六年级数学　精编教案

目　录

第一讲　有理数的意义、数轴、绝对值 2
第二讲　有理数的运算 6
第三讲　有理数的混合运算 16
第四讲　一元一次方程的概念和解法 22
第五讲　一元一次方程的应用 29
第六讲　一元一次不等式（组） 32
第八讲　一元一次不等式组 35
第九讲　一元一次不等式（组）的应用 38
第十讲　一次方程组的应用 41
第十一讲 一次方程组的应用 45
第十二讲 线段的大小比较与画线段的和、差、倍 49
第十三讲 角的概念及画角的和差倍 57
第十四讲 长方体的概念 64
第十五讲 长方体中的位置关系 71
第十七讲 专题复习 79
第十八讲 期末综合复习 84

第一讲　有理数的意义、数轴、绝对值

一．知识要点：

1. 了解有理数的分类：整数和分数统称为有理数。

$$\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\left.\begin{array}{l}\text{正整数}\\ \text{零}\end{array}\right\}\text{自然数}\\ \text{负整数}\end{cases}\\ \text{分数}\begin{cases}\text{正分数}\\ \text{负分数}\end{cases}\end{cases}$$

2．知道正数和负数可以表示具有相反意义的

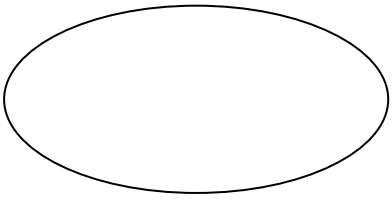
二．例题讲解：

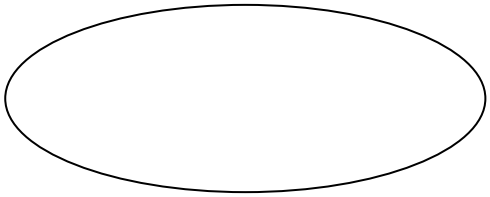
例 1：如果把学校减少学生数 173 人记作 -173 人，那么该校新学期各年级学生数变化情况的具体意义是什么？

六年级 13 人；　七年级 3 人；　八年级 -1 人；　九年级 -3 人

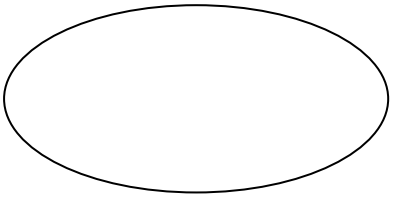
例 2：把数 1，-24，0，25%，0.27，-6.3，-100，$1\frac{2}{3}$ ，$-\frac{17}{8}$，$\frac{9}{4}$ 分别填入相应的圈内：

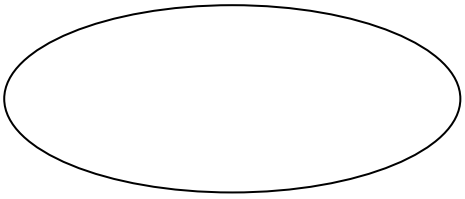
正数　　负数





整数　　分数





三．本课练习：

1. 整数与分数统称为_____。

2．在下列各数中，哪些是整数？哪些是正数？哪些是负数？哪些是有理数？

8，-3，$7\frac{1}{2}$，$-\frac{1}{6}$，69，0，0.32，$-1\frac{2}{5}$，-3.1

整数是_____；正数是_____；负数是_____；

有理数是_____。

3．在下列各数：$-(-3)$、$|-5|$、2.666…、$-1\frac{2}{7}$、50%、π中，有理数为_____；非负数为_____。

4．在中国地形图上可以看到我国有一座世界最高峰————珠穆朗玛峰，图上标着 8848，在西北部有一吐鲁番盆地，图上标着-155，这两个数表示的高度相对海平面说的，你能说说 8848，-155表示的意义分别是_____。

5．选择：下列说法中，正确的是（　　）

A．有理数中既不存在最小的正数，也不存在最大的负数。　　B．非负数就是正数。

C．有理数分为正有理数和负有理数。　　D．整数一定是正数，正数也不一定是整数。

6．请你把以下数进行分类：-12，71，-2.8，$\frac{1}{6}$，0，$7\frac{1}{2}$，34%，0.67，$-\frac{3}{4}$，$\frac{12}{7}$，$-\frac{9}{5}$

