卷	28
第 9 讲	锐角三角比.....	32
第 10 讲	求锐角三角比的值	34
第 11 讲	解直角三角形.....	36
第 12 讲	解直角三角形的应用	38
第 13 讲	锐角的三角比单元测试卷	40
第 14 讲	二次函数的概念、图像与性质	44
第 15 讲	二次函数的图像与性质	48
第 16 讲	二次函数的图像与性质综合	52

第 1 讲 图形的放缩、比例线段

笔记 思考

【知识梳理】

- 1、相似多边形：
- 2、比例线段：
 - 1) 线段的比：
 - 2) 比例线段：
 - 3) 比例外项、比例内项、第四比例项、比例中项：
- 3、比例性质：
 - 1) 基本性质：
 - 2) 合比性质：
 - 3) 等比性质：
 - 4) 黄金分割：

【例题剖析】

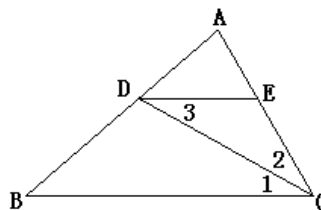
例 1、已知 $\frac{a}{b} = \frac{4}{3}$ ，且 b 是 a 、 c 的比例中项，则 $\frac{b}{c} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，

若 a 是 b 、 c 的比例中项，则 $\frac{b}{c} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

例 2、已知 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{3}{5}$ ，求： $\frac{3a-2c+e}{3b-2d+f}$ 的值。

例 3、已知 $\frac{x+y}{x} = \frac{11}{8}$ ，求 $\frac{x}{y}$ 。

例 3、如图， $\triangle ABC$ 中， CD 平分 $\angle ACB$ 交 AB 于 D ， $DE \parallel BC$ 交 AC 于 E 点，若 $AD : DB = 2 : 3$ ， $AC = 15$ ，求 DE 的长。



【经典习题】

(A) 组

1、已知 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A_1B_1C_1$, $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{3}{2}$, 且

$A_1B_1 + B_1C_1 + A_1C_1 = 16$, 则 $AB + BC + AC =$ _____.

2、在比例尺为 30 : 1 的图纸上, 图上 10cm 的线段实际长为 _____ cm.

3、已知点 P 是线段 AB 的黄金分割点, 若 $AB = 10\text{cm}$, 则 $PA =$ _____.

4、若 $5x = 7y$, 则 $x : y$ 的值为 _____, $\frac{x+y}{y} =$ _____, $\frac{x+3y}{3x-2y} =$ _____.

5、已知 $x^2 - 5xy + 6y^2 = 0$, 则 $x : y =$ _____.

6、(1) 如果 $a = 15\text{cm}$, $b = 10\text{cm}$, 且 c 是 a 和 b 的比例中项, 则 $c =$ _____.

(2) 如果 $a = 15$, $b = 10$, 且 c 是 a 和 b 的比例中项, 则 $c =$ _____.

(3) 如果 $a = 15$, $b = 10$, 且 b 是 a 和 c 的比例中项, 则 $c =$ _____.

(4) 已知: $\frac{a}{b} = \frac{3}{2}$, b 是 a 、 c 的比例中项, 则 $\frac{b}{c} =$ _____.

7、已知 $\frac{a}{5} = \frac{b}{7} = \frac{c}{8}$, 且 $a + b + c = 20$, 则 $2a + b - c =$ _____.

(B) 组

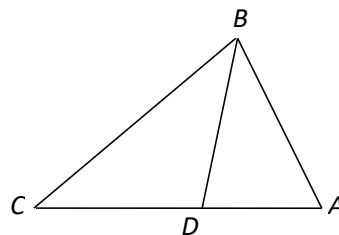
8、已知 $\frac{a+b+c}{b} = \frac{17}{5}$, $\frac{a+b-c}{b} = \frac{12}{5}$, 则 $\frac{a}{c}$ 的值为 _____;

9、已知 $\frac{b+c}{a} = \frac{a+c}{b} = \frac{a+b}{c} = k$, ($a+b+c \neq 0$) , 则一次函数 $y = kx + k$ 的图形一定不经过第 _____ 象限.

10、如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, BD 是 $\angle ABC$ 的平分线.

(1) 求证: $\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle BCD}} = \frac{AB}{BC}$

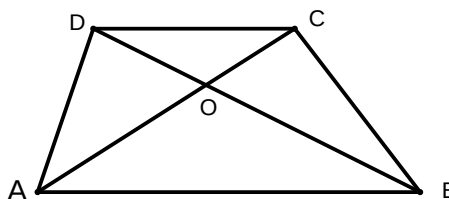
(2) 求证: $\frac{AD}{CD} = \frac{AB}{BC}$



11. 已知梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel DC$, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O ,

(1) 若 $S_{\triangle AOD}=6, S_{\triangle AOB}=8$ 求 $\frac{S_{\triangle COD}}{S_{\triangle BOC}}$ 的值.

(2) 若 $S_{\triangle ACD}=6, S_{\triangle AOB}=8$, 求 $S_{\triangle BOC}$

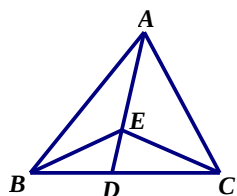


(C) 组

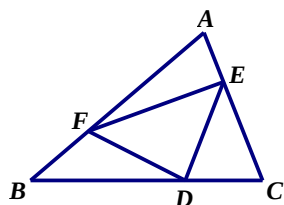
12、如果点 D 黄金分割 AB ($AD > BD$), 点 C 黄金分割 BA ($BC > AC$), $CD = a$, 则 AB 的长为_____.

13、在线段 AB 上求作一点 P , 使线段 AP 为线段 AB 和 BP 的比例中项.

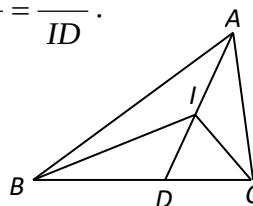
14、如图, $S_{\triangle BDE} = 6$, $S_{\triangle CDE} = 8$, $S_{\triangle ABE} = 21$, 则 $S_{\triangle ACE} =$ _____;



15、如图, 已知 D 、 E 、 F 分别在 $\triangle ABC$ 的边 BC 、 AC 、 AB 上, 且 $\frac{AE}{AC} = \frac{CD}{BC} = \frac{BF}{AB} = \frac{1}{3}$, $\triangle ABC$ 的面积为 18, 则 $\triangle DEF$ 的面积为_____;



16、如图, 已知 $\frac{AB}{BD} = \frac{AI}{ID} = \frac{AC}{CD}$, 求证: $\frac{AB + BC + AC}{BC} = \frac{AD}{ID}$.



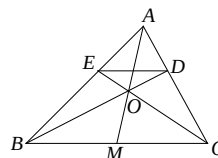
第 2 讲 三角形一边的平行线 (1)

【知识梳理】

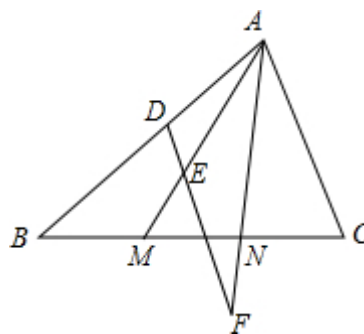
- 1、三角形一边的平行线定理,平行线分线段成比例定理,平行线的判定;
- 2、用语言叙述三角形一边的平行线的性质定理,并画出图形,写出符号语言
- 3、平行线的判定的归纳: A 字形, X 字形
- 4、解题方法: 先找出基本图形, 再找出它们的公共比, 中间比; 性质和判定混合运用, 才能找到基本图形.

【例题剖析】

- 例 1、如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AM 是 BC 边的中线, O 为 AM 上的任意一点, BO 的延长线交 AC 于 D , CO 的延长线交 AB 于 E ,
求证: $ED \parallel BC$;



- 例 2、如图, 已知 M, N 为 $\triangle ABC$ 的边 BC 上的两点, 且满足 $BM = MN = NC$,
一条平行于 AC 的直线分别交 AB, AM 和 AN 的延长线于 D, E, F , 求证:
 $EF = 3DE$;



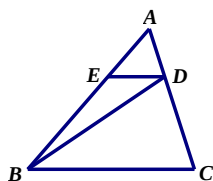
- 例 3、已知 $\triangle ABC$ 中, M 是 BC 的中点, AE 是 $\angle BAC$ 的平分线, 过 B 作 $BD \perp AE$, 垂足为 D , 交 AC 于 B' , AM 于 BD 相交于 F , 求证: $EF \parallel AB$ 。

【经典习题】

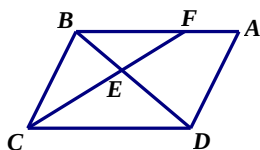
(A) 组

笔记 思考

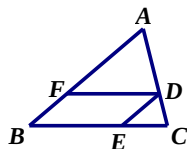
1. 如图: 已知 $DE \parallel BC$, $S_{\triangle ADE} = 3$, $S_{\triangle CBD} = 18$, 则 $S_{\triangle ABC} =$ _____;



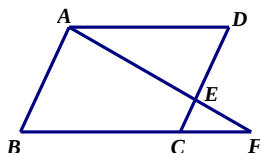
2. 已知: 如图, 平行四边形 $ABCD$ 中, $\angle BCD$ 的平分线交 BD 于 E , 交 AB 于 F , $AD:AB = 2:3$, 则 $CE:EF =$ _____;



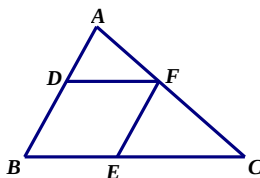
3. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel AB, DF \parallel BC$, $\frac{AD}{AC} = \frac{2}{3}$, $AB = 9, BC = 6$, 则平行四边形 $BEDF$ 的周长为 _____;



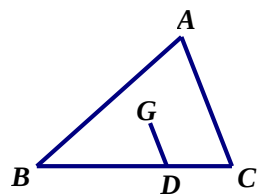
4. 如图, E 是平行四边形 $ABCD$ 的边 CD 上一点, $CE = \frac{1}{3}CD$, $AD = 12$, 那么 CF 的长为 _____;



5. 如图, $DF \parallel BC, FE \parallel AB$, $\frac{AD}{DB} = \frac{5}{6}$, 那么 $\frac{BE}{BC} =$ _____;

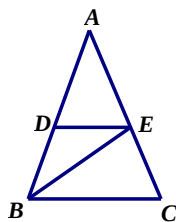


6. 如图, 点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, $GD \parallel AC$, 则 $CD:BC =$ _____;

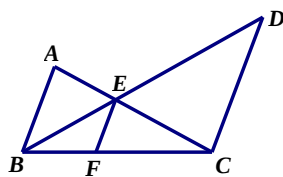


(B) 组

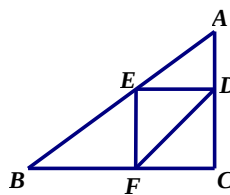
7、如图，在 $\triangle ABC$ 中， BE 平分 $\angle ABC$ ， $DE \parallel BC$ ，如果 $AB = 3, BC = 2$ 那么 $AD =$ _____；



第 7 题



第 8 题

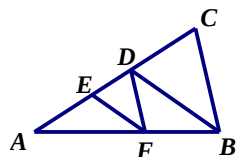


第 9 题

8、如图， $AB \parallel EF \parallel DC$ ， $AB = 5, BC = 12, CD = 8$ ，则 $EF =$ _____；

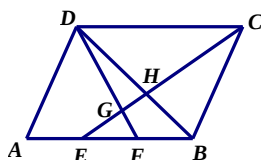
9、如图，四边形 $CDEF$ 是直角三角形 ABC 的内接正方形，若 $BC = 3, AC = 2$ ，那么 $DF =$ _____；

10、如图，在 $\triangle ABC$ 中， $EF \parallel BD$ ， $DF \parallel BC$ ， $S_{\triangle BCD} : S_{\triangle BDF} = 5 : 3$ ，则 $S_{\triangle AEF} : S_{\triangle DEF} =$ _____；

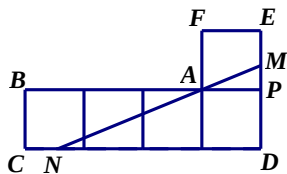


(C) 组

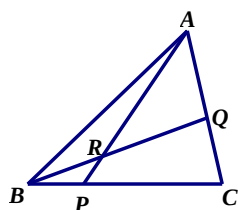
11、如图，平行四边形 $ABCD$ 中， E, F 是 AB 边上的两点，且 $AE = EF = FB$ ， DB, DF 分别与 CE 交于 H, G 点，则 $EG : GH : HC =$ _____；



12、六边形 $ABCDEF$ 由五个正方形组成（如图），正方形的边长都为 1cm ，过 A 的一条直线和 ED, CD 分别交于 M, N ，若这个六边形在直线 MN 两侧的部分有相等的面积，设 $PM = x$ ，则 x 的值为 _____ cm ；



13、如图：在 $\triangle ABC$ 中，在 BC 上取一点 P ， CA 上取一点 Q ，使得 $BP : PC = 2 : 5$ ， $CQ : QA = 3 : 4$ ， AP, BQ 交于点 R ，求 $AR : RP$ 的值；



第3讲 三角形一边的平行线(2)

【知识梳理】

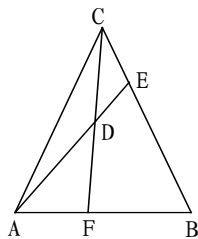
- 1、三角形一边的平行线定理,平行线分线段成比例定理,平行线的判定;
- 2、用语言叙述三角形一边的平行线的性质定理,并画出图形,写出符号语言
- 3、平行线的判定的归纳: A 字形, X 字形
- 4、解题方法: 先找出基本图形,再找出它们的公共比,中间比;性质和判定混合运用,才能找到基本图形.

【例题剖析】

例 1、如图, $AC=BC$, F 为底边 AB 上一点, $\frac{BF}{AF} = \frac{m}{n}$ ($m, n > 0$). 取 CF 中点 D , 连 AD 并延长交 BC 于 E .

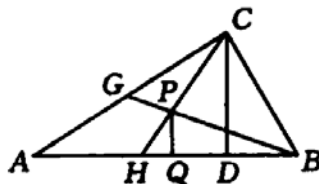
(1) 求 $\frac{BE}{EC}$ 的值;

(2) 若 $BE=2EC$, 则直线 CF 与边 AB 有怎样的位置关系? 并证明之.



例 2、如图, $\angle ACB=90^\circ$, $CD \perp AB$ 于 D , 中线 BG 、 CH 相交于点 P , $PQ \perp AB$ 于 Q ,

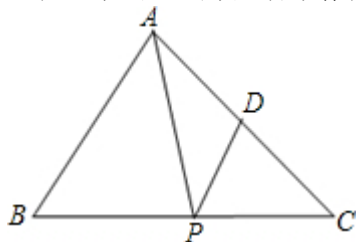
若 $AB=5$, $AC=4$, 求 PQ 的长.



例 3、如图: 在 $\triangle ABC$ 中, $BC=6$, $AC=4\sqrt{2}$, $\angle C=45^\circ$, 在 BC 边上有一动点 P , 过 P 作 $PD \parallel AB$ 与 AC 相交于点 D , 连接 AP , 设 $BP=x$, $\triangle APD$ 的面积为 y .

①求 y 与 x 之间的函数关系式, 并指出自变量 x 的取值范围;

② P 点是否存在这样的位置, 使 $\triangle APD$ 的面积是 $\triangle ABP$ 的面积 $\frac{2}{3}$? 若存在, 求出 BP 的长. 若不存在, 请说明理由.

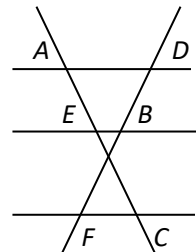


【经典习题】

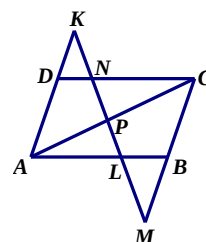
(A) 组

- 1、如图 $AD \parallel BE \parallel CF$, $AB=3$, $AC=8$, $DF=10$, 求 DE, EF 的长.