数轴

一．知识要点：

1．知道数轴的定义：

规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴。

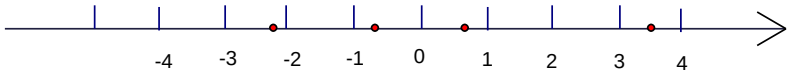
2．知道任何一个有理数都可以用数轴上的一个点表示。

3．理解相反数的意义：

只有符号不同的两个数，我们称其中一个数位另一个数的相反数，也称这两个数互为相反数。

例题讲解：

例 1：指出下图数轴上的点 A、B、C、D、E 分别表示什么数？



例 2：用数轴上的点分别表示$-1\frac{2}{3}$，$2\frac{1}{4}$，-0.5和它们的相反数

二．本课练习：

1．规定了_____、正方向、单位长度的_____叫做数轴。

2．任何一个有理数都可以用数轴上的一个_____来表示。

3．在原点的左侧，并且到原点的距离等于 3 个单位长度的点说表示的数是_____。

4．数轴上到原点的距离为$5\frac{1}{3}$的点说对应的数是_____。

5．在数轴上，把原点到-2 所代表的点的线段三等分，靠近原点的点代表的数字是_____。

6．判断：距离原点越远的点，表示的数就越大。（　　）

7．判断：在数轴上，表示-a 的相反数的点一定在原点的右边。（　　）

8．选择：在数轴上，原点及原点左边所表示的数是（　　）

A．正数　　B．负数　　C．非负数　　D．非正数

9．$4\frac{1}{2}$的相反数是_____；0 的相反数是_____。

10．-2.8 的相反数的相反数是_____。

11．7 与 2 的和的相反数是_____。

12．$\frac{11}{12}$的相反数的倒数是_____。

13．互为相反数的两个数的和为_____，除零外，它们的商是_____。

14．如果 a、b 互为相反数，那么$-2007(a+b)=$_____。

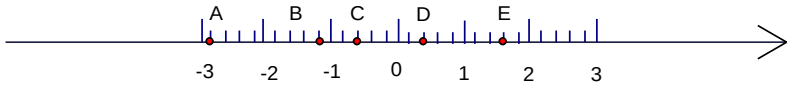
15．选择：下列各数中，互为相反数的有（　　）

1.2，-5，$-1\frac{1}{5}$，$\frac{1}{5}$，1，-1，$\frac{1}{4}$，-25%，-4

A．1 对　　B．2 对　　C．3 对　　D．4 对

16．甲数的相反数等于乙数的倒数，甲数×乙数=_____。

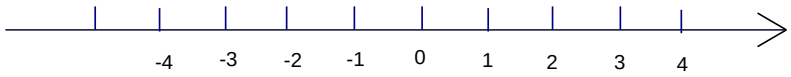
17．指出数轴上 A、B、C、D、E 各点分别表示什么数？



A：_____，B：_____，C：_____，D：_____，E：_____

18．按要求填数：$-\frac{1}{4}$，2，0，-2.5，25%，$2\frac{1}{2}$，-2

（1）在数轴上表示上面的数：



（2）把下面的数填入适当的圈内：

负有理数　　非负有理数

（3）用“〉”号把上面的 7 个数连接起来：

（4）上面的这些数中，有几对是互为相反数？它们分别是哪几对？

绝对值

一．知识要点：

1．知道绝对值的定义：

一个数在数轴上所对应的点与原点的距离，叫做这个数的绝对值。

2．会求一个数的绝对值以及已知一个数的绝对值会求这个数。

3．知道一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；零的绝对值是零。

$$|a|=\begin{cases}a(a>0)\\0(a=0)\\-a(a<0)\end{cases}$$

4．掌握两个负数比大小，绝对值大的那个数反而小的原则。

二．例题讲解：

例 1：写出绝对值不大于 4 的整数，并把他们表示在数轴上：

例 2： 若 x<0，y>0，且$|x|>|y|$，则 x，-y，$|y|$，-x 的大小关系是（　　）

A．$|y|$<-y<x<-x　　B．-x<-y<$|y|$<x　　C．x<-y<$|y|$<-x　　D．-y<-x<x<$|y|$

三、本课练习：

1．判断：绝对值相等的两个数相等。（　　）

2．判断：绝对值的大的数大于绝对值小的数（　　）

3．判断：数轴上右边的数总比左边的数大（　　）

4．判断：0 的绝对值是 0，0 的相反数是 0，0 的倒数也是 0。（　　）

5．判断：任何一个数的绝对值都是正数（　　）

6．选择：下列大小关系中，正确的是（　　）

（A）$-100\frac{1}{3}<-101$　　(B) $-100<-101$　　(C) $-100>-100\frac{1}{3}$　　(D) $-100\frac{1}{3}>-100$

7．比较大小：$-\left(-\frac{17}{50}\right)$_____$-|-0.34|$

8．计算：$|1-\pi|=$

9．如果一个数的绝对值等于它的相反数，那么这个数为_____。

10．．绝对值小于 2.5 的所有整数有_____个。

11．_____的绝对值等于它本身。（填上满足条件的所有的数）

12．用数轴上的点分别表示$-2\frac{2}{3}$，$1\frac{3}{4}$，$-\frac{1}{2}$和它们的相反数

第二讲　有理数的运算

有理数的加法

一．知识要点：

知道有理数加法的计算法则：

1．　同号两数相加，取原来的符号，并把绝对值相加。

2．异号两数相加，其和的绝对值为较大的绝对值减去较小的绝对值所得的差，其和的符号取绝对值较大的加数的符号。

3．异号两数相加，绝对值相等时和为零。

4．一个数同零相加，仍得这个数。

掌握有理数加法的运算律：

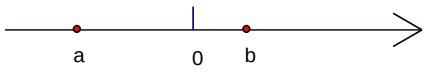
交换律：a+b=b+a　　结合律：(a+b)+c=a+(b+c)

二．例题讲解：

例 1： 已知$a>0,b<0,$且$|a|=6,|b|=2,$则$a+b$等于(　)　a、b

A．8　　B．±8　　C．4　　D．-4

例 2： 有理数a、b在数轴上的位置如图所示，求式子$|a|+|b|+|a+b|$的化简结果。



三．本课练习：

【基础题】

（一）判断：

1．一个正数和一个负数相加得正数（　　）。

2．两个有理数相加，他们的和一定大于每一个加数（　　）。

3．两个负数的和的绝对值一定等于它们的绝对值的和（　　）。

（二）选择：

1．若两个数的和是负数，则这两个数可以是（　　）

A．同为非负数　　B．　同为非正数　　C．一个正数，一个负数

2．若$|a|+a=0$，则 a 可以是（　　）

A．负数　　B．正数　　C．非负数　　D．非正数

（三）直接写出计算结果：

$-\frac{7}{19}+\frac{2}{19}=$_____　　$0.6+\left(-\frac{1}{2}\right)=$_____　　$-2+\left(-\frac{7}{12}\right)=$_____

$5\frac{4}{7}+\left(-\frac{4}{7}\right)=$_____　　$-\frac{3}{4}+0.75=$_____　　$0+(-3.9)=$_____

$-3\frac{1}{4}+4.25=$_____　　$4+\left(-\frac{2}{5}\right)=$_____　　$3\frac{1}{3}+\left(-2\frac{2}{3}\right)=$_____

$-3+(-4)+\left(-\frac{5}{6}\right)=$_____　　$(-2.5)+(-7)+\left(-\frac{4}{5}\right)=$_____

（四）填空：

1．比$-\frac{3}{5}$大$\frac{2}{5}$的数是_____。

2．比$-\frac{5}{7}$大$2\frac{5}{7}$的数的相反数是_____。

3．$\left(-3\frac{1}{3}\right)$的倒数与它的相反数的和是_____。

4．在$-\frac{1}{5}$，$-\frac{5}{3}$，$-\frac{3}{5}$，$-\frac{1}{3}$中最大的数与最小的数的和是_____。

5．a、b 都是正数，那么$\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}$的值是_____。

6．a、b、c 都是负数，那么$\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}+\frac{|c|}{c}$的值是_____。

（五）【提高题】计算：（能简便的要简便运算）

$-6.75+\left(4\frac{1}{6}+2\frac{3}{4}\right)$　　$-1\frac{5}{7}+\left(3\frac{5}{18}+2\frac{5}{7}\right)$

$\left[6\frac{7}{13}+\left(-4\frac{8}{21}\right)\right]+\left(-2\frac{13}{21}\right)$　　$\left(-1\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)+2\frac{1}{4}$

$\left(-4.125+5\frac{5}{9}\right)+\left(4\frac{4}{9}+2\frac{1}{8}\right)$

$2.75+\left(-8\frac{5}{6}\right)+3\frac{1}{4}+\left(-1\frac{1}{6}\right)$

$13+\left(-7\frac{4}{5}\right)+(-2.2)+2\frac{2}{3}$

$\left|\left(-\frac{1}{7}\right)+\frac{1}{16}\right|+\left[\left(-\frac{1}{7}\right)+\frac{1}{16}\right]$

（六）【拓展题】简答题：

1．已知：$|a|=5\frac{1}{5}$，$|b|=3.8$，求$a+b$的值。

2．你能否求出绝对值小雨 2007 的数有几个？它们的和是多少？

3．三个数 a、b、c，若 a+b=c，在数轴上对应点为 A、B、C，且 C 在 A、B 之间，关于 a、b，它们是怎样的两个数？为什么？

有理数的减法

一．知识要点：

掌握有理数减法的计算法则：减去一个数等于加上这个数的相反数。

零减去任何一个有理数，等于这个有理数的相反数。

二．例题讲解：

例 1：有一只蚂蚁，沿一条竖直的木杆爬行。如果规定：向上为正，向下为负，从点 A 出发，他爬行 10 分钟内记录如下：(单位 cm)

3，-5，$-\frac{1}{2}$，2，-3，-1，-1，-4，4，0.5

问：10 分钟时，它在 A 点的什么位置？距离 A 有多远？

例 2：已知：甲数的绝对值是乙数的绝对值的 3 倍，甲、乙两数在原点的同一侧，甲、乙距离为 3，求甲、乙两数。

三．本课练习：

【基础题】计算:

1．$\left(-\frac{2}{3}\right)-\frac{1}{3}=$_____　　$0-\left(-2\frac{1}{3}\right)=$_____

2．$-8-6\frac{1}{2}=$_____　　$\left(-5\frac{1}{4}\right)-(-7.75)=$_____

3．$-\frac{7}{19}+\frac{2}{19}=$_____　　$\left(-4\frac{3}{8}\right)-(-2.125)=$_____

4．如果 A、B 两地的海拔分别为+80 米和-50 米，则 A 地比 B 地高_____米。

5．已知 m+2 的和的相反数是 3，那么 m=_____。

6．如果 a、b 都在原点的左边，那么$(-a)-b$_____0。

7．如果 m<0，n>0，$|m|>|n|$，那么$m-n$_____0。

8．比较大小：$-3+7.6$_____$-3-(-7.6)$

9．判断：两个有理数相减，被减数一定大于减数（　　）。

10．判断：两个有理数相减，差为正数，被减数一定大于减数（　　）。

11．判断：零减去任何一个数的差都是负数（　　）。

12．判断：若 b<0，则 a，a-b，a+b 中，a-b 最大，a+b 最小（　　）。

13．判断：两个绝对值相等的有理数的差为零（　　）。

14．计算：

$1.875-\frac{33}{56}-1\frac{7}{8}$　　$12.54-4\frac{3}{8}-5\frac{5}{8}$

$-\frac{5}{7}-4.61+1\frac{2}{7}-5.39$　　$\left|-4\frac{1}{5}\right|-\left|-0.8\right|-\left(-\frac{3}{5}\right)$

有理数的乘法

一．知识要点：

1．理解有理数乘法的意义，初步理解有理数乘法法则的合理性。

2．有理数乘法法则：

两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘。

3．任何数与零相乘，都得零。

4．掌握乘法运算律，并能合理、正确地运用运算律进行有理数的乘法运算。

乘法交换律：ab=ba　　乘法结合律：(ab)c=a(bc)

乘法对加法的分配律：a(b+c)=ab+ac

二．例题讲解：

例 1：规定：符号“⊗”为选择两数中较大的数，“⊕”为选择两数中较小的数。那么求：

$[(7\oplus 3)\otimes 5]\times[-5\oplus(-3\otimes -7)]=$_____。

例 2：已知$|x|=2$，$|y|=3$，那么 $xy=$_____。

例 3：简便运算：

$(-210)\times\left(-3.5-5\frac{1}{5}+9\frac{2}{7}-33\frac{1}{3}\right)$

三.本课练习：

1．101 个-1 相加等于_____ ； 101 个$-\frac{1}{3}$相加等于_____。

2．2007 个-1 相乘等于_____； 2 个$-\frac{1}{50}$相乘等于_____。

3．几个不等于零的数相乘，其中有奇数个负因数，积_____0。

4．两个异号的数相乘的积的绝对值是_____数。

5．一个不等于零的数的倒数与这个数的绝对值相乘，其结果_____0。

6．规定：$a\Theta b=a\times\left(-\frac{a}{b}\right)$，则$5\Theta 3$之值为_____。

7．如果$|x-0.3|+\left|y+\left(-3\frac{1}{3}\right)\right|=0$，那么$-xy=$_____。

8．如果$|m|=\frac{4}{5},|n|=1\frac{2}{3}$，且$a>b$，那么$ab$的值是_____。

9．选择：如果有理数 a 为正数，b 为负数，那么下列说法正确的是（ ）

A．a+b<0 B．a+b>0 C．ab>0 D．ab<0

10．选择：如果$ab>0$，$a+b<0$，那么a、b两个数是（ ）

A．都是正数 B．都是负数 C．一正一负 D．不能确定

11．下列说法正确的个数有( )