- 2、如图, 已知 $AD \parallel EB \parallel FC$, $AC=12$, $DB=3$, $BF=7$, 求 EC 的长.

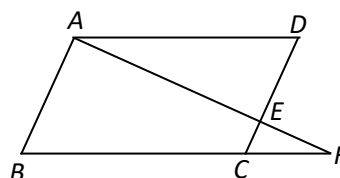


- 3、已知, 如图, P 为平行四边形 $ABCD$ 对角线 AC 上任意一点, 求证: $PL \cdot PM = PN \cdot PK$;

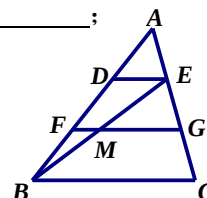


- 4、已知: 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 点 E 在边 CD 上, AE 的延长线与 BC 的延长相交于点 F , $FC \cdot CD = CE \cdot FB$.

求证: $\angle D = \angle B$.

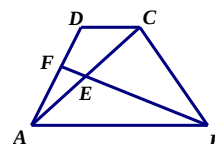


- 5、如图, $DE \parallel FG \parallel BC$, $AD = DF = FB$, 则 $\frac{FM}{MG} =$ _____;



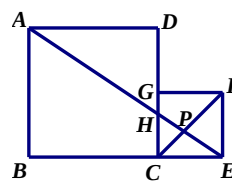
(B) 组

- 6、如图, 梯形 $ABCD$, $AB \parallel DC$, $AB = 3CD$, E 为 AC 中点, BE 延长线交 AD 于 F , 则 $AF : FD =$ _____;

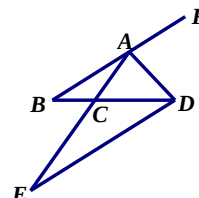


笔记 思考

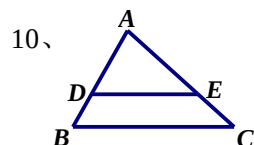
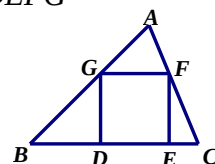
- 7、如图，四边形 $ABCD$ 和 $CEFG$ 是边长分别为2和1的正方形，且 B, C, E 在一直线上， AE 与 CF 交于 P ，那么 $\frac{CP}{PF} =$ _____；



- 8、如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 15\text{cm}$ ， $AC = 12\text{cm}$ ， AD 是 $\angle BAC$ 的外角的角平分线， $DE \parallel AB$ 交 AC 的延长线于点 E ，那么 $CE =$ _____ 厘米；



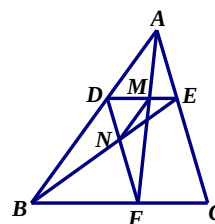
- 9、如图：在 $\triangle ABC$ 中， $AB = BC = 2$ ， $\angle B = 45^\circ$ ，四边形 $DEFG$ 是它的内接正方形，那么 $S_{\text{正方形}DEFG} =$ _____；



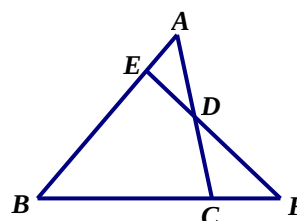
- 如图：在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 7$ ， $AC = 8$ ， $BC = 9$ ， $DE \parallel BC$ ，四边形 $BCED$ 的周长与 $\triangle ABC$ 的周长比是 $5:6$ ，则四边形 $BCED$ 的周长为 _____， $DE =$ _____；

(C) 组

- 11、如图，在 $\triangle ABC$ 中， $DE \parallel BC$ ， $DF \parallel AC$ ， BE 、 DF 交于点 N ， AF 、 DE 交于点 M ，求证： $MN \parallel AB$ ；



- 12、如图，点 D 是 $\triangle ABC$ 边 AC 上的中点，过 D 的直线交 AB 于 E ，交 BC 延长线于点 F ，求证： $\frac{AE}{EB} = \frac{CF}{BF}$ ；



第 4 讲 相似三角形的判定

【知识梳理】

- 1.相似三角形的概念：如果两个三角形的三个角对应相等，三边对应成比例，那么这两个三角形叫做相似三角形
- 2.相似比：相似三角形对应边的比叫相似比，如果两个三角形的相似比为 1，则这两个三角形是全等三角形
- 3.相似三角形的预备定理：平行于三角形一边的直线截其它两边所在的直线，截得的三角形与原三角形相似。
- 4.相似三角形判定定理 1：两角对应相等的两个三角形相似
- 5.相似三角形判定定理 2：两边对应成比例且夹角相等的两个三角形相似
- 6.相似三角形判定定理 3：三边对应成比例的两个三角形相似
- 7.直角三角形相似的判定定理：斜边和一直角边对应成比例的两个直角三角形相似

【例题剖析】

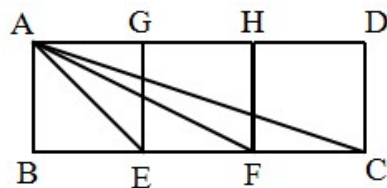
【例 1】在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中，有下列条件(1) $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'}$ ，(2) $\frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'}$ ，(3) $\angle A = \angle A'$ ，(4) $\angle C = \angle C'$ ，如果从中任取两个条件组成一组，那么能判断 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ 的共有几组 ()

- A. 5 组 B. 4 组 C. 3 组 D. 2 组

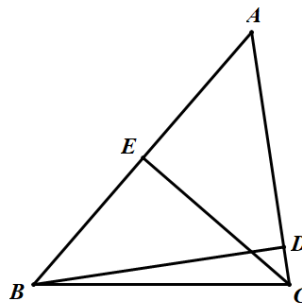
【例 2】下列命题：(1) 三边对应边成比例的两个三角形相似；(2) 两边对应成比例且一个角对应相等的两个三角形相似；(3) 一个锐角对应相等的两个直角三角形相似；(4) 一个角对应相等的两个等腰三角形相似。其中正确的是 ()

- A. (1)(3) B. (1)(4) C. (1)(2)(4) D. (1)(3)(4)

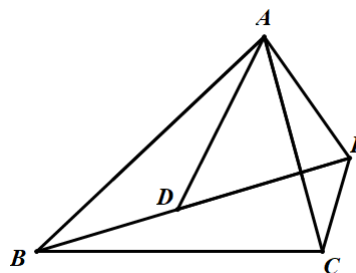
【例 3】如图,矩形 ABCD 是由三个正方形 ABEG, GEFH, HFCD 组成的,证明: $\triangle AEF \sim \triangle AEC$



【例 4】 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， BD, CE 分别是 AC, AB 边上的高．求证： $\triangle ABD \sim \triangle ACE$



【例 5】 如图，已知 $\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE} = \frac{AC}{AE}$ ，试说明 $\angle BAD = \angle CAE$



【经典习题】

(A) 组

1. 下列各组条件中，不能判定 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A_1B_1C_1$ 相似的是 ()

- A. $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1}$, $\angle A = \angle A_1$ B. $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$
- C. $\angle C = \angle C_1$, $\frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$ D. $\angle B = \angle B_1$, $\angle C = \angle C_1$

2. 下列命题中，正确的是 ()

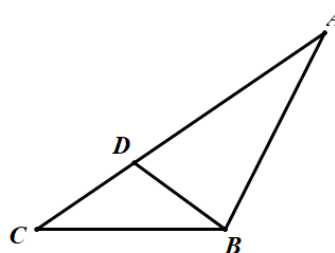
- A. 所有的矩形都相似
- B. 所有的直角三角形都相似
- C. 有一个角是 100° 的所有等腰三角形都相似
- D. 有一个角是 50° 的所有等腰三角形都相似

3. 下列命题中，真命题是 ()

- A. 所有直角三角形都相似 B. 所有等腰三角形都相似
- C. 所有等腰直角三角形都相似 D. 所有菱形都相似

4.如图,点D是 $\triangle ABC$ 边AC上一点,满足 $\angle CBD = \angle A$,则()

- A. $\triangle CBD \sim \triangle BAD$ B. $\triangle CBD \sim \triangle CAB$
C. $\triangle ABD \sim \triangle ACB$ D. 图中没有相似三角形



5.下列命题一定正确的是()

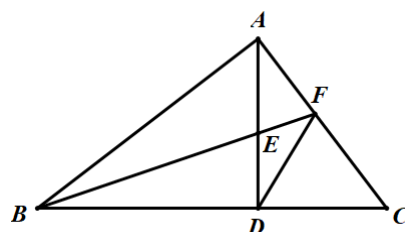
- A. 两个等腰三角形一定相似 B. 两个等边三角形一定相似
C. 两个直角三角形一定相似 D. 两个含有 30° 角的三角形一定相似

6.下列说法正确的是()

- A. 相似三角形是全等三角形 B. 不相似的三角形可能是全等三角形
C. 不全等的三角形不是相似三角形 D. 全等三角形是相似三角形的特例.

7.如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AD \perp BC$,垂足为点D, $\angle ABC$ 的平分线分别交AD, AC于点E, F, 连结DF, 下列结论中错误的是()

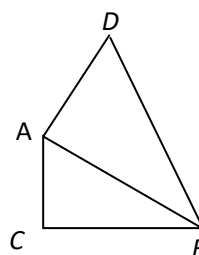
- A. $\triangle ABD \sim \triangle ADC$ B. $\triangle BDF \sim \triangle DFA$
C. $\triangle BDE \sim \triangle BAF$ D. $\triangle ABE \sim \triangle CBF$



8. 下列两个三角形不一定相似的是()

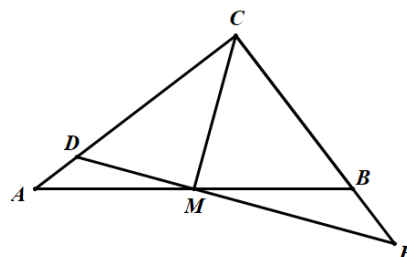
- A. 有一个角为 60° 的两个等腰三角形
B. 有一个角为 80° 的两个等腰三角形
C. 有一个角为 90° 的两个等腰三角形
D. 有一个角为 100° 的两个等腰三角形

9. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 是直角三角形, $\angle C = 90^\circ$, $DA \perp AB$. 欲使 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DBA$ 相似, 除了添加角上的条件如 $\angle ABC = \angle DBA$ 外, 还可添加一个边上的条件是_____. (只需填写一个你认为符合要求的条件)



(B) 组

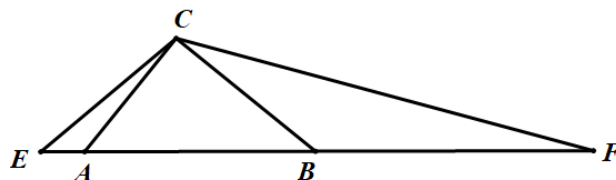
10. 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, CM是斜边AB上的中线. 过点M作CM的垂线与AC和CB的延长线分别交于点D和点E, 求证:
 $\triangle CDM \sim \triangle ABC$



11. 已知：如图, $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, $\angle ACB=90^\circ$, 点 E.F 是 AB 边所在直线上的两点, 且 $\angle ECF=135^\circ$

(1) 求证: $\triangle ECA \sim \triangle CFB$

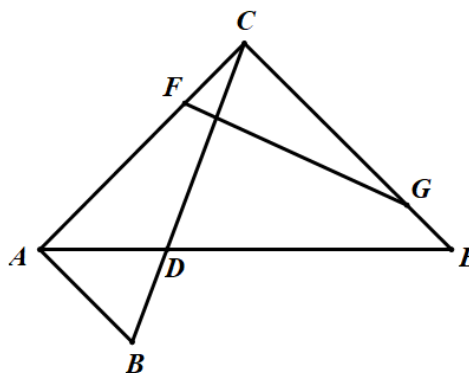
(2) 若 $AE=3$, 设 $AB=x$, $BF=y$, 求 y 与 x 之间的函数关系式, 并写出定义域



12. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle CAB=90^\circ$, $\angle CFG=\angle B$, 过点 C 作 $CE \parallel AB$, 交 $\angle CAB$ 的平分线 AD 于点 E

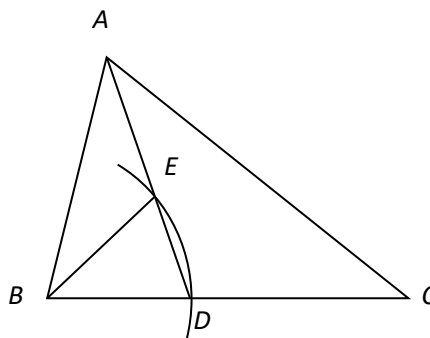
(1) 不添加字母, 找出图中所有相似的三角形, 并证明

(2) 证明: $\frac{FC}{CG} = \frac{AD}{ED}$



(C)组

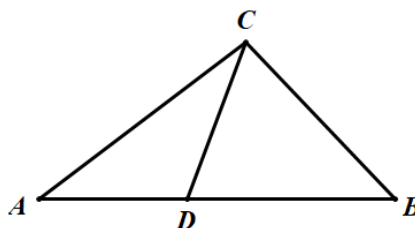
13. 已知：如图, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 以点 B 为圆心, BD 长为半径画弧, 交 AD 于点 E. 求证: $AE \cdot AC = AD \cdot AB$



14.已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中，D 为 AB 边上一点， $\angle A=36^\circ$ ， $AC=BC$ ， $AC^2=AB \cdot AD$.

求证：(1) $\triangle ABC \sim \triangle CAD$;

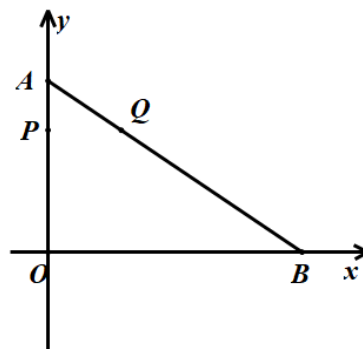
(2) $\triangle BCD$ 是等腰三角形.



15.如图，在直角坐标系内， $A(0, 6)$ ， $B(8, 0)$ ，动点 P 从点 A 开始在线段 AO 上以每秒 1 个单位长度的速度向点 O 移动，同时动点 Q 从点 B 开始在线段 BA 上以每秒 2 个单位长度的速度向点 A 移动，设点 P、Q 移动的时间为 t 秒。

(1) t 为何值时， $\triangle APQ$ 与 $\triangle AOB$ 相似；

(2) t 为何值时， $\triangle APQ$ 的面积为 $\frac{24}{5}$ 个平方单位。



第 5 讲 相似三角形判定的应用

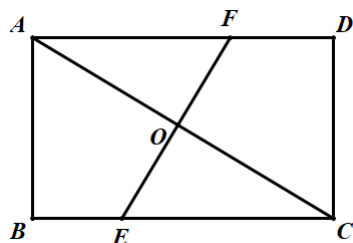
笔记 思考

【知识整理】

- 1.相似三角形的预备定理：平行于三角形一边的直线截其它两边所在的直线，截得的三角形与原三角形相似。
- 2.相似三角形判定定理 1：两角对应相等的两三角形相似
- 3.相似三角形判定定理 2：两边对应成比例且夹角相等的两个三角形相似
- 4.相似三角形判定定理 3：三边对应成比例的两个三角形相似
- 5.直角三角形相似的判定定理：斜边和一直角边对应成比例的两直角三角形相似

【例题剖析】

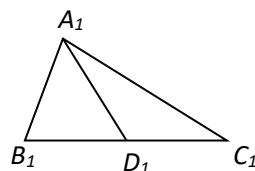
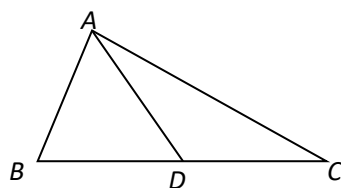
【例 1】如图，一张长为 8cm，宽为 6cm 的矩形纸片，将它沿某直线折叠，使点 A 和点 C 重合，求折痕 EF 的长。



【例 2】如图， AD, A_1D_1 分别是 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 的中线，且

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AD}{A_1D_1}.$$

求证： $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$ 。



【经典习题】

(A) 组

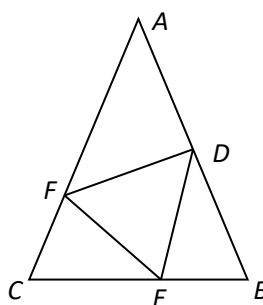
- 1.求证：腰及腰上的中线对应成比例的两个等腰三角形相似。

2. 一个钢筋三角架三边长分别为 20cm, 50cm, 60cm, 现要做一个与其相似的钢筋三角架, 而只有长为 30cm 和 50cm 的两根钢筋, 要求以其中的一根为一边, 从另一根截下两段 (允许有余料) 作为另两边, 写出所有不同的截法?