互为倒数的两个数之积一定大于零； 互为倒数的两个数之积一定等于 1；

互为相反数的两个数之积一定小于 0； 互为相反数的两个数的积为零。

A．1 个 B．2 个 C．3 个 D．4 个

12．直接写出计算结果：

$\frac{2}{5}\times\left(-\frac{3}{4}\right)=$_____； $\left(-2\frac{1}{2}\right)\times 2\frac{1}{5}=$_____； $5\times\left(-\frac{1}{3}\right)=$_____；

$(-0.6)\times 1\frac{2}{3}=$_____； $\left|-2\frac{1}{3}\right|\times\left(-1\frac{2}{7}\right)=$_____； $\left(-1\frac{1}{6}\right)\times\left(-\frac{3}{14}\right)=$_____。

13．计算（能简便要简便运算）：

$16\times\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{8}\right)$ $-72\times\left(-\frac{11}{24}+\frac{7}{8}-1\frac{5}{9}\right)$

$\left(-\frac{3}{8}-\frac{3}{4}+\frac{1}{2}-1\right)\times 16$

$\left(-25\frac{3}{25}\right)\times(-5)=$

【提高题】计算:

$-240\frac{1}{49}\times 49+375\times 49+(-175)\times 49$

$-17.5\times 2.5+25\times 3\frac{3}{4}-0.51\times\frac{1}{4}-5.1\times\frac{3}{40}$

$-53\times\left(\frac{1}{23}-\frac{1}{76}\right)+76\times\left(\frac{1}{23}-\frac{1}{53}\right)+23\times\left(\frac{1}{53}+\frac{1}{76}\right)$

【拓展题】

$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}\right)-\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{9}+\frac{1}{12}\right)+\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{12}+\frac{1}{16}\right)-\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{10}+\frac{1}{15}+\frac{1}{20}\right)$

有理数的除法

一．知识要点：

1．掌握有理数除法法则：

两数相除，同号得正，异号得负，并把绝对值相除。

2．零除以任何一个不为零的数，都得零。

3．知道-a 的倒数是$-\frac{1}{a}$（a≠0），$-\frac{p}{q}$的倒数是$-\frac{q}{p}$（p≠0,q≠0）

4．除法运算可以转化为乘法运算：甲数除以乙数（零除外）等于甲数乘以乙数的倒数。

二．例题讲解：

例 1：若 a、b 互为相反数，c、d 互为倒数，m 的绝对值是 2，求 $\frac{a+b}{m}+m^2-cd$ 的倒数。

例 2：计算：（1）$\left(-2\frac{1}{2}\right)\times\left(-1\frac{1}{2}\right)\div\left(-\frac{1}{6}\right)$　　（2）$\frac{1}{32}\div\left(-\frac{1}{7}\right)\div(-1.75)$

三．本课练习：【基础题】

1．$-2\frac{1}{2}$的倒数是_____；　　$-3\frac{1}{2}$的相反数是_____；

2．$-2\frac{1}{3}$的绝对值是_____；　　倒数是 2.3 的数是_____；

3．-2 的倒数的相反数是_____；　　4.6 得相反数的倒数是_____。

4．比 -3.4 的倒数还大 5 的数是_____；　倒数是它本身的数是_____。

5．当 x_____时，$\frac{x}{|x|}=-1$；　当 x_____时，$\frac{x}{|x|}=1$

6．直接写出计算结果：

$(-4)\div\frac{1}{2}=$_____；　$\frac{1}{2}\div(-4)=$_____；　$\left(-\frac{1}{2}\right)\times(-4)=$_____；

$(-5)\div\left(-\frac{10}{11}\right)=$_____；　$\left(-2\frac{1}{7}\right)\div\left(-\frac{5}{14}\right)=$_____；　$\left|(-2)\div\frac{3}{2}\right|=$_____

7．计算：

$\left|-4.75\div\left(2.75-3\frac{1}{3}\right)\right|$　　$\left(-1\frac{7}{8}\right)\times\left(-2\frac{2}{3}\right)\div\left(-1\frac{2}{3}\right)-(-2.86)$

$\left(-13\frac{1}{2}\right)\div5+(-5.5)\div5+\left(-196\frac{7}{8}\right)\div5+76.875\div5$

有理数的乘方

一．知识要点：

1．掌握有理数除法法则：

两数相除，同号得正，异号得负，并把绝对值相除。

2．零除以任何一个不为零的数，都得零。

3．知道-a 的倒数是$-\frac{1}{a}$（a≠0），$-\frac{p}{q}$的倒数是$-\frac{q}{p}$（p≠0,q≠0）

4．除法运算可以转化为乘法运算：甲数除以乙数（零除外）等于甲数乘以乙数的倒数。

二．例题讲解：

例题：填表格

	$(-6)^2$	-6^2	$\left(-\frac{2}{3}\right)^3$	$-\frac{2^3}{3}$
底数				
结果				

三．本课练习：

【基础题】

1．比较大小：

$(-29)^3$ _____ -29^3　　$(-1)^5$ _____ 0^3　　$\left(-\frac{9}{8}\right)^4$ _____ $\left|-\frac{9}{8}\right|^4$

$(-1)^{50}$ _____ $\left(-\frac{1}{2}\right)^5$　　$(-20)^7$ _____ $(-5)^4$　　0^{40} _____ $(-1)^{40}$