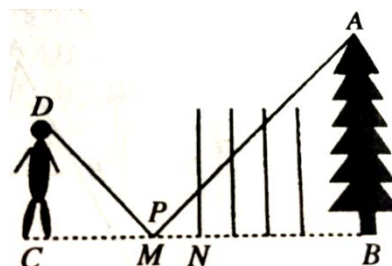
3. 已知: 如图在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 点 D, E, F 分别在 AB, BC, CA 上, $DE=DF$, $\angle A = \angle EDF$.

(1) 找出图中相似的三角形, 并证明你的结论;

(2) 求证: $\frac{AB}{BC} = \frac{BE}{CF}$



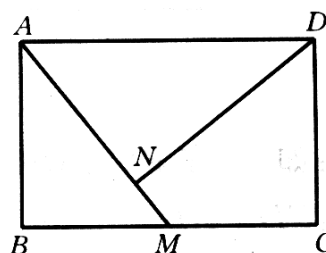
4. 王明同学为了测量河对岸树 AB 的高度, 他在河岸边放一面平面镜 MN , 他站在 C 处通过平面镜看到树的顶端 A . 如图, 然后他量得 B, P 间的距离是 56 米, C, P 间的距离是 12 米, 他的身高是 1.74 米. 请你帮他计算出树 AB 的高度



5. 已知: 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 点 M 在 BC 上, $DN \perp MA$, N 为垂足,

且 $AM^2 = AD \cdot CD$

求证: $DN = AM$

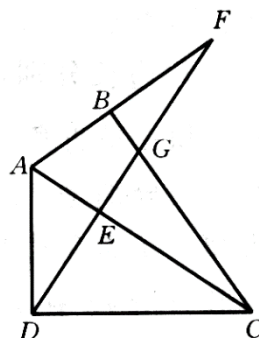


(B) 组

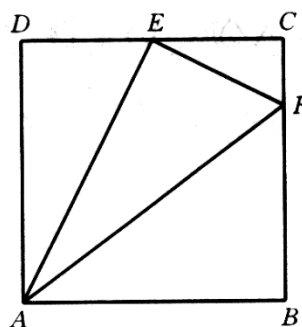
6.已知：如图，在四边形ABCD中， $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$ ， $DF \perp AC$ ，垂足为E，且与AB的延长线相交于F，与BC相交于G

(1) 求证： $AD^2 = AE \cdot AC$

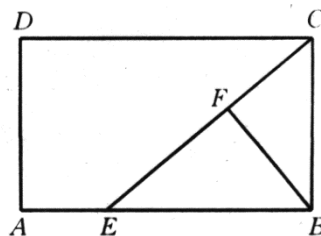
(2) 求证： $AD^2 = AB \cdot AF$



7.已知：如图在正方形ABCD中，E是CD的中点，点F在BC上，且 $BF = 3CF$ ，求证： $\triangle AED \sim \triangle EFC \sim \triangle AFE$



8.如图，在矩形ABCD中，点E在AB上， $BF \perp CE$ ，垂足为F， $AD=3$ ， $AB=7$ ， $AE=2$ 。求CF的长。

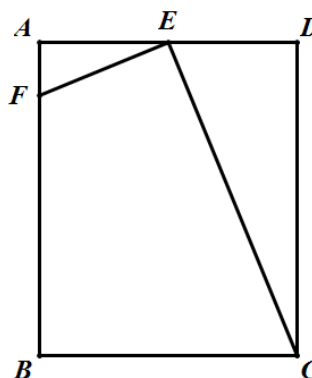


(C) 组

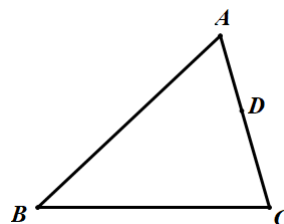
9. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, E 为 AD 的中点, $EF \perp EC$ 交 AB 于 F , 联结 FC ($\square AB > AE$).

(1) $\triangle AEF$ 与 $\triangle EFC$ 是否相似, 若相似, 证明你的结论; 若不相似, 请说明理由.

(2) 设 $\frac{AB}{BC} = k$, 是否存在这样的 k 值, 使得 $\triangle AEF$ 与 $\triangle BFC$ 相似, 若存在, 证明你的结论并求出 k 的值; 若不存在, 说明理由.



10. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 AC 上, $AB = 12\text{cm}$, $AC = 8\text{cm}$, $AD = 6\text{cm}$, 当 P 在边 AB 上的什么位置时, $\triangle ADP$ 与 $\triangle ABC$ 相似?



11. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 8$, 取一把含 30° 角的三角板, 把 30° 角的顶点放在边 BC 的中点 M 处, 三角板绕点 M 旋转.

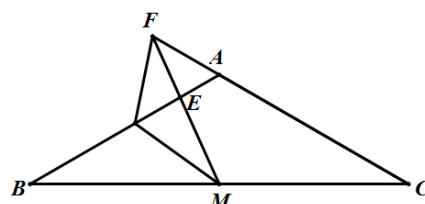
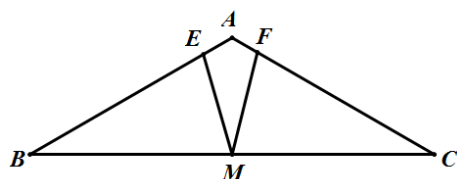
(1) 如图, 当三角板的两边分别交 AB, AC 于点 E, F 时, 求证 $\triangle CFM \sim \triangle CFM$;

(2) 如图, 当三角板的两边分别交边 AB , 边 CA 的延长线于点 E, F ,

① $\triangle BME$ 与 $\triangle CFM$ 是否相似? 请说明理由;

② 联结 EF , $\triangle BME$ 与 $\triangle CFM$ 是否相似? 请说明理由;

③ 设 $AE = x$, $EF = y$, 求 y 与 x 的函数解析式, 并写出它的定义域.



第 6 讲 相似三角形的性质 (1)

笔记 思考

【知识整理】

1. 相似三角形对应边、对应角的关系：相似三角形的对应边成比例，对应角相等
2. 相似三角形性质定理 1：相似三角形对应高的比，对应中线的比和对应角平分线的比都等于相似三角形的相似比
3. 相似三角形性质定理 2：相似三角形周长的比等于相似比
4. 相似三角形性质定理 3：相似三角形面积的比等于相似比的平方

【例题剖析】

【例 1】

(1) 如果两个相似三角形的面积之比是 4 : 9，那么它们对应的角平分线之比是

(2) 如果两个相似三角形对应高的比是 3 : 2，那么它们的面积比是

(3) 如果两个相似三角形的面积之比是 9 : 16，那么它们对应的中线之比是

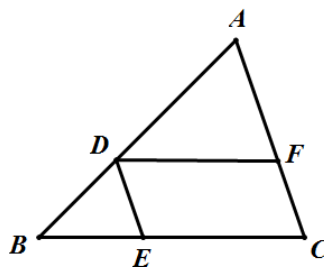
(4) 已知两个相似三角形的相似比是 3 : 4，则这两个相似三角形的周长比是

【例 2】已知 $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$ ，相似比 $\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{2}{3}$ 。如果 $\triangle ABC$ 的周长为 12cm，

那么 $\triangle A_1B_1C_1$ 的周长为_____

【例 3】已知两个相似三角形的相似比为 5 : 2，它们的周长之和为 140cm，那么较大的三角形的周长是_____cm

【例 4】已知：如图，点 D、E、F 为 $\triangle ABC$ 三边上的点，且四边形 CEDF 为平行四边形，若 $\triangle ADF$ 与 $\triangle BDE$ 的面积分别为 16 与 9。试求平行四边形 CEDF 的面积



【经典习题】

笔记 思考

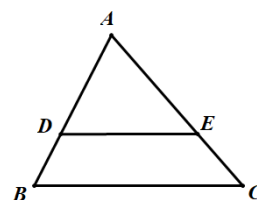
(A) 组

1. 如果两个相似三角形的周长比是 $2:3$ ，那么它们对应的面积比是_____
2. 甲、乙两个等边三角形的面积之比为 $16:9$ ，则甲、乙两个等边三角形的边长之比为_____
3. 两个相似三角形的相似比为 $2:3$ ，又它们其中一个周长为 12 ，则另一个三角形的周长为_____
4. 如果两个相似三角形的面积之比是 $9:16$ ，那么它们对应的角平分线之比是_____
5. 如果两个相似三角形对应高的比是 $9:16$ ，那么它们对应周长的比是()
A. $3:4$; B. $4:3$; C. $9:16$; D. $16:9$.
6. 如果两个相似三角形的周长分别是 1 和 4 ，那么这两个三角形的面积之比是()
A. $1:2$ B. $1:3$ C. $1:4$ D. $1:16$
7. 已知 $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$ ， $AB=6$ ， $A_1B_1=3$ ， A_1C_1 边上的中线为 7 ，那么 AC 边上的中线长为_____
8. 如果两个相似三角形的一对对应边长分别为 5 厘米和 2 厘米，他们的周长相差 30 厘米，那么小三角形的周长为_____厘米

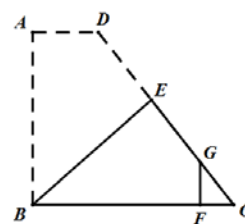
(B) 组

9. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $DE \parallel BC$ ， $AD=3$ ， $BD=2$ ，则 $\triangle ADE$ 与四边形 $DBCE$ 的面积比是()

- A. $3:2$ B. $3:5$
C. $9:16$ D. $9:4$

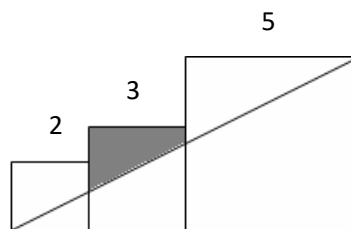


10. 如图，在直角梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle A=90^\circ$ ， $\angle C=45^\circ$ ， $AB=8$ ， $BC=12$ ，将梯形沿直线 BE 翻折，使点 A 落在 BC 边上的 F 点上， D 点落在 EC 边上的 G 点上，则 $S_{\triangle GFC} : S_{\triangle BEC} =$ _____.



11. 已知三个边长分别为 2, 3, 5 的正方形如图排列, 则

图中阴影部分面积为_____



12. 在梯形 ABCD 中, $AB \parallel CD$, 对角线 AC, BD 相交于点 E, 如果 $S_{\triangle DEC} : S_{\triangle BEC}$

$= 2 : 5$, 那么 $S_{\triangle DEC} : S_{\triangle AEB}$ 为 ()

A. $2 : 5$

B. $2 : 3$

C. $4 : 25$

D. $4 : 9$

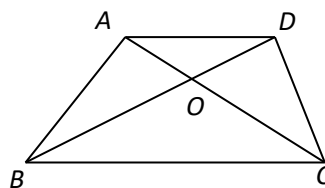
13. 如图在梯形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, $BC = 2AD$, 对

角线 AC 与 BD 相交于点 O, 把 $\triangle ABO$, $\triangle BCO$, $\triangle$

COD , $\triangle DOA$ 的面积分别记作 S_1, S_2, S_3, S_4 , 那么下

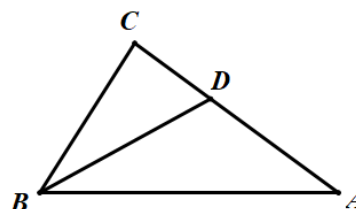
列结论中, 正确的是 ()

A. $S_2 = 2S_4$; B. $S_2 = 4S_1$; C. $S_1 = S_3$; D. $S_1 + S_3 = S_2 + S_4$



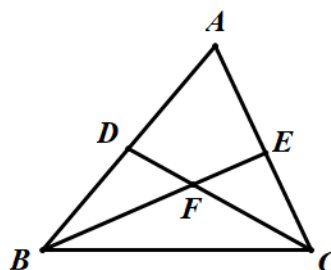
14. 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = \angle DBC$, $AC = 2BC$, 如果 $S_{\triangle ABC} = 20$, 求:

$S_{\triangle BCD}$



15. 如图, BE, CD 是 $\triangle ABC$ 的边 AC, AB 上的中线, 且相交于点 F

求: (1) $\frac{DF}{FC}$ 的值; (2) $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle BFC}}$ 的值



(C) 组

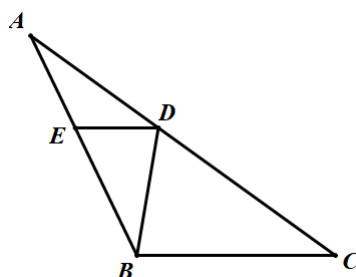
笔记 思考

16.已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中，BD是 $\angle ABC$ 的平分线，过点D作 $DE \parallel CB$ ，交

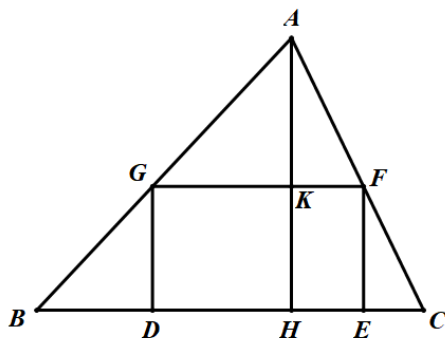
AB于点E， $\frac{AD}{DC} = \frac{1}{3}$ ， $DE = 6$

(1) 求AB的长；

(2) 求 $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle BCD}}$ 。



17.如图，在 $\triangle ABC$ 中，矩形DEFG的一边DE在BC上，点G、F分别在AB、AC上，AH是BC边上的高，AH与GF相交于K，已知 $S_{\triangle AGF} : S_{\triangle ABC} = 9 : 64$ ， $EF = 10$ ，求AH的长

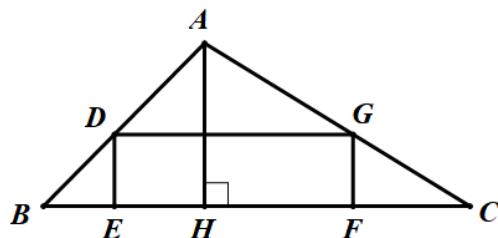


18.如图，在 $\triangle ABC$ 中，AH是BC边上的

高，矩形DEFG内接于 $\triangle ABC$ （即点D、E、F、G都在 $\triangle ABC$ 的边上），

$BC = 18, AH = 6$ ，矩形DEFG的周长是20

求： $S_{\text{矩形DEFG}}$ 的值



第 7 讲 相似三角形的性质 (2)

【知识整理】

1. 相似三角形对应边、对应角的关系：相似三角形的对应边成比例，对应角相等
2. 相似三角形性质定理 1：相似三角形对应高的比，对应中线的比和对应角平分线的比都等于相似三角形的相似比
3. 相似三角形性质定理 2：相似三角形周长的比等于相似比
4. 相似三角形性质定理 3：相似三角形面积的比等于相似比的平方

【例题剖析】

【例 1】

对于下列说法：(1) 相似且有一边为公共边的两个三角形全等；(2) 相似且面积相等的两个三角形全等；(3) 相似且周长相等的两个三角形全等。其中说法正确的有 ()

- A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

【例 2】

我国国土面积约为 960 万平方千米，画在比例尺为 1 : 1 000 万的地图上的面积约是 ()