2．（-1）的平方与立方的差是_____

3．(　　)^2=4　　(　　)^3=8

4．若 1222=14844，则（-122）^{2}=_____，-1222=_____,12.22=_____

5．平方等于立方等于它本身的数是 _____

6．8-a^2 有最__值，值为___， a=___

8-(5-a)^2 有最__值，值为___， a=___

7．选择：$(-0.25)^{15}\times 2^{31}$等于（　　）

A．2　　B．$\frac{1}{2}$　　C．-2　　D．$-\frac{1}{2}$

8．计算：

$-2^4-(-2)^2$

$-\left(-\frac{1}{2}\right)^5-\left(\frac{1}{2}\right)^3$

$(-3)^2-(-2)^3$

$-2^3\div(-2)^4\times\left(\frac{3}{2}\right)^2$

$\left[\left(-3\frac{1}{2}\right)+1\frac{1}{3}+1\frac{1}{6}\right]^{2006}$

$-1^4+(0.5-1)\div\left(\frac{1}{2}-0.25\right)^2\times\left[2-(-3)^2\right]$

第三讲 有理数的混合运算

有理数的混合运算

一．知识要点：

1．熟练掌握有理数混合运算的法则并能正确地运算。

2．有理数混合运算的顺序是：先乘方，后乘除，再加减；同级运算从左到右；如果有括号，先算小括号，后算中括号，再算大括号。

3．能正确地去括号：括号前带负号，去掉括号后括号内各项要变号：

$-(a+b)=-a-b,\qquad -(a-b)=-a+b$

4．正确、合理运用运算法则、运算律以及运算顺序进行混合运算

二．例题讲解：

计算：$(+1)^n-(-1)^n$（n为正整数）

三．本课练习：

【基础题】（一）直接写出计算结果：(1′×30=30′)

$-4\frac{3}{5}+14\frac{3}{5}=$_____；　$3.75-11\frac{3}{4}=$_____；　$-1\frac{1}{2}-1\frac{1}{3}=$_____；

$\left|-5\frac{2}{7}\right|+\left|-1\frac{5}{7}\right|=$_____；　$0-9\frac{7}{9}=$_____；　$2.875-3\frac{5}{8}=$_____；

$2\frac{3}{4}\times\left(-\frac{4}{5}\right)=$_____；　$-2.16\times\frac{5}{6}=$_____；　$\left(-1\frac{1}{7}\right)\div\left(-1\frac{3}{4}\right)=$_____；

$\frac{15}{17}\div\left(-\frac{5}{51}\right)=$_____；　$-60\times\left(-3\frac{7}{10}\right)=$_____；　$3.5\div\frac{7}{15}=$_____；

$8\frac{2}{5}\div7.8=$_____；　$1\div4\frac{2}{7}=$_____；　$\frac{2}{3}\div0.8\times\frac{3}{4}=$_____；

$\left(-\frac{3}{2}\right)^3=$_____；　$\left(-\frac{5}{8}\right)^2=$_____；　$-2^4=$_____；　$-(-2)^2=$_____；

$(-3)^3-3^2=$_____；　$\left(1-\frac{1}{2}\right)^3=$_____；　$(-3\times2)^3=$_____；　$0^{2006}=$_____；

$-3\times2^3=$_____；$-(-3)^3\times2=$_____；　$-3\div(-2)^2=$_____；　$(-1)^{50}=$_____

$-7^2-12=$_____；　$(-4)^3-\left|-6^2\right|=$_____；　$(-1)^{2n}+1^{2n}=$_____(n 为自然数)

（二）计算：（4′×10=40′）

1） $-\frac{1}{4}+\frac{2}{3}+\left(-\frac{1}{2}\right)$

2） $\left(-\frac{3}{4}\right)-\left(-\frac{1}{2}\right)-\left(+\frac{1}{8}\right)$

3） $\left(-8\frac{8}{9}\right)\times\left(-10\frac{4}{5}\right)\div 6$

4） $6.76\div\frac{4}{5}\times 1\frac{1}{13}$

5） $10-28\frac{1}{2}\div 12+1\frac{1}{2}\times 2\frac{5}{12}$

6） $6\frac{3}{5}-4\frac{4}{5}\times 1\frac{1}{9}\div 48$

7） $\left[6^3-(-1)^{10}\right]\div 5$

8） $\left[\left(-\frac{3}{2}\right)^3+2.375\right]^{10}-1$

9） $-2^3\div(-2)^4\times\left(-\frac{3}{2}\right)^2$

10） $\left|-(-2)^2+(-2)^3\right|-1^5$

（三）【提高题】简便计算：

1） $-3.75+6\frac{1}{3}+\left(-2\frac{1}{3}\right)+(-5.25)$

2） $\left(33\frac{3}{11}-2.16\right)-\left[(-3.25)+\left(-21\frac{8}{11}\right)\right]$

3）$\left(-\frac{3}{5}\right)^2\times\left(-1\frac{8}{27}\right)+\left(-\frac{4}{5}\right)^2\times\left(-1\frac{8}{27}\right)$

4）$(-12)\times\left[\left(-\frac{1}{4}\right)+\frac{1}{6}-\left(-\frac{1}{2}\right)\right]$

5）$2.25\times(-2)^3+3^4\times2\frac{1}{4}-(-7)\div\frac{4}{9}$

6）$-\left(-\frac{1}{2}\right)^{2008}\div\left(-\frac{1}{2}\right)^{2009}+1$

7）$\left[(0.02)^2-(-0.2)^2\right]\div\left[\left(\frac{1}{4}\right)^2\div\left(-\frac{1}{2}\right)^3\right]$

8)计算$-2^{1987}\times\left(-\frac{1}{2}\right)^{1988}-1$

9）$\left[(-3)^2-\left(-3^2\right)\right]\div\left[\left(-1\frac{1}{2}\right)^3\div(-1)^2\right]$