- A. 960 平方千米 B. 960 平方米 C. 960 平方分米 D. 960 平方厘米

【例 3】

在平行四边形 ABCD 中，E 为 AB 中点，EF 交 AC 于 G，交 AD 于 F， $\frac{AF}{FD} = \frac{1}{3}$ ，则 $\frac{CG}{GA}$ 的比值是 ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

【例 4】

两个相似三角形的最长边各是 35cm 和 14cm，它们的周长差为 60cm，求这两个三角形的周长

【经典习题】

笔记 思考

(A) 组

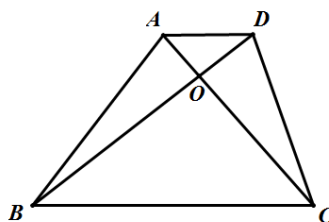
1. 两个相似三角形的相似比为 1: 4, 则对应边的高的比为_____, 对应角的平分线的比为_____, 周长的比为_____, 面积的比为_____

2. 已知 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$, 点 A、B、C 分别与点 A'、B'、C' 对应, 对应边的中线之比为 $\frac{3}{2}$, $\triangle A'B'C'$ 的周长为 24 cm , 面积为 18 cm^2 , 则 $\frac{AB}{A'B'} = \underline{\hspace{2cm}}$, $\triangle ABC$

的周长等于_____ cm , $\triangle ABC$ 的面积为_____ cm^2

3. 若 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$, 相似比为 3: 4, 且两个三角形的面积之差为 28 cm^2 , 则 $\triangle ABC$ 的面积为_____

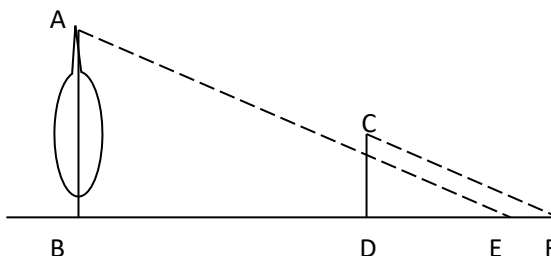
cm^2 , $\triangle A'B'C'$ 的面积为_____ cm^2



4. 如图, 梯形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, AC 与 BD 交于点 O,

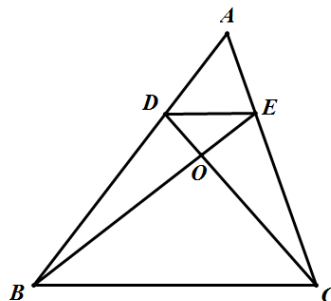
$S_{\triangle AOD} = 4$, $S_{\triangle BOC} = 9$, 则 $\frac{AD}{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$, $S_{\triangle AOB} = \underline{\hspace{2cm}}$, $S_{\text{梯形}ABCD} = \underline{\hspace{2cm}}$

5. 如图, 某时刻量得一棵树 AB 在地面上的影子长 $BE = 30$ 米, 同时测得在 BE 方向上竖起的一根与地面垂直的标杆 CD 的影 DF 为 3 米, 已知标杆高 $DC = 2$ 米, 则树 AB 的高度是_____



6. 如图, 已知 $DE \parallel BC$, CD 与 BE 相交于点 O, 并

且 $S_{\triangle DOE} : S_{\triangle COB} = 4: 9$, 则 $AE : AC = \underline{\hspace{2cm}}$



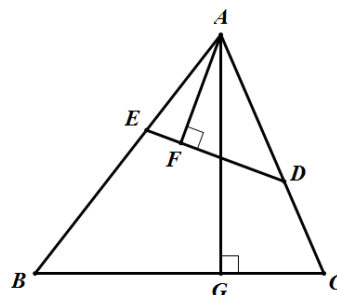
(B) 组

7. 如图, D、E 分别是 AC, AB 上的点, $\angle ADE = \angle B$, $AG \perp BC$ 于点 G, $AF \perp DE$ 于点 F. 若 $AD = 3$, $AB = 5$, 求

(1) $\frac{AG}{AF}$

(2) $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 的周长之比

(3) $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 的面积之比

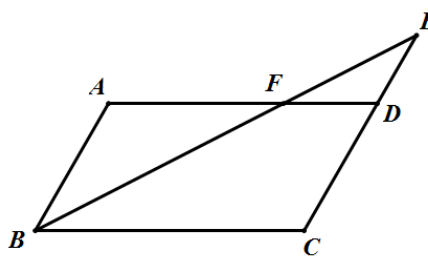


8. 如图, 平行四边形 ABCD 中, E 是 CD 的延长线上一点, BE 与 AD 交于点 F, $DE = \frac{1}{2}CD$

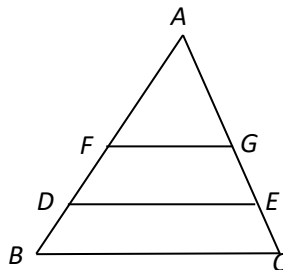
F, $DE = \frac{1}{2}CD$

(1) 求证: $\triangle ABF \sim \triangle CEB$

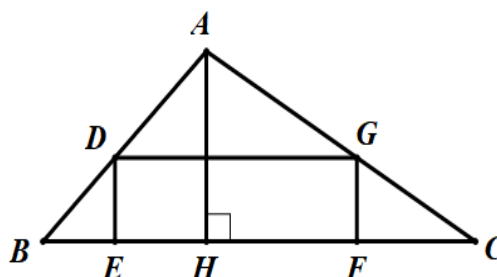
(2) 若 $\triangle DEF$ 的面积为 2, 求平行四边形 ABCD 的面积



9. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel FG \parallel BC$. 且 DE 与 FG 把 $\triangle ABC$ 面积三分. 若 $BC = 6cm$, 求 DE, FG 的长



- 10.如图，在 $\triangle ABC$ 中， $BC=120\text{cm}$ ， BC 边上的高 $AH=80\text{cm}$ ，四边形 $DEFG$ 是 $\triangle ABC$ 的内接矩形，且 $DE:DG=2:3$ ，求矩形 $DEFG$ 的周长



(C) 组

- 11.如图1，在 $\text{Rt } \triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AD \perp BC$ 于点 D ，点 O 是 AC 边上一点，连接 BO 交 AD 于点 F ， $OE \perp OB$ 交 BC 边于点 E

(1) 求证： $\triangle ABF \sim \triangle COE$

(2) 当 O 为 AC 边中点， $\frac{AC}{AB} = 2$ 时，如图2，求 $\frac{OF}{OE}$ 的值

(3) 当 O 为 AC 边中点， $\frac{AC}{AB} = n$ 时，请直接写出 $\frac{OF}{OE}$ 的值

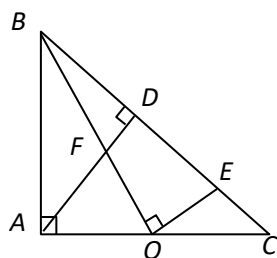


图 1

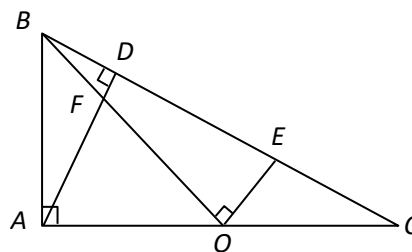


图 2

12. 已知 $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 2$, $BC = 3$, $AD \parallel BC$, P 为线段 BD 上的动点, 点 Q

在射线 AB 上, 且满足 $\frac{PQ}{PC} = \frac{AD}{AB}$ (如图 1 所示)

(1) 当 $AD = 2$, 且点 Q 与点 B 重合时 (如图 2 所示), 求线段 PC 的长

(2) 在图中, 联结 AP . 当 $AD = \frac{3}{2}$, 且点 Q 在线段 AB 上时, 设点 B 、 Q 之

间的距离为 x , $\frac{S_{\triangle APQ}}{S_{\triangle PBC}} = y$, 其中 $S_{\triangle APQ}$ 表示 $\triangle APQ$ 的面积, $S_{\triangle PBC}$ 表示

$\triangle PBC$ 的面积, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出函数定义域

(3) 当 $AD < AB$, 且点 Q 在线段 AB 的延长线上时 (如图 3 所示), 求 $\angle QPC$

的大小

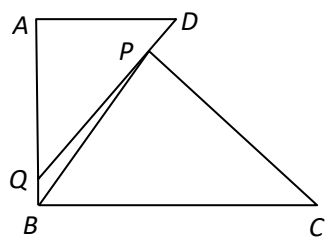


图 1

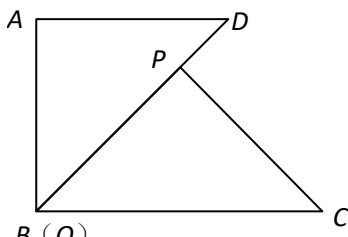


图 2

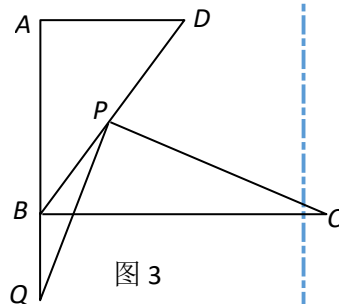


图 3

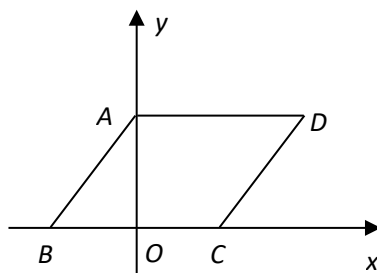
13. 如图, $\square ABCD$ 在平面直角坐标系中, $AD = 6$, 若 OA 、 OB 的长是关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 7x + 12 = 0$ 的两个根, 且 $OA > OB$.

(1) 求 $\sin \angle ABC$ 的值

(2) 若 E 为 x 轴上的点, 且 $S_{\triangle AOE} = \frac{16}{3}$, 求经过

D 、 E 两点的直线的解析式, 并判断 $\triangle AOE$ 与 $\triangle DAO$ 是否相似?

(3) 若点 M 在平面直角坐标系内, 则在直线 AB 上是否存在点 F , 使以 A 、 C 、 F 、 M 为顶点的四边形为菱形? 若存在, 请直接写出 F 点的坐标; 若不存在, 请说明理由



第 8 讲 相似三角形单元测试卷

(满分 120 分, 考试时间 90 分钟)

一. 选择题【本题共 6 题, 每小题 3 分, 共 18 分】

1. 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上, $AD:BD=1:2$, 那么下列条件中能够判断 $DE \parallel BC$ 的是..... ()

- (A) $\frac{DE}{BC} = \frac{1}{2}$; (B) $\frac{DE}{BC} = \frac{1}{3}$; (C) $\frac{AE}{AC} = \frac{1}{2}$; (D) $\frac{AE}{AC} = \frac{1}{3}$

2. 如图, $\ell_1 \parallel \ell_2 \parallel \ell_3$, 下列比例式中正确的是..... ()

- (A) $\frac{AD}{BC} = \frac{CE}{DF}$; (B) $\frac{AD}{BC} = \frac{DF}{CE}$; (C) $\frac{AB}{CD} = \frac{CD}{EF}$; (D) $\frac{AD}{BE} = \frac{BC}{AF}$.

3. 已知 $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ 是非零向量, 不能判定 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ 的是..... ()

- (A) $\vec{a} \parallel \vec{c}$, $\vec{b} \parallel \vec{c}$; (B) $\vec{a} = 3\vec{b}$; (C) $|\vec{a}| = |\vec{b}|$; (D) $\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{c}$, $\vec{b} = -2\vec{c}$.

4. 如图, $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel BC$ 交 AB 于点 D , 交 AC 于点 E , 如果 $S_{\triangle ADE} = S_{\text{四边形}BCED}$, 那么下列等式成立的是..... ()

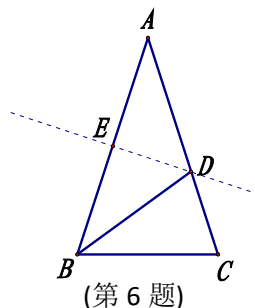
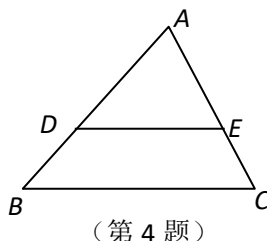
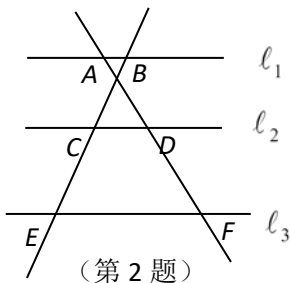
- (A) $DE:BC=1:2$; (B) $DE:BC=1:3$; (C) $DE:BC=1:4$; (D) $DE:BC=1:\sqrt{2}$.

5. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle DEF$ 中, $\angle C = \angle F = 90^\circ$, 下列条件中不能判定这两个三角形相似的是..... ()

- (A) $\angle A = 55^\circ, \angle D = 35^\circ$; (B) $AC = 9, BC = 12, DF = 6, EF = 8$;
(C) $AC = 3, BC = 4, DF = 6, DE = 8$; (D) $AB = 10, AC = 8, DE = 15, EF = 9$.

6. 如图, 在三角形纸片 ABC 中, $AB=AC$, $\angle A=36^\circ$. 把这个三角形折叠, 使点 A 与点 B 重合, 折痕 DE 交 AB 于点 E , AC 于点 D , 则下列结论中不正确的是..... ()

- (A) BD 是 $\angle ABC$ 的平分线 (B) $AD=2CD$
(C) BC 是 AC 和 CD 的比例中项 (D) 点 D 是 AC 的黄金分割点



二. 填空题【本题共 12 题, 每小题 3 分, 共 36 分】

7. 已知 $\frac{a}{b} = \frac{3}{4}$, 那么 $\frac{a+b}{b}$ 等于_____.

8. 如果两个相似三角形周长之比为 4: 9, 那么它们对应的中线之比为_____.

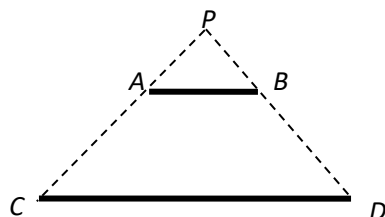
9. 计算: $3(2\vec{a} + \vec{b}) - (\vec{a} - \vec{b}) =$ _____.

10. 已知 $\vec{a}$ 与单位向量 $\vec{e}$ 的方向相反, 且长度为 6, 那么 $\vec{a}$ 用 $\vec{e}$ 表示为: _____.

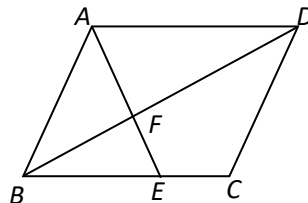
11. 如果地图上两地的图距是 4 厘米, 表示实际距离为 600 千米, 那么实际距离是 800 千米的两地, 在地图上的图距是_____厘米.

12. 如图, 电灯 P 在横杆 AB 的正上方, AB 在灯光下的影子为 CD , $AB \parallel CD$, $AB=2$ 米, $CD=5$ 米, 点 P 到 CD 的距离为 3 米, 则点 P 到 AB 的距离为_____米.

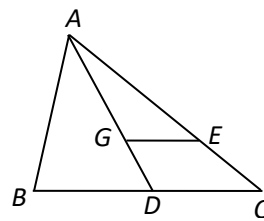
13. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 是边 BC 上的黄金分割点, 且 $BE > EC$, AE 交 BD 于点 F , 那么 $BF:FD =$ _____.



第 12 题图



第 13 题图



第 14 题图

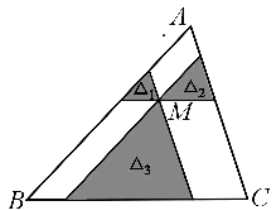
14. 如图, 点 G 是 $\triangle ABC$ 重心, $GE \parallel BC$, 如果 $BC = 6$, 那么线段 GE 的长为_____.

15. 如图, 点 M 是 $\triangle ABC$ 内一点, 过点 M 分别作直线平行于 $\triangle ABC$ 的各边, 所形成的三个小三角形 $\triangle_1$ 、 $\triangle_2$ 、 $\triangle_3$ (图中阴影部分) 的面积分别是 4, 9 和 49. 则 $\triangle ABC$ 的面积是_____.