10)若$\left|\frac{1}{2}x-3\right|+(2y-5)^2=0$,则$\frac{y}{x}=$_____

科学计数法

一．知识要点：

1．理解科学计数法的意义：在实际问题中，有时一个数较大，读、写都很不方便，利用科学计数法来表示，读、写都方便。

2．把一个数写成$a\times10^n$（其中$1\le|a|<10$，n是正整数），这种形式的计数方法叫做科学计数法。

3．能正确利用科学计数法表示一个整数。

4．能根据科学计数法的结果说出一个数的整数位数。

二．例题讲解：

例 1：把每天工作 8 小时化成秒数，并用科学计数法表示这一结果。

例 2：某数用科学计数法表示为3.12×10^3，那么这个数有____个整数数位。

例 3： 3^{33}的个位数字是什么？

三．本课练习：【基础题】

1．用科学计数法表示：-58 760 000=_____130 500=_____

2．用科学计数法表示：190 000 人=_____；-3 905 000 元=_____；

3．用科学计数法表示：-10.48℃=_____；-2345.67 米=_____；

4．用科学计数法表示 1 吨=_____克；

5．用科学计数法表示 1 立方米=_____立方厘米；

6．某数用科学计数法表示为3.12×10^3，那么这个数有____个整数数位。

7．2003 年 6 月 1 日 9 时，三峡工程正式下闸蓄水，首批有四台机组发电，计划年发电量为 5 500 000 000 千瓦时，这个数用科学计数法表示为_____千瓦时。

8. 二号气象卫星离地面高度为 937000 米，用科学计数法表示此高度是_____米。

9．计算：$(-3.2\times10^7)\times80=$_____（结果用科学计数法表示）

10．写出下列用科学计数法表示的原数：

$(10^4)^2=$_____；　　$(-9.6\times10^8)\div2=$_____；

$(-3.1\times10^6)\times120=$_____；　　$(2.5\times10^7)^2=$_____。

11．写出下列各数的个位数字：

2^{22}　　5^{101}　　9^{99}　　3^{2007}

12.【拓展题】24 点游戏：现有 4 个有理数 1、-4、6、12，对这四个数（每个数必须用且只能用一次）进行加减乘除四则运算，使其结果等于 24。请写出两种不同方法的运算式，运算式如下：⑴_____⑵_____。

如果 4 个有理数为 1、6、4、5，则运算式是_____。

【拓展题】

1、 $-3^3-\left[8\div(-2)^3-1\right]+(-3)^2\times(-2)^3\div\frac{1}{0.2}$

2、 $-1^2-\left[+1^3-(1-0.42\div0.21)\right]\times\left[(-19.7)\times\frac{5}{32}+11.7\times\frac{5}{32}\right]$

3、 $\dfrac{-(-0.2)^2\times0.25+\frac{3}{8}\times2^4\div2}{(-3)\times0.3+\left[(-3)^2-(-2)^3\right]\div(-10)}$

4、 $(-2)\times\left\{(-3)\times\left[(-5)+2\times(0.3-0.3)\div83-3\right]+4\right\}$

5、 $7.535\times13-26\times(\frac{7}{9}+\frac{5}{6}-\frac{7}{18})+(-4.035)\times13$

6、 $3\frac{11}{18}+(-1)^3\times 4\frac{5}{271}+36\frac{5}{271}-(-1)^5\times 2\frac{7}{18}$

7、 $\frac{9}{65}\times(-2^4)+1\frac{5}{13}\div\frac{5}{2}+\frac{(3^2+2^2)(3^3\times 2^2)}{1690}$

8、 $1+\frac{1}{2}\times(-3^2)+1\frac{1}{2}\times(-3)^2+1-\frac{1}{2}\times 3^2+(1-\frac{1}{2})\times 9$

9、 $(3^2-2^2)\ (2-3)^3\div 2\frac{3}{8}+\left|-2\right|^3-3^3$

10、 $12^2\div(23\frac{1}{3})^2-1440\times\frac{(0.2)^3}{(-7)^2}+12\times 6\div(-\frac{70^2}{2})$

第四讲　一元一次方程的概念和解法

列方程

一．知识要点：

1. 知道方程的有关概念：用字母 x、y…等表示所要求的未知的数量，这些字母称为**未知数**。

含有未知数的等式叫做**方程**。在方程中，所含的未知数又称为**元**。

2．在未知数和已知数之间建立一种等量关系，就是**列方程**。

3．知道项、系数、次数、常数项的定义：

在方程中，被“+”、“—”号隔开的每一部分（包括这部分前面的“+”、“—”号在内）称为一**项**。不含未知数的项，称为**常数项**。

在一项中，数字或表示已知数的字母因数叫做未知数的**系数**。

在一项中，所含有的未知数的指数和称为这一项的**次数**。

二．例题讲解：

例 1：在等式 $2x^2-1=x$，　$3x+2y=0$，　$8-11=-3$，　$7x-8$，　$y=1$，　$3-2x=1-3(x+1)$中，

是方程的个数共有_____个。

例 2：有甲、乙、丙三个数，已知甲、乙两数之比为 2∶3，甲、丙两数之比为 3∶4，又知道乙、丙两数之和比甲的 3 倍少 23。求甲、乙、丙三个数分别是多少？

例 3：在方程 $\frac{1}{2}x^2y-5x=0$ 中，$\frac{1}{2}x^2$ 项的系数是_____，次数是_____，0 是_____项，次数是 1 次的项是_____。