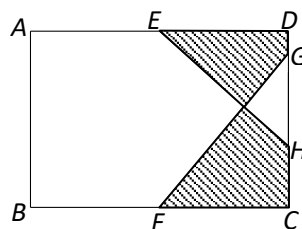
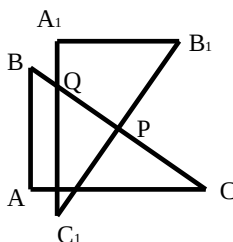
16. 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在 AB 、 AC 边上, $AD=2\text{cm}$, $BD=AC=6\text{cm}$, $BC=10\text{cm}$. 如果以点 A 、 D 、 E 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似, 那么 $\triangle ADE$ 的周长为_____cm.

17. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A=90^\circ$, $AB=6$, $AC=8$, 以斜边 BC 的中点 P 为旋转中心, 把这个三角形按顺时针方向旋转 90° 至 $\triangle A_1B_1C_1$, A_1C_1 交 BC 于点 Q , 那么 $\triangle C_1QP$ 的面积为_____.

18. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, E 、 F 分别是边 AD 、 BC 的中点, 点 G 、 H 在 DC 边上, 且 $GH = \frac{1}{2}DC$. 若 $AB=10$, $BC=12$, 则图中阴影部分面积为_____.



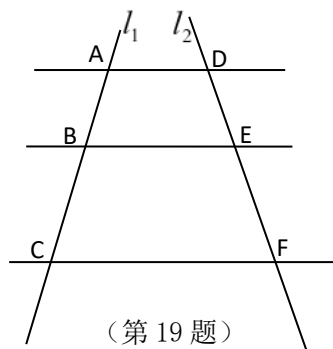
第 15 题图



第 18 题图

三、简答题【本题共 4 题, 每题 8 分, 共 32 分】

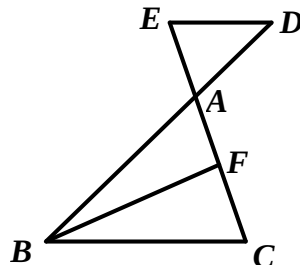
19. 如图, 已知 $AD \parallel BE \parallel CF$, 它们依次交直线 l_1 、 l_2 于点 A 、 B 、 C 和点 D 、 E 、 F , 如果 $AB=6$, $BC=8$, $DF=21$, 求 DE 的长.



(第 19 题)

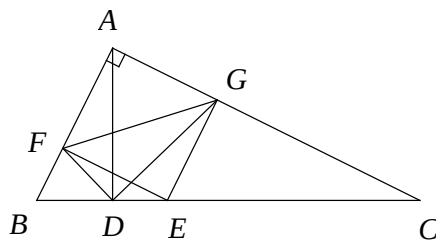
20. 如图, 点 D 、 E 分别在 $\triangle ABC$ 的边 BA 、 CA 的延长线上, 且 $DE \parallel BC$, $AE = \frac{1}{2}AC$, F 为 AC 的中点.

- (1) 设 $\overrightarrow{BF} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 试用 $x\vec{a} + y\vec{b}$ 的形式表示 $\overrightarrow{AB}$ 、 $\overrightarrow{ED}$;
- (2) 作出 $\overrightarrow{BF}$ 在 $\overrightarrow{BA}$ 、 $\overrightarrow{BC}$ 上的分向量. 保留作图痕迹, 不写作法, 写出结论)



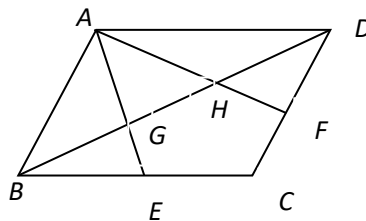
21. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, AD 是 BC 边上的高, 点 E 在线段 DC 上, $EF \perp AB$, $EG \perp AC$, 垂足分别为 F , G . 求证:

- (1) $\frac{EG}{AD} = \frac{CG}{CD}$;
- (2) $FD \perp DG$.



(第 21 题图)

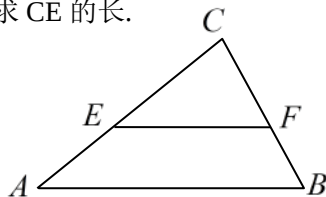
22. 在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 分别是 BC 、 DC 的中点, AE 、 AF 分别与 BD 相交于点 G 、 H , 如果平行四边形 $ABCD$ 的面积是 18. 求: $\triangle AGH$ 的面积.



四. 解答题【第 23 题 10 分, 第 24 题 10 分, 第 25 题 14 分, 共 34 分】

23. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=5$, $BC=3$, $AC=4$, 动点 E (与点 A , C 不重合) 在 AC 边上, $EF \parallel AB$ 交 BC 于 F 点.

- (1) 当 $\triangle ECF$ 的面积与四边形 $EABF$ 的面积相等时, 求 CE 的长;
- (2) 当 $\triangle ECF$ 的周长与四边形 $EABF$ 的周长相等时, 求 CE 的长.



24. 在 $\triangle ABC$ 中, D 为 BC 边的中点, E 为 AC 边上任意一点, BE 交 AD 于点 O . 某学生在研究这一问题时,发现了如下事实:

- (1) 当 $\frac{AE}{AC} = \frac{1}{2} = \frac{1}{1+1}$ 时,有 $\frac{AO}{AD} = \frac{2}{3} = \frac{2}{2+1}$ (如图 1);
 (2) 当 $\frac{AE}{AC} = \frac{1}{3} = \frac{1}{1+2}$ 时,有 $\frac{AO}{AD} = \frac{2}{4} = \frac{2}{2+2}$ (如图 2);
 (3) 当 $\frac{AE}{AC} = \frac{1}{4} = \frac{1}{1+3}$ 时,有 $\frac{AO}{AD} = \frac{2}{5} = \frac{2}{2+3}$ (如图 3).

在图 4 中,当 $\frac{AE}{AC} = \frac{1}{1+n}$ 时,参照上述研究结论,请你猜想用 n 表示 $\frac{AO}{AD}$ 的一般结论,并给出证明(其中 n 为正整数).

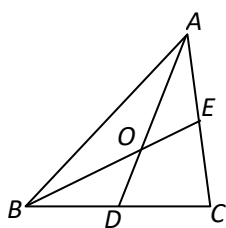


图 1

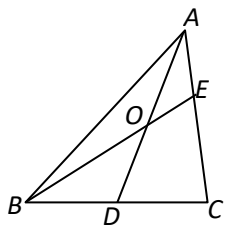


图 2

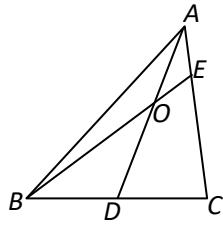


图 3

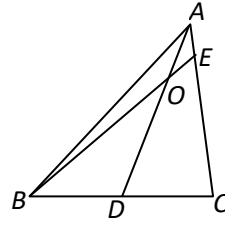


图 4

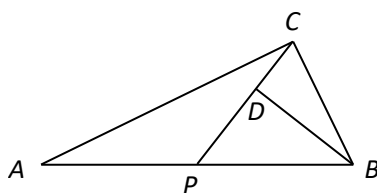
25. 已知: 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, 点 P 是边 AB 上的一个动点, 联结 CP , 过点 B 作 $BD \perp CP$, 垂足为点 D .

(1) 如图 1, 当 CP 经过 $\triangle ABC$ 的重心时, 求证: $\triangle BCD \sim \triangle ABC$.

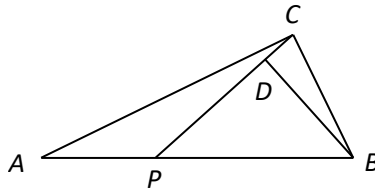
(2) 如图 2, 若 $BC=2$ 厘米, $AC=4$ 厘米, 点 P 从点 A 向点 B 运动(不与点 A 、 B 重合),

点 P 的速度是 $\sqrt{5}$ 厘米/秒. 设点 P 运动的时间为 t 秒, $\triangle BCD$ 的面积为 S 平方厘米, 求出 S 关于 t 的函数解析式, 并写出它的定义域.

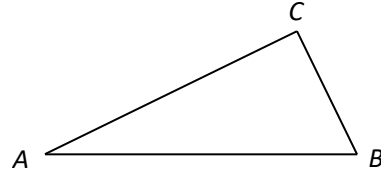
(3) 在第(2)小题的条件下, 如果 $\triangle PBC$ 是以 CP 为腰的等腰三角形, 求 $\triangle BCD$ 的面积.



第 25 题图 1



第 25 题图 2

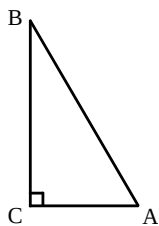


第 25 题备用图

第9讲 锐角三角比

笔记 思考

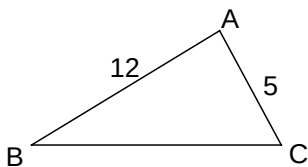
知识点梳理:



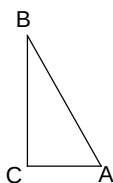
$$\sin A = \frac{BC}{AB}; \cos A = \frac{AC}{AB}; \tan A = \frac{BC}{AC}; \cot A = \frac{AC}{BC}$$

一、填空题

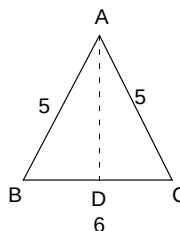
1. 计算: $\cos 30^\circ =$ _____.
2. 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 如果 $AC=5$, $AB=13$, 那么 $\sin A =$ _____.
3. 求值: $\tan 45^\circ - \sin 30^\circ =$ _____.
4. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, 已知 $\angle C=90^\circ$, $AB=12$, $AC=5$, 则 $\tan B =$ _____, $\sin C =$ _____.
5. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, 已知 $\angle C=90^\circ$, $\angle B=30^\circ$, $BC=6$, 那么 $AC =$ _____.
6. 在直角三角形 ABC 中, $\angle C=90^\circ$, $AB=15$, $BC=6$, 则 $\angle A$ 的正弦值为_____.



第4题



第5题



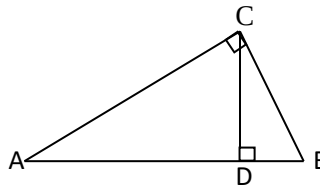
第10题

7. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 如果 $a:b=3:4$, 那么 $\sin A =$ _____.
8. 含 60° 角的直角三角形中, 已知 60° 角所对边长与斜边长的比为_____.
9. 三角形 ABC 中, $\angle C=90^\circ$, $\sin A = \frac{4}{5}$, $AB=10$, 则 AC 上的高 $BD =$ _____.
10. 如图, 在等腰三角形 ABC 中, $AB=AC=5$, 底边 $BC=6$, 则底角的余弦值为_____.

二、选择题

1. 如图, $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $CD \perp AB$, D 为垂足, 若 $AC=8$, $AB=10$, 则 $\sin \angle ACD$ 的值为 ()

- (A) $\frac{4}{3}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\frac{4}{5}$ (D) $\frac{3}{5}$



(第1题)

2. 等腰三角形腰与底边之比是 10:12,那么底角的正弦值为 ()

- (A) $\frac{3}{5}$ (B) $\frac{4}{5}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{5}{6}$

3. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $CD\perp AB$ 于 D , 则 $\tan A$ 的比例式不正确的有 ()

- (A) $\frac{CD}{AD}$ (B) $\frac{DB}{CD}$ (C) $\frac{CA}{AB}$ (D) $\frac{CB}{CA}$

4. 下列条件中, **不能** 确定一个直角三角形的条件是..... ()

- (A) 已知两条直角边; (B) 已知两个锐角;
(C) 已知一边和一个锐角; (D) 已知一条直角边和斜边;

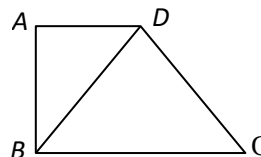
5. 在 $\triangle ABC$ 中, A 、 B 都是锐角, $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan B = \sqrt{3}$, 下列说法正确的是 ()

- A、 $\angle A = 30^\circ$; B、 $\angle B = 30^\circ$;
C、 $\triangle ABC$ 的是等边三角形 D、 $\triangle ABC$ 的是直角三角形

6. $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 下列关系式中正确的是 ()

- (A) $\tan A = \frac{b}{a}$ (B) $\cot B = \frac{a}{b}$ (C) $\sin A = \frac{b}{c}$ (D) $\cos B = \frac{b}{c}$

7. 如图, 在直角梯形 $ABCD$ 中, $AB\perp AD$, $AB\perp BC$, $BD=CD$, 如果 $\tan\angle ABD = \frac{3}{4}$,



那么 $\frac{CD}{BC}$ 的值为 ()

- (A) $\frac{2}{3}$; (B) $\frac{3}{4}$; (C) $\frac{4}{5}$; (D) $\frac{5}{6}$.

8. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle A=\alpha$, AB 边上的高为 h , 那么 AB 的长等于... ()

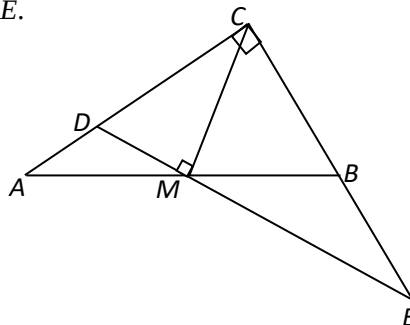
- (A) $h \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$; (B) $\frac{h \cdot \sin \alpha}{\cos \alpha}$; (C) $\frac{h \cdot \cos \alpha}{\sin \alpha}$; (D) $\frac{h}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}$.

拓展题:

已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, CM 是斜边 AB 的中线. 过点 M 作 CM 的垂线与边 AC 和 CB 的延长线分别交于点 D 和点 E .

(1) 求证: $MC \cdot BC = DM \cdot AC$;

(2) 若 $\tan A = \frac{2}{3}$, $AD=6$, 求 BE 的长.



第 10 讲 求锐角三角比的值

笔记 思考

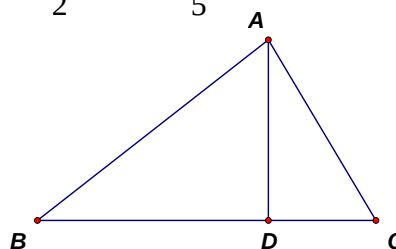
一、知识点概要：

	30°	45°	60°
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tan	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
cot	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1, \quad \tan A \cdot \cot A = 1$$

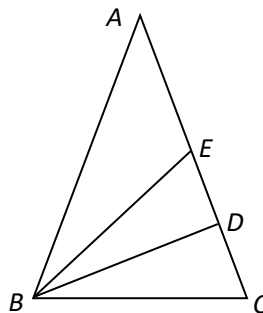
二、例题分析

1. 已知 $\angle B$ 是锐角且 $\cos B = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 则 $\angle B =$ _____ 度.
2. 计算: $2\cos 60^\circ - \cot 45^\circ =$ _____.
3. 已知 $\tan A = \frac{7}{13}$, 则 $\cot A =$ _____.
4. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 6$, $\tan A = \frac{1}{2}$, 则 $BC =$ _____.
5. 已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, CD 是 AB 上的中线, $BC = 2\sqrt{5}$, $\cos \angle ACD = \frac{2}{3}$, 则 $CD =$ _____.
6. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = \alpha$, $AC = b$, 那么 AB 的长等于.....
()
(A) $b \tan \alpha$; (B) $b \sin^{-1} \alpha$; (C) $b \sin \alpha$; (D) $b \cot \alpha$
7. 已知锐角 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$ 于点 D , $\tan B = \frac{1}{2}$, $\sin C = \frac{4}{5}$, $BC = 11$,
(1) 求 AD 的长;
(2) 求 $\sin \angle BAC$ 的值.



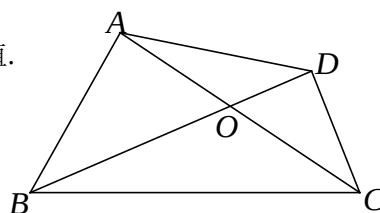
8.如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， BD 、 BE 分别是边 AC 上的高与中线，且点 D 恰好是线段 CE 的中点.