三．本课练习：【基础题】

1．在下列式子 $3y^2-2y=4$，$-x+1=4$，　$\frac{1}{2}xy=5$，　$3x-2x$，　$x=0$，　1+1=2，

$\frac{x+y}{2}=1$，$2x>-4$ 中，是等式的有_____，

其中是方程的个数共有_____个。

2．列方程：

1）5 减去 x 的 $\frac{2}{3}$ 的差为 2_____。

2） x 的相反数加上 6 的和为 1_____。

3） y 的一半减去 y 的 2 倍的差为 3_____。

4） y 的平方与 y 的 4 倍的差加上 16 的和是 0。_____。

5） x 、 y 的和的 $\frac{1}{4}$ 减去 x 、 y 的差的 $\frac{1}{3}$，结果是 12。_____。

6） n 的 3 倍与 2 的差比 n 的 $\frac{3}{7}$ 多 1。_____。

7）设某数为 x，如果某数的相反数比某数的 2 倍小 1。 _____。

8）某学生家有大小各一个书架，小书架上放了 x 本书，大书架上放了 198 本书，大书架上的书的数量是小书架上的书的数量的 3 倍少 45 本，则可列方程为_____。

9)如果长方形的长是 x 厘米,它的长比宽长 3 厘米,周长是 15 厘米,可列方程为_____。

10）六（4）班排练节目，4 人一组余 2 人；6 人一组正好少一组。设该班级有 x 人，则可列方程为_____。

11）一张存单，存了一年，月利率是 1.2%，扣税后本息和是 3921 元，设本金为 x 元，下列说法正确的是（　　）

A．可列方程 $x+x\cdot 1.2\%\times 1\times(1-20\%)=3921$　　B．扣税为 $(x\cdot 1.2\%\times 12\times 20\%)$元

C．可列方程 $x\cdot 1.2\%\times 12\times 20\%=3921-x$　　D．利息为 $(x\cdot 1.2\%\times 12\times 20\%)$元

3．方程 $2xy^2-5=x$ 中，$2xy^2$ 项的系数_____，次数是_____，常数项是_____，一次项是_____，其系数是_____。

4．方程 $-\frac{3}{4}xy-7x=1$ 中，$-7x$ 项的系数_____，次数是_____，常数项是_____，二次项是_____，其系数是_____。

5．方程 $\frac{2x^3+3}{5}=2x$ 中，常数项是_____，三次项是_____，其系数是_____。

6．方程 $-\frac{xy}{2}+\frac{1}{3}y=1$ 中，$-\frac{xy}{2}$ 项的系数_____，次数是_____，常数项是_____，一次项是_____，其系数是_____。

7．解答题：有甲、乙、丙三个数，已知甲、乙两数之比为 2∶3，乙、丙两数之比为 4∶5，又知道甲、乙两数之和比丙减去乙的差多 17，甲、乙、丙三个数分别是多少？

方程的解

一．知识要点：

1．知道方程的解的概念：如果未知数所取的某个值能使方程左右两边的值相等，那么这个未知数的值叫做**方程的解**。

2．能根据方程解的概念判断一个有理数是不是方程的解。

二．例题讲解：

例 1： $x=-1$_____（是、不是）方程$-\frac{1}{3}(2x+2)+\frac{1}{5}(x+1)=-x-1$的解？ $x=1$呢？

例 2： $y=-\frac{1}{2}$是不是方程$-6y=6+6y$和$8y-2=-6$的解?

三．本课练习：【基础题】

1． $x=-1$_____（是、不是）方程$-\frac{1}{2}(x+3)\bullet x=-x+1$的解？

2．选择： $x=-1$不是下列方程的解的方程是（　　）

A．$(x+1)(x-1)=0$　　B．$x^2=1$

C．$\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{2}\left[\frac{1}{3}(x+1)+1\right]-1\right\}-3x=2\frac{3}{4}$　　D．$\frac{x}{3}-\frac{x-2}{6}=1$

3．括号内的数是不是前面方程的解？（请写出具体的检验过程）

（1）$3x-5=2x$（1）　　（2）$4y-\frac{1}{3}=3y$（ $\frac{1}{3}$ ）　　（3）$3x^2-5x-2=0$（2 ）

一元一次方程及其解法（1）

一．知识要点：

1．知道一元一次方程的概念：只含有一个未知数且未知数的次数是一次的方程叫做一元一次方程。

2．能判断一个方程是否为一元一次方程。

3．知道解一元一次方程的一般步骤及每步的依据，并能熟练地解一元一次方程。

二．例题讲解：

例1：下列方程是一元一次方程的是（　　）

A．$3x+y=4$　　B．$3x+1=x^2$　　C．$x=1$　　D．$3+1=4$

例2：解下列方程不正确的是(　　)

（A）$-\frac{1}{5}x=-3$，两边同乘以-5，得$x=15$　　（B）$3x=18$，移项得$x=18-3$，得$x=15$

（C）$6x=2$，两边同乘以$\frac{1}{6}$，得$x=\frac{1}{3}$　　（D）$\frac{x}{2}=-8$，两边同乘以2，得$x=-16$

三．本课练习：【基础题】

1．判断：如果$a=b$,那么$ac=bc$（　　）

设x为未知数，则$0.5x-1$是方程（　　）

$x=3$是方程$-\frac{1}{6}x=-2$的解（　　）

2．下列式子是一元一次方程的有（　　）个。

$5x+6y=11$　　$6x=0$　　$4x=18-2x$　　$5+6x$　　$\frac{5}{3}x+6=3x$

$5+6=11$

3．下列方程中，与方程$3x+2=-4$的解相同的方程是（　　）

（A）$3x=-2$　　(B) $2x-3=0$　　(C) $2x+6=0$　　(D) $3x+6=0$

4．$-3x=\frac{1}{2}$的解是_____。

5．$-4=4+x$的解是_____。

6．$-3x+2=2x-1$两边同时加上_____得到$-5x=-3$

7．下列解法是否正确：

$2-x=3$，移项得，$x=3-2$（　　）

$4=2+x$，移项得，$x=2-4$（　　）

$-x=2x+3$，移项得，$3x=3$(　　)