- (1) 求证： $\triangle BCE \sim \triangle ABC$;
- (2) 求 $\sin A$ 的值.



9. 如图，已知在四边形 $ABCD$ 中， AC 与 BD 相交于点 O ， $AB \perp AC$ ， $CD \perp BD$.

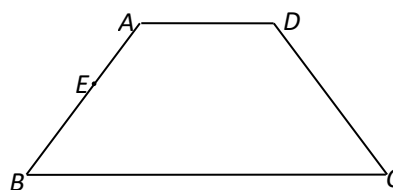
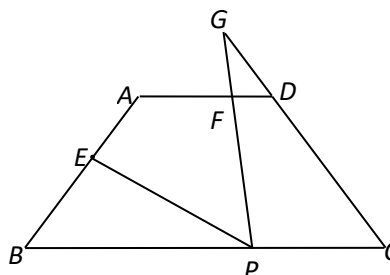
- (1) 求证： $\triangle AOD \sim \triangle BOC$;
- (2) 若 $\sin \angle ABO = \frac{2}{3}$ ， $S_{\triangle AOD} = 4$ ，求 $S_{\triangle BOC}$ 的值.



拓展提高

已知：在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AB=DC=5$ ， $AD=3.5$ ， $\sin B = \frac{4}{5}$ ，点 E 是 AB 边上一点， $BE=3$ ，点 P 是 BC 边上的一动点，联结 EP ，作 $\angle EPF$ ，使得 $\angle EPF = \angle B$ ，射线 PF 与 AD 边交于点 F ，与 CD 的延长线交于点 G . 设 $BP=x$ ， $DF=y$.

- (1) 求 BC 的长;
- (2) 试求 y 关于 x 的函数关系式，并写出定义域;
- (3) 联结 EF ，如果 $\triangle PEF$ 是等腰三角形，试求 BP 的长.



备用图

第 11 讲 解直角三角形

笔记 思考

知识点梳理:

- 1、解直角三角形的概念 在直角三角形中,除直角外,一共有五个元素,即三条边和两个锐角,由直角三角形中除直角外的已知元素求出所有未知元素的过程叫做解直角三角形。
- 2、解直角三角形的理论依据 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ 所对的边分别为 a , b , c
 - (1) 三边之间的关系: 勾股定理
 - (2) 锐角之间的关系: $\angle A + \angle B = 90^\circ$
 - (3) 边角之间的关系: 正弦 $\sin$, 余弦 $\cos$, 正切 $\tan$, 余切 $\cot$
 - (4) 面积公式:
- 3、在直角三角形中,除直角外还有五个元素,知道两个元素(至少有一个是边),就可以求出另三个元素.
- 4、在直角三角形中,除直角外还有五个元素,知道其中某两个元素的关系(必须有边),也可以求出其余元素.
- 5、在含有特殊角的三角形中,知道其中一条边,就可以求出其它元素.

典型例题:

- 1、在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, a , b , c 分别为 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ 的对边,下列结论中,能成立的是 ()
 $A. c = a \cdot \sin A$ $B. b = c \cdot \cos A$ $C. b = a \cdot \tan A$ $D. a = c \cdot \cos A$
- 2、已知正方形 $ABCD$ 的边长为 2, 如果将线段 BD 绕着点 B 旋转后, 点 D 落在 CB 的延长线上的 D' 处, 那么 $\tan \angle BAD'$ 等于 _____
- 3、在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=2$, $BC=6$, 求 $\cos A$.
- 4、在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle B=60^\circ$, $AC=20$, 求 BC , AB 的长.

- 5、在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, CD 是斜边上的高. 若 $AC=8$, $\cos A = \frac{4}{5}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

- 6、已知: 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $CD \perp AB$, 垂足为 D , 若 $\angle B=30^\circ$, $CD=6$, 求 AB 的长.

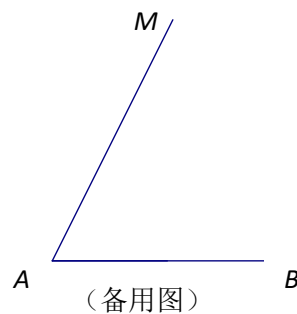
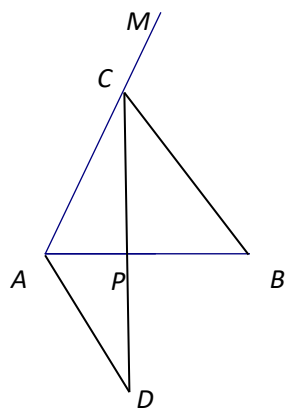
7、在矩形 $ABCD$ 中, $AE \perp BD$, 垂足为 E , BE 与 ED 的长度之比为 $1:3$, 求 $\tan \angle ADB$ 的值.

笔记 思考

拓展题:

如图, $\tan \angle MAB = 2$, $AB = 6$, 点 P 为线段 AB 上一动点 (不与点 A 、 B 重合), 过点 P 作 AB 的垂线交射线 AM 于点 C , 连接 BC , 作射线 AD 交射线 CP 于点 D , 且使得 $\angle BAD = \angle BCA$. 设 $AP = x$.

- (1) 写出符合题意的 x 的取值范围;
- (2) 点 N 在射线 AB 上, 且 $\triangle ADN \sim \triangle ABC$, 当 $x=2$ 时, 求 PN 的长;
- (3) 试用 x 的代数式表示 PD 的长.



第 12 讲 解直角三角形的应用

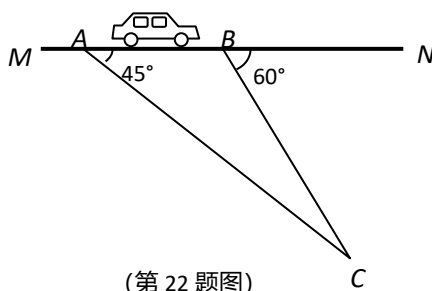
知识点梳理:

- 1、仰角、俯角
- 2、方向角、方位角
- 3、坡度、坡角

典型例题:

- 1、一斜面的坡度 $i=1:0.75$ ，一物体由斜面底部沿斜面向前推了 20 米，那么这个物体升高了_____米. 16
- 2、一条斜坡长 4 米，高度为 2 米，那么这条斜坡坡比 $i=_____$ 10. $1:\sqrt{3}$;
11. 35° ;
- 3、从观测点 A 处观察到楼顶 B 的仰角为 35° ，那么从楼顶 B 观察观测点 A 的俯角为_____;
- 4、目前，崇明县正在积极创建全国县级文明城市，交通部门一再提醒司机：为了安全，请勿超速，并在进一步完善各类监测系统. 如图，在陈海公路某直线路段 MN 内限速 60 千米/小时，为了检测车辆是否超速，在公路 MN 旁设立了观测点 C，从观测点 C 测得一小车从点 A 到达点 B 行驶了 5 秒钟，已知 $\angle CAN = 45^\circ$ ， $\angle CBN = 60^\circ$ ， $BC = 200$ 米，此车超速了吗？请说明理由.

(参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.41$ ， $\sqrt{3} \approx 1.73$)



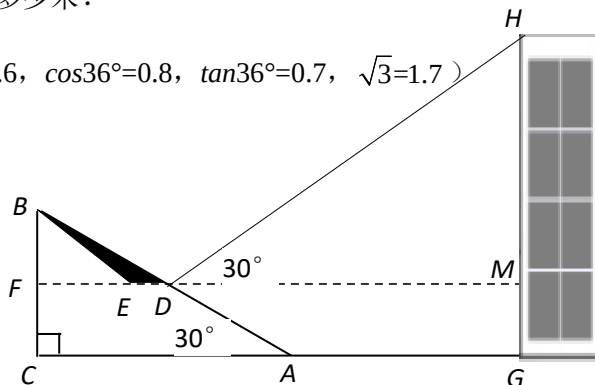
(第 22 题图)

- 5、为方便市民通行，某广场计划对坡角为 30° ，坡长为 60 米的斜坡 AB 进行改造，在斜坡中点 D 处挖去部分坡体（阴影表示），修建一个平行于水平线 CA 的平台 DE 和一条新的斜坡 BE.

(1) 若修建的斜坡 BE 的坡角为 36° ，则平台 DE 的长约为多少米？

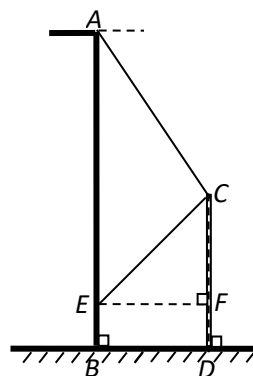
- (2) 在距离坡角 A 点 27 米远的 G 处是商场主楼，小明在 D 点测得主楼顶部 H 的仰角为 30° ，那么主楼 GH 高约为多少米？

(结果取整数，参考数据: $\sin 36^\circ = 0.6$ ， $\cos 36^\circ = 0.8$ ， $\tan 36^\circ = 0.7$ ， $\sqrt{3} = 1.7$)



第 21 题图

6、如图，已知楼 AB 高 36 米，从楼顶 A 处测得旗杆顶 C 的俯角为 60° ，又从该楼离地面 6 米的一窗口 E 处测得旗杆顶 C 的仰角为 45° ，求该旗杆 CD 的高。（结果保留根号）



第 22 题图

7、如图 10，一条细绳系着一个小球在平面内摆动.已知细绳从悬挂点 O 到球心的长度为 50 厘米，小球在 A 、 B 两个位置时达到最高点，且最高点高度相同(不计空气阻力)，在 C 点位置时达到最低点.达到左侧最高点时与最低点时细绳相应所成的角度为 37° ，细绳在右侧达到最高点时与一个水平放置的挡板 DE 所成的角度为 30° .

($\sin 37^\circ \approx 0.6$ ， $\cos 37^\circ \approx 0.8$ ， $\tan 37^\circ \approx 0.75$)

(1) 求小球达到最高点位置与最低点位置时的高度差.

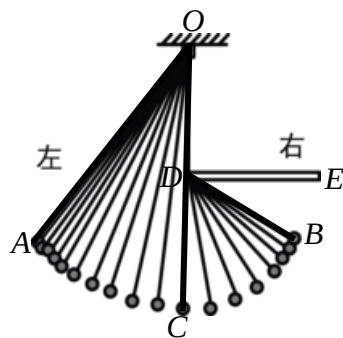


图 10

8、如图 7，为了测量河宽，在河的一边沿岸边选取 B 、 C 两点，在对岸岸边选择点 A .测得 $\angle B = 45^\circ$ ， $\angle C = 60^\circ$ ， $BC = 30$ 米.求这条河的宽度（这里指点 A 到直线 BC 的距离）.（结果精确到 1 米.参考数据 $\sqrt{2} \approx 1.4$ ， $\sqrt{3} \approx 1.7$ ）.

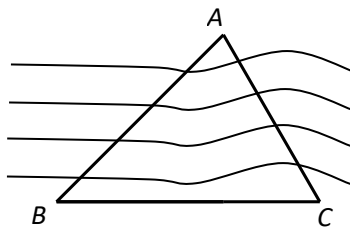


图 7

第 13 讲 锐角的三角比单元测试卷

一、选择题 (6×4' =24')

1. 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 2$, $AC = 1$, 则 $\sin B$ 的值是 ()

- (A) $\frac{1}{2}$; (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; (D) 2.

2. 如果 $Rt\triangle ABC$ 中各边的长度都扩大到原来的 2 倍, 那么锐角 $\angle A$ 的三角比的值 ()

- (A) 都扩大到原来的 2 倍; (B) 都缩小到原来的一半;
(C) 没有变化; (D) 不能确定.

3. 等腰三角形的底边长 10cm, 周长 36cm, 则底角的余弦值为…… ()

- (A) $\frac{5}{12}$; (B) $\frac{12}{5}$; (C) $\frac{5}{13}$; (D) $\frac{12}{13}$.

4. 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\sin B = \frac{1}{3}$, 则 $\tan A$ 的值为…… ()

- (A) $\frac{\sqrt{3}}{11}$; (B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; (C) $2\sqrt{2}$; (D) $\frac{10\sqrt{10}}{3}$.

5. 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A$ 的对边为 a , 已知 $\angle A$ 和边 a , 求边 c , 则下列关系中正确的是…… ()

- (A) $c = a \sin A$; (B) $c = \frac{a}{\sin A}$; (C) $a = b \cdot \tan A$; (D) $c = \frac{a}{\cos A}$.

6. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\cos A = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan B = \sqrt{3}$, 则这个三角形一定是…… ()

- (A) 锐角三角形; (B) 直角三角形; (C) 钝角三角形; (D) 等腰三角形.

二、填空题 (12×4' =48')

7. 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 若 $AB=5, BC=3$, 则 $\sin A =$ _____, $\cos A =$ _____, $\tan A =$ _____.

8. 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, $AC=3$, 则 $BC =$ _____.

9. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\sin A = \frac{2}{5}$, 则 $\sin B$ 的值是_____.

10. 有一个坡角, 坡度 $i = 1:\sqrt{3}$, 则坡角 $\alpha =$ _____.

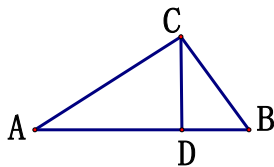
11. 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\cos A = \frac{1}{2}$, 则 $\angle B =$ _____.

12. 已知 $P(2, 3)$, OP 与 x 轴所夹锐角为 α , 则 $\tan \alpha =$ _____.

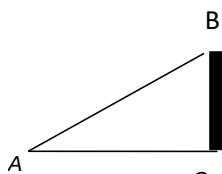
13. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, CD 是斜边上的高, 若 $AC=8$, $AB=10$, $\tan\angle BCD=$ _____.

14. 如图, 若人在离塔 BC 塔底 B 的 200 米远的 A 地测得塔顶 B 的仰角是 30° , 则塔高

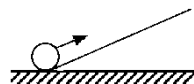
$BC=$ _____ ($\sqrt{3} \approx 1.732$, 精确到 0.1 米)



13 题图



14 题图



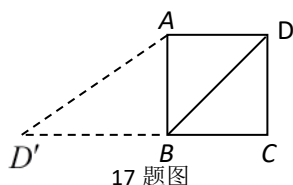
15 题图

15. 如图, 一个小球由地面沿着坡度 $i=1:3$ 的坡面向上前进 10m, 此时小球距离地面的高度为_____m.

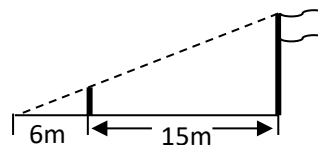
16. 一个楼梯的面与地面所成的坡角是 30° , 两层楼之间的层高 3 米, 若在楼梯上铺地毯,

地毯的长度是_____米 ($\sqrt{3}=1.732$, 精确到 0.1 米).

17. 如图, 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 1. 如果将对角线 BD 绕着点 B 旋转后, 点 D 落在 CB 的延长线上的 D' 点处, 联结 AD' , 那么 $\cot\angle BAD'$ _____.



17 题图



18 题图

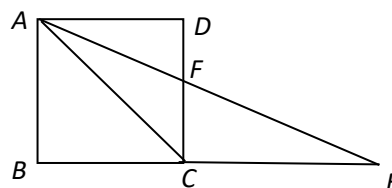
18. 矩形一边长为 5, 两对角线夹角为 60° , 则对角线长为_____.

三、解答题 ($3 \times 10' = 30'$)

19. 计算: $\frac{\tan 45^\circ + \cot 30^\circ}{\cot 45^\circ - \tan 60^\circ}$.

20. 已知直线 $y = \frac{4}{3}x + 4$ 交 x 轴于 A , 交 y 轴于 B , 求 $\angle ABO$ 的正弦值.

21. 如图, 将正方形 $ABCD$ 的边 BC 延长到点 E , 使 $CE=AC$, AE 与 CD 相交于点 F . 求 $\angle E$ 的余切值.

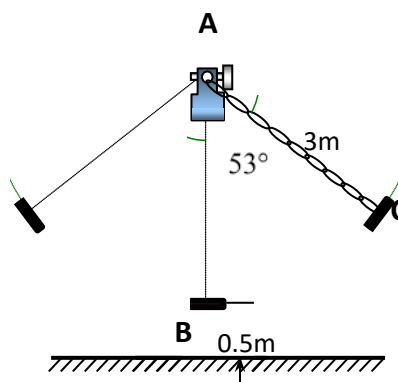


21 题图

四、解答题 (4×12'=48')

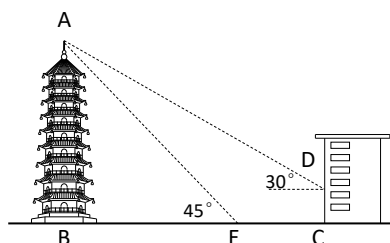
22. 某人要测河对岸的树高，在河边 A 处测得树顶仰角是 60° ，然后沿与河垂直的方向后退 10 米到 B 处，再测仰角是 30° ，求河对岸的树高。(精确到 0.1 米)。

23. 如图所示，秋千链子的长度为 3m，静止时的秋千踏板(大小忽略不计)距地面 0.5m. 秋千向两边摆动时，若最大摆角(摆角指秋千链子与铅垂线的夹角)约为 53° ，则秋千踏板与地面的最大距离约为多少？(参考数据： $\sin 53^\circ \approx 0.8$, $\cos 53^\circ \approx 0.6$)



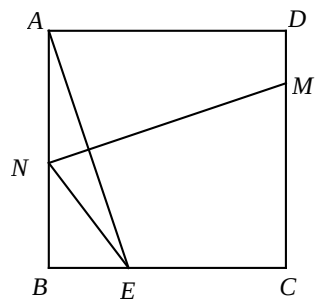
23 题图

24. 某风景区内有一古塔 AB ，在塔的北面有一建筑物，当光线与水平面的夹角是 30° 时，塔在建筑物的墙上留下了高 3 米的影子 CD ；而当光线与地面的夹角是 45° 时，塔尖 A 在地面上的影子 E 与墙角 C 有 15 米的距离 (B 、 E 、 C 在一条直线上)，求塔 AB 的高度 (结果保留根号)。



25. 如图, $ABCD$ 为正方形, E 为 BC 上一点, 将正方形折叠, 使 A 点与 E 点重合, 折痕为 MN , 若 $\tan \angle AEN = \frac{1}{3}$, $DC + CE = 10$.

(1) 求 $\triangle ANE$ 的面积; (2) 求 $\sin \angle ENB$ 的值.



第25题图

第 14 讲 二次函数的概念、图像与性质

笔记 思考

【知识梳理】

考点 1: 二次函数以及二次函数的定义域、值域等有关概念

考核要求:

- (1) 知道二次函数及其定义域、值域等概念;
- (2) 判断函数解析式是否是二次函数的解析式;
- (3) 会根据已知条件判断函数解析式中字母的值或取值范围.

考点 2: 用待定系数法求二次函数的解析式

考核要求:

- (1) 掌握求函数解析式的方法;
- (2) 在求函数解析式中熟练运用待定系数法.
- (3) 求函数解析式的步骤: 一设、二代、三列、四还原.

【例题剖析】

例 1、若函数 $y = (m^2 + m)x^{m^2 - 2m - 1} + 4$ 是二次函数, 求 m 的取值范围.

例 2、某产品每千克成本为 20 元, 其销售价不低于成本价, 当每千克售价为 50 元时, 它的日销售量为 100 千克, 如果每千克售价每降低(或增加)1 元, 日销售量就增加(或减少)10 千克, 设该产品每千克售价为 x 元.

- (1) 日销售利润为 y 元, 写出 y 关于 x 的函数解析式及函数的定义域.
- (2) 如果日销售量为 300 千克, 那么日销售利润为多少元?

例 3、已知抛物线 $y = ax^2$ 与直线 $y = 2x + 3$ 交于点 $A(1, b)$ 与点 B, 直线与 y 轴交于点 P. 求:

- (1) 求抛物线 $y = ax^2$ 的解析式, 并求顶点的坐标和对称轴;
- (2) 判断点 $C(-1, 4)$ 是否在此抛物线上;
- (3) 求出此抛物线上纵坐标为 6 的点的坐标;
- (4) 求 $S_{\triangle ABO}$.

【经典习题】

(A) 组

笔记 思考

1. 二次函数 $y = x^2 + 2x + 3$ 的定义域为 ()

A. $x > 0$ B. x 为一切实数 C. $y > 2$ D. y 为一切实数

2. 若函数 $y = 4x^2 + 1$ 的函数值为 5, 则自变量 x 的值应为 ()

A. 1 B. -1 C. ± 1 D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

3. 抛物线 $y = ax^2$ ($a < 0$) 的图象一定经过 ()

A. 第一、二象限 B. 第三、四象限 C. 第一、三象限 D. 第二、四象限

4. 在同一坐标系中, 抛物线 $y = 4x^2$, $y = \frac{1}{4}x^2$, $y = -\frac{1}{4}x^2$ 的共同特点是 ()

A. 关于 y 轴对称, 开口向上 B. 关于 y 轴对称, y 随 x 的增大而增大

C. 关于 y 轴对称, y 随 x 的增大而减小 D. 关于 y 轴对称, 顶点是原点

5. 不透明的布袋里装有 4 个白球和 1 个黑球, 除颜色外其它都相同, 从中任意取出 2 个球, 那么取到 1 个白球和 1 个黑球的概率为_____.

6. 在函数① $y = ax^2 + bx + c$, ② $y = (x-1)^2 - x^2$, ③ $y = 5x^2 - \frac{5}{x^2}$, ④

$y = -x^2 + 2$ 中, y 关于 x 的二次函数是_____. (填写序号)

7. 如果 $y = (m^2 - 1)x^{m^2 - m}$ 是二次函数, 则 $m =$ _____.

8. 关于 x 的函数 $y = (m+1)x^2 + (m-1)x + m$, 当 $m = 0$ 时,

它是_____函数; 当 $m = -1$ 时, 它是_____函数.

9. 观察二次函数 $y = x^2$ 的图象, 并填空. 图象与 x 轴的交点

也是它的_____, 这个点的坐标是_____. 当 $x < 0$ 时, 随着 x 值的增大,

y 的值_____; 当 $x > 0$ 时, 随着 x 值的增大, y 的值_____.

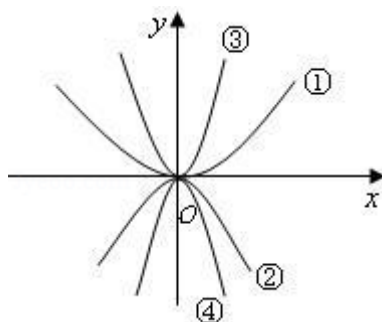
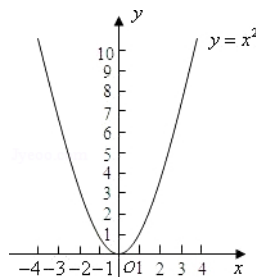
10. 把图中图象的号码, 填在它的函数式后面:

(1) $y = 3x^2$ 的图象是_____;

(2) $y = \frac{1}{3}x^2$ 的图象是_____;

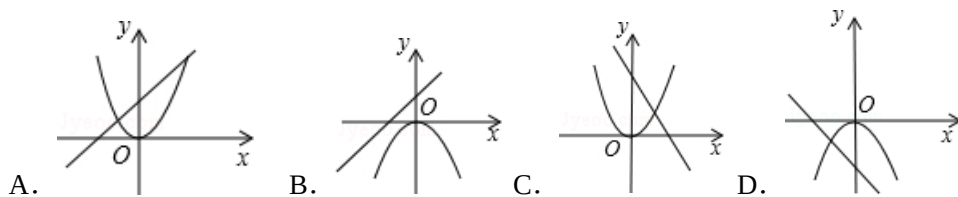
(3) $y = -x^2$ 的图象是_____;

(4) $y = -\frac{3}{4}x^2$ 的图象是_____ (填序号①, ②等).

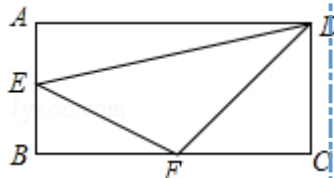


(B) 组

11. 函数 $y = -a(x+a)$ 与 $y = -ax^2$ ($a \neq 0$) 在同一坐标系上的图象是 ()



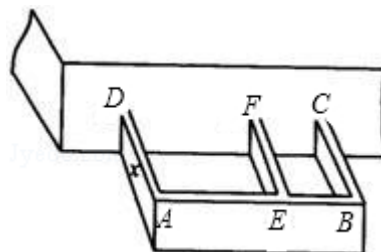
12. 如图, 矩形 ABCD 中, $AB=6$, $BC=12$, E 是 AB 上一点, F 是 BC 上一点, 且 $BF=2BE$. 设 $BE=x$, $\triangle DEF$ 的面积为 S, 则 S 关于 x 的函数关系式为_____.



13. 某农户计划利用现有的一面墙再修四面墙, 建造如图

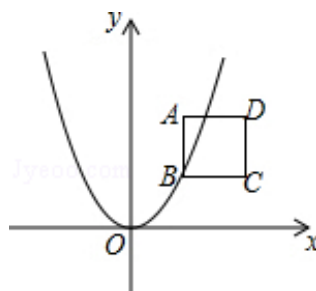
所示的长方体水池, 培育不同品种的鱼苗. 他已备足可以修高为 1.5m、长 18m 的墙的材料准备施工, 设图中与现有一面墙垂直的三面墙的长度都为 x m, 即 $AD=EF=BC=x$ m. (不考虑墙的厚度)

- (1) 若想水池的总容积为 $36m^3$, x 应等于多少?
- (2) 求水池的总容积 V 与 x 的函数关系式, 并直接写出 x 的取值范围;
- (3) 若想使水池的总容积 V 最大, x 应为多少? 最大容积是多少?



14. 如图, 一条抛物线 $y=ax^2$ 与四条直线 $x=1$, $x=2$, $y=1$, $y=2$ 围成的正方形 ABCD 有公共点.

- (1) 求 a 的取值范围;
- (2) 若 a 为整数, 求函数的表达式.

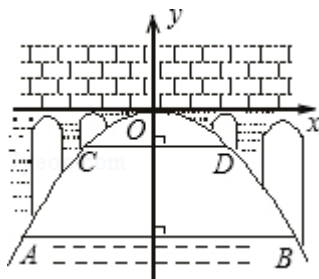


(C) 组

15. 有一座抛物线形拱桥，桥下面在正常水位时 AB 宽 20 米，水位上升 3 米就达到警戒线 CD ，这时水面宽度为 10 米；

(1) 在如图的坐标系中，求抛物线的表达式.

(2) 若洪水到来时，再持续多少小时才能到拱桥顶？（水位以每小时 0.2 米的速度上升）

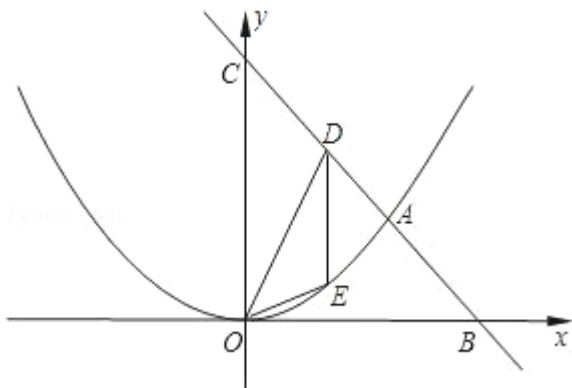


16. 如图，二次函数图象的顶点为坐标原点 O ， y 轴为对称轴，且经过点 $A(3, 3)$ ，一次函数的图象经过点 A 和点 $B(6, 0)$.

(1) 求二次函数与一次函数的解析式；

(2) 如果一次函数图象与 y 轴相交于点 C ， E 是抛物线上 OA 段上一点，过点 E 作 y 轴平行的直线 DE 与直线 AC 交于点 D ， $\angle DOE = \angle EDA$ ，求点 E 的坐标；

(3) 点 M 是线段 AC 延长线上的一个动点，过点 M 作 y 轴的平行线交抛物线于 F ，以点 O 、 C 、 M 、 F 为顶点的四边形能否为菱形？若能，求出点 F 的坐标；若不能，请说明理由.



第 15 讲 二次函数的图像与性质

【知识梳理】

1. 二次函数的概念
2. 二次函数解析式
3. 二次函数图像特征
4. 二次函数的性质与图像

【例题剖析】

例 1. 已知二次函数 $y=a(x+m)^2$ 的顶点坐标为 $(-1, 0)$ ，且过点 $A(-2, -\frac{1}{2})$.

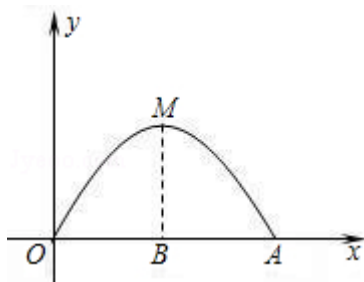
- (1) 求这个二次函数的解析式；
- (2) 点 $B(2, -2)$ 在这个函数图象上吗？
- (3) 你能通过左，右平移函数图象，使它过点 B 吗？若能，请写出平移方案.

例 2. 已知二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的图象经过 x 轴上点 $A(1, 0)$ 和点 $B(3, 0)$ ，且与 y 轴相交于点 C .

- (1) 求此二次函数的解析式及顶点 P 的坐标；
- (2) 求 $\angle CPB$ 的正弦值.

例 3. 有一个抛物线形的桥洞，桥洞离水面的最大高度 BM 为 3 米，跨度 OA 为 6 米，以 OA 所在直线为 x 轴， O 为原点建立直角坐标系（如图所示）.

- (1) 请你直接写出 O 、 A 、 M 三点的坐标；
- (2) 一艘小船平放着一些长 3 米、宽 2 米且厚度均匀的矩形木板，要使该小船能通过此桥洞，问这些木板最高可堆放多少米（设船身底板与水面同一平面）？



【经典习题】

(A) 组

笔记 思考

1. 若在同一直角坐标系中, 作 $y=x^2$, $y=x^2+2$, $y=-2x^2+1$ 的图象, 则它们 ()

A. 都关于 y 轴对称 B. 开口方向相同 C. 都经过原点 D. 互相可以通过平移得到

2. 抛物线 $y=2x^2-4$ 的顶点在 ()

A. x 轴上 B. y 轴上 C. 第三象限 D. 第四象限

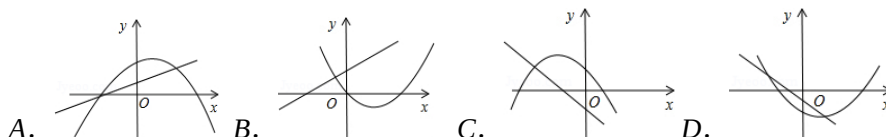
3. 抛物线 $y=2(x+3)^2-4$ 的顶点坐标是 ()

A. (3, 4) B. (3, -4) C. (-3, 4) D. (-3, -4)

4. 对于二次函数 $y=(x+1)^2-3$, 下列说法正确的是 ()

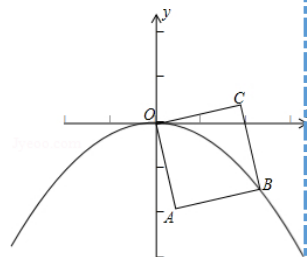
A. 图象开口方向向下 B. 图象与 y 轴的交点坐标是 (0, -3)
C. 图象的顶点坐标为 (1, -3) D. 抛物线在 $x>-1$ 的部分是上升的

5. 一次函数 $y=ax+b$ 与二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 在同一坐标系中的图象大致是 ()



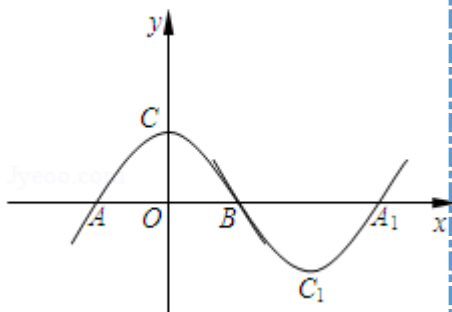
6. 如图, $OABC$ 是边长为 1 的正方形, OC 与 x 轴正半轴的夹角为 15° , 点 B 在抛物线 $y=ax^2$ ($a<0$) 的图象上, 则 a 的值为 ()

A. $-\frac{2}{3}$ B. $-\frac{\sqrt{2}}{3}$ C. -2 D. $-\frac{1}{2}$



7. 如图, 抛物线 $m: y=ax^2+b$ ($a<0, b>0$) 与 x 轴于点 A 、 B (点 A 在点 B 的左侧), 与 y 轴交于点 C . 将抛物线 m 绕点 B 旋转 180° , 得到新的抛物线 n , 它的顶点为 C_1 , 与 x 轴的另一个交点为 A_1 . 若四边形 AC_1A_1C 为矩形, 则 a, b 应满足的关系式为 ()

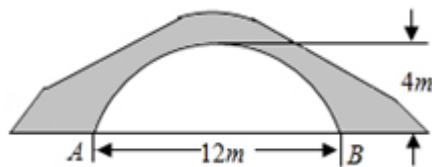
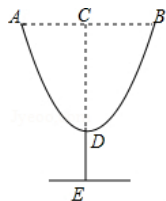
A. $ab=-2$ B. $ab=-3$
C. $ab=-4$ D. $ab=-5$



8. 抛物线 $y=2(x-3)^2+4$ 的在对称轴的_____侧的部分上升. (填“左”或“右”)

9. 如果点 $A(2, -4)$ 与点 $B(6, -4)$ 在抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a\neq 0$) 上, 那么该抛物线的对称轴为直线_____.

10. 抛物线 $y=mx^2+2mx+5$ 的对称轴是直线_____.
11. 如果抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 经过点 $(-1, 2)$ 和 $(4, 2)$, 那么它的对称轴是直线_____.
12. 如果二次函数 $y=x^2-8x+m-1$ 的顶点在 x 轴上, 那么 $m=$ _____.
13. 小迪同学以二次函数 $y=2x^2+8$ 的图象为灵感设计了一款杯子, 如图为杯子的设计稿, 若 $AB=4$, $DE=3$, 则杯子的高 CE 为_____.



14. 如图是一座抛物形拱桥, 当水面的宽为 $12m$ 时, 拱顶离水面 $4m$, 当水面下降 $3m$ 时, 水面的宽为_____ m .

(B) 组

15. 用配方法把二次函数 $y=-2x^2+6x+4$ 化为 $y=a(x+m)^2+k$ 的形式, 再指出该函数图象的开口方向、对称轴和顶点坐标.

16. 已知抛物线 $y=(x-2)^2$ 的顶点为 C , 直线 $y=2x+4$ 与抛物线交于 A 、 B 两点, 试求 $S_{\triangle ABC}$.

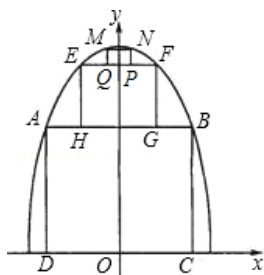
1. 已知二次函数 $y=-x^2+(m-2)x+m+1$.

- (1) 试说明: 不论 m 取任何实数, 这个二次函数的图象必与 x 轴有两个交点.
- (2) 当 m 为何值时, 这两个交点都在原点的左侧?
- (3) 当 m 为何值时, 这个二次函数的图象的对称轴是 y 轴?

(C) 组

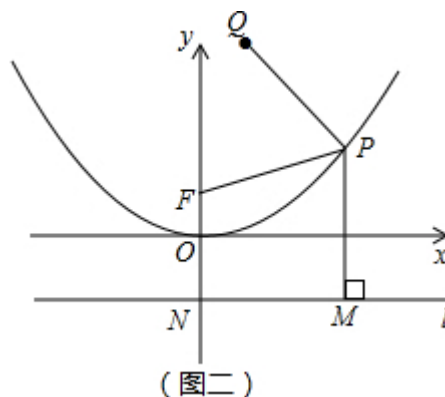
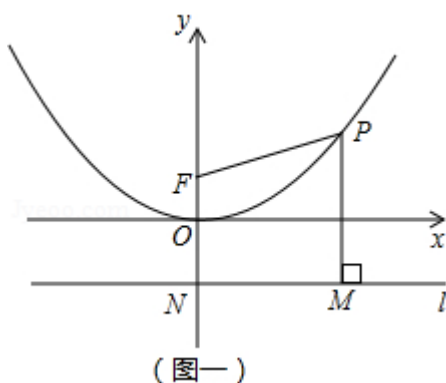
17. 为了参加市科技节展览, 同学们制造了一个截面为抛物线形的隧道模型, 用了三种正方形的钢筋支架. 在画设计图时, 如果在直角坐标系中, 抛物线的函数解析式为 $y = -x^2 + c$, 正方形 $ABCD$ 的边长和正方形 $EFGH$ 的边长之比为 5: 1, 求:

- (1) 抛物线解析式中常数 c 的值;
- (2) 正方形 $MNPQ$ 的边长.



18. 如图, 点 P 为抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2$ 上一动点.

- (1) 若抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2$ 是由抛物线 $y = \frac{1}{4}(x+2)^2 - 1$ 通过图象平移得到的, 请写出平移的过程;
- (2) 若直线 l 经过 y 轴上一点 N , 且平行于 x 轴, 点 N 的坐标为 $(0, -1)$, 过点 P 作 $PM \perp l$ 于 M .
 - ①问题探究: 如图一, 在对称轴上是否存在一定点 F , 使得 $PM = PF$ 恒成立? 若存在, 求出点 F 的坐标; 若不存在, 请说明理由.
 - ②问题解决: 如图二, 若点 Q 的坐标为 (1.5) , 求 $QP + PF$ 的最小值.



第 16 讲 二次函数的图像与性质综合

【知识梳理】

5. 二次函数的概念
6. 二次函数解析式
7. 二次函数图像特征
8. 二次函数的性质与图像

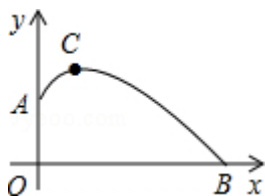
【例题剖析】

例 1. 根据下列条件，求二次函数的解析式

- (1) 图象经过点 $(-1, 3)$, $(1, 3)$, $(2, 6)$;
- (2) 抛物线顶点坐标为 $(-1, 9)$, 并且与 y 轴交于 $(0, -8)$;
- (3) 抛物线的对称轴是直线 $x=1$, 与 x 轴的一个交点为 $(-2, 0)$, 与 y 轴交于点 $(0, 12)$;
- (4) 图象顶点坐标是 $(2, -5)$, 且过原点;
- (5) 图象与 x 轴的交点坐标是 $(-1, 0)$, $(-3, 0)$ 且函数有最小值 -5 ;
- (6) 当 $x=2$ 时, 函数的最大值是 1 , 且图象与 x 轴两个交点之间的距离为 2 .

例 2. 如图是一个运动员投掷铅球的抛物线图, 解析式为 $y = -\frac{1}{12}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$ (单位: 米), 其中 A 点为出手点, C 点为铅球运行中的最高点, B 点铅球落地点. 求:

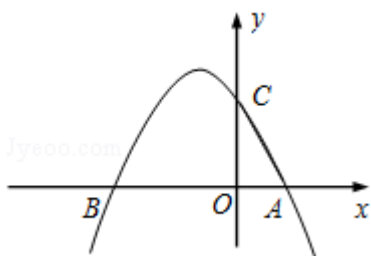
- (1) 出手点 A 离地面的高度;
- (2) 最高点 C 离地面的高度;
- (3) 该运动员的成绩是多少米?



例 3. 如图, 抛物线 $y=ax^2+2ax+3$ 与 y 轴交于点 C , 与 x 轴交于 A 、 B 两点 (点 A 和点 B 分别在 x 轴的正、负半轴上), $\cot \angle OCA=3$.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 平行于 x 轴的直线 l 与抛物线交于点 E 、 F (点 F 在点 E 的左边), 如果四边形 $OBFE$ 是平行四边形, 求点 E 的坐标.



【经典习题】

(A) 组

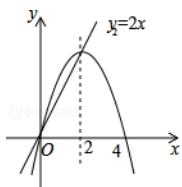
1. 函数 $y=x^2+2x-2$ 写成 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式是 ()

A. $y=(x-1)^2+2$ B. $y=(x-1)^2+1$ C. $y=(x+1)^2-3$ D. $y=(x+2)^2$

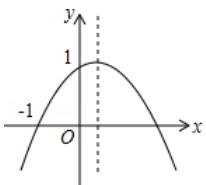
- 1

2. 在同一坐标系下, 抛物线 $y_1=-x^2+4x$ 和直线 $y_2=2x$ 的图象如图所示, 那么不等式 $-x^2+4x>2x$ 的解集是 ()

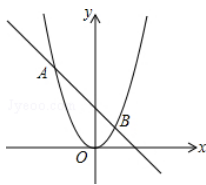
A. $x<0$ B. $0<x<2$ C. $x>2$ D. $x<0$ 或 $x>2$



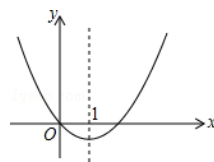
第 2 题



第 7 题



第 12 题



第 13 题

3. 已知点 P 为抛物线 $y=x^2+2x-3$ 在第一象限内的一个动点, 且 P 关于原点的对称点 P' 恰好也落在该抛物线上, 则点 P 的坐标为 ()

A. $(-1, -1)$ B. $(-2, -\sqrt{3})$ C. $(-\sqrt{2}, -2\sqrt{2}-1)$ D. $(-\sqrt{3}, -2\sqrt{3})$

4. 若 $A(-4, y_1)$, $B(-3, y_2)$, $C(1, y_3)$ 为二次函数 $y=x^2-4x+m$ 的图象上的三点, 则 y_1, y_2, y_3 的大小关系是 ()

A. $y_1<y_2<y_3$ B. $y_3<y_2<y_1$ C. $y_3<y_1<y_2$ D. $y_1<y_3<y_2$

5. 二次函数 $y=-x^2-2x+c$ 在 $-3\leq x\leq 2$ 的范围内有最小值 -5 , 则 c 的值是 ()

A. -6 B. -2 C. 2 D. 3

6. 将抛物线 $y=x^2+2x-3$ 的图象先向左平移 2 个单位, 再向上平移 3 个单位, 得到的抛物线的解析式是 ()

A. $y=(x-1)^2-1$ B. $y=(x+3)^2-1$

C. $y=(x-1)^2-7$ D. $y=(x+3)^2-7$

7. 如图, 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象的顶点在第一象限, 且过点 $(0, 1)$ 和 $(-1, 0)$, 下列结论: ① $ab < 0$, ② $b^2 > 4$, ③ $0 < a+b+c < 2$, ④ $0 < b < 1$, ⑤ 当 $x > -1$ 时, $y > 0$. 其中正确结论的个数是 ()

A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

8. 若抛物线的顶点为 $(-2, 3)$, 且经过点 $(-1, 5)$, 则其表达式为_____.

9. 对称轴与 y 轴平行且经过原点 O 的抛物线也经过 $A(2, m)$, $B(4, m)$, 若 $\triangle AOB$ 的面积为 4, 则抛物线的解析式为_____.

10. 设 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 是抛物线 $y=2x^2+4x-2$ 上的点, 坐标系原点 O 位于线段 AB 的中点处, 则 AB 的长为_____.

11. 如果抛物线 $y=-x^2+(m-1)x+3$ 经过点 $(2, 1)$, 那么 m 的值为_____.

12. 如图, 抛物线 $y=ax^2$ 与直线 $y=bx+c$ 的两个交点坐标分别为 $A(-2, 4)$, $B(1, 1)$, 则方程 $ax^2=bx+c$ 的解是_____.

13. 二次函数的图象如图, 对称轴为 $x=1$. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2+bx-t=0$ (为实数) 在 $-1 < x < 4$ 的范围内有解, 则 t 的取值范围是_____.

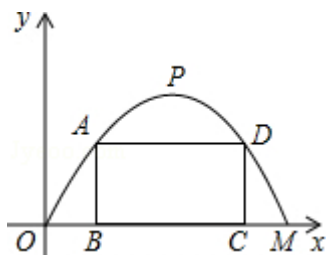
(B) 组

14. 施工队要修建一个横断面为抛物线的公路隧道, 其高度为 6 米, 宽度 OM 为 12 米, 现在 O 点为原点, OM 所在直线为 x 轴建立直角坐标系 (如图所示).

(1) 直接写出点 M 及抛物线顶点 P 的坐标;

(2) 求出这条抛物线的函数解析式;

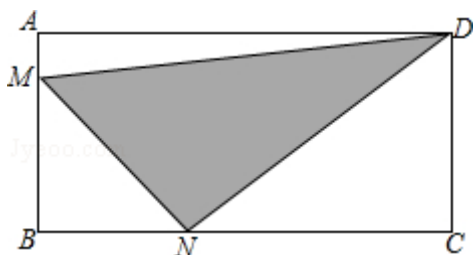
(3) 施工队计划在隧道门口搭建一个矩形“脚手架” $ABCD$, 使 A 、 D 点在抛物线上, B 、 C 点在地面 OM 上. 为了筹备材料, 需求出“脚手架”三根木杆 AB 、 AD 、 DC 的长度之和的最大值是多少? 请你帮施工队计算一下.



15. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB=6\text{cm}$, $BC=12\text{cm}$. 点 M 从点 A 开始沿 AB 边向点 B 以 1cm/秒 的速度向 B 点移动, 点 N 从点 B 开始沿 BC 边以 2cm/秒 的速度向点 C 移动. 若 M, N 分别从 A, B 点同时出发, 设移动时间为 t ($0 < t < 6$), $\triangle DMN$ 的面积为 S .

(1) 求 S 关于 t 的函数关系式, 并求出 S 的最小值;

(2) 当 $\triangle DMN$ 为直角三角形时, 求 $\triangle DMN$ 的面积.



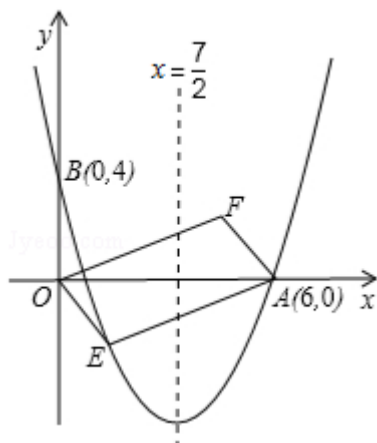
(C) 组

16. 如图, 对称轴为直线 $x=\frac{7}{2}$ 的抛物线经过点 $A(6, 0)$ 和 $B(0, 4)$.

(1) 求抛物线解析式及顶点坐标;

(2) 设点 $E(x, y)$ 是抛物线上一动点, 且位于第四象限, 四边形 $OEAF$ 是以 OA 为对角线的平行四边形. 求平行四边形 $OEAF$ 的面积 S 与 x 之间的函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围;

(3) 当平行四边形 $OEAF$ 的面积为 24 时, 请判断平行四边形 $OEAF$ 是否为菱形?



17. 如图，已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于 $A(-6, 0)$ 、 $B(2, 0)$ ，与 y 轴交于点 $C(0, -6)$ 。

(1) 求此抛物线的函数表达式，写出它的对称轴；

(2) 若在抛物线的对称轴上存在一点 M ，使 $\triangle MBC$ 的周长最小，求点 M 的坐标；

(3) 若点 $P(0, k)$ 为线段 OC 上的一个不与端点重合的动点，过点 P 作 $PD \parallel CM$ 交 x 于点 D ，连接 MD 、 MP ，设 $\triangle MPD$ 的面积为 S ，求当点 P 运动到何处时 S 的值最大？