$3x=2$，　　得 $x=\frac{3}{2}$（　　）

8．方程 $2x=1$ 与 $2+x=0$ 的解之间的关系是_____

一元一次方程及其解法（2）

一．知识要点：

1．知道去括号的法则：括号前带“+”号，去掉括号时括号内各项都不变符号。

括号前带“—”号，去掉括号时括号内各项都改变符号。

2．会解含有括号的一元一次方程。

二．例题讲解：

解方程：$0.5(2x-4)-1=1-0.75(8x-16)$　　$3-2x=1-2(x-2)$

三．本课练习：【基础题】

1．选择：下列方程中，其解为-1的方程是（　　）

（A）$2y=-1+y$　(B) $3-(2y+2)=-y$　(C) $x-4=3$　(D) $-2(x+1)=4$

2.选择：下列方程的变形，正确的是（　　）

（A）由 $7-x=13$，得 $x=13-7$　　(B) 由 $4x=2$，得 $x=2$

(C)由 $3x+2x=8x-(4x-5)+3$，得 $5x-4x=8$　　(D) $7x+6=5x$，得 $7x-5x=6$

3．选择：下列各题去括号正确的是（　　）

（A）$1-3(x+1)=1-3x-1$　(B) $1-3\left(\frac{1}{3}x-1\right)=1-x+3$

(C) $1-2\left(x-\frac{1}{2}\right)=1-2x-1$　(D) $5(x-2)-2(3y-1)=5x-10-3y-2$

4．方程 $-\frac{1}{5}y=0$ 的解是_____。

5．解方程$x+1=3-(-x)$的结果是_____。

6．如果式子$\frac{3}{2}x+1$与$-\frac{2}{3}x-1$互为相反数，那么 x 的值是_____

7．已知$x=-6$是方程$\frac{2}{3}x+k=x+10$的解，则k的值是_____

8．解方程：$5(x-3)+3=33-(x-3)$

9．解方程：$\frac{1}{3}[3(x-3)+6]=7$

一元一次方程及其解法（3）

一．知识要点：

1．知道去分母的依据：等式性质2，方程两边同时乘以同一个数时，就意味着方程的两边中的每一项同时乘以同一个数，以达到去分母的目的。

2．会解含有分母的一元一次方程。

二．例题讲解：

解方程：$\frac{x+5}{4}-\frac{1-x}{8}=1$

$x\cdot 7\%+(x+2)\times 2\%=0.4$

三．本课练习：【提高题】

1．已知关于x的方程$2(k-1)x+2k+2=0$，当k_____时是一元一次方程？

2．方程$3kx-1=(3x-1)k+x$，当k_____时，方程的解是$x=2$。

3．如果$\frac{1}{2}(x+2)=3$，那么$-x+1$=_____。

4． 解方程：

（1）$\frac{x-3}{2}-\frac{2x+1}{3}=1$

（2）$\frac{2y+5}{6}-1=\frac{3y-2}{8}$

（3）$\frac{5x+1}{6}+\frac{3x-1}{5}=\frac{9x+1}{8}-\frac{1-x}{3}$

（4）$30\%x-2\%=51\%+19\%$

（5）$x+\frac{x}{2}+\frac{x}{3}+\frac{x}{4}=1$

（6）$2-\frac{3x-7}{4}=-\frac{x+17}{5}$

（7）$1-\frac{5-2x}{5}=2-\frac{4-7x}{10}+\frac{x+2}{2}$

（8）$\frac{t+4}{5}-(t-5)=\frac{t+3}{3}-\frac{t-2}{2}$

【拓展题】

5．解答题：若式子$\frac{x+1}{2}$比$\frac{5-x}{3}$大1，则x的值是多少？

6．解答题：已知：$\frac{1}{2}m+3=1$，且$\frac{3}{2}m(n-1)=m-2$，求n的值。

第五讲　一元一次方程的应用

一．知识要点：

1．能找出应用题中的未知量和已知量，结合题意，设适当的未知数列方程。

2．能找出应用题中的关键语句，列出一元一次方程。

3．用方程解决实际问题，体验方程的思想：把等量关系式写出来，得到方程，求出方程的解，通过检验获得实际问题的解，这种解决问题的方法为方程的思想方法。

4．会解含有比例的应用题。

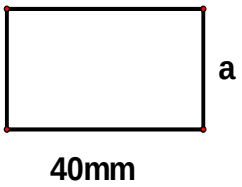
二．例题讲解：

例 1：若考试试题共 30 题，答对一题得 5 分，不答得 0 分，答错扣 1 分。小杨有 5 题未答，最后得 77 分，问小杨答对几题？

例 2：甲乙两人加工同一种型号零件，他们计划加工数量的比为 4∶5，实际甲加工量超过计划的 15%，乙加工量超过计划的 12%，两人实际加工这种零件共 1632 个，问甲乙两人原计划各加工零件多少个？

三．本课练习：【基础题】

1．已知长方形（如图），当 a=_____时，长方形的周长正好是 a 的 6 倍。



2．三个连续偶数的和为 66，则这三个数分别为_____。

3．应用题：

（1）我国四大发明之一是黑火药，它所用的原料有硝酸钾、硫酸、木炭。这三种原料的重量配比是 15∶2∶3，要配制这种火药 160 千克，需取三种原料各多少千克？

（2）有银铜合金 600 克，其中含银量与含铜量之比为 1∶4，现在要提高含银量，使含银量与含铜量之比为 2∶3，问仅需要增加多少克纯银？

（3）某演出队有男生 17 人，女生 33 人，现在为了排演一个节目，需要再招收 16 人，使得演出队中女生人数是男生人数的 2 倍。问需招收男、女生各多少人？

【提高题】（4）某工厂一车间有工人 51 名，某月接到加工一种轿车零件的生产任务。每个工人每天能加工甲种零件 16 个或加工乙种零件 21 个，而一辆轿车需要甲种零件 5 个和乙种零件 3 个，为了每天能配套生产应该如何安排工人？

一．知识要点：

知道利率、本金、利息、成本价、盈利、利润等生活中的一些名称的含义和它们互相之间的关系。

税后本利和=本金+税后利息

利息×(1-20%)

本金×利率×期数

成本价（进价）⇒（加价）原售价⇒（打折）新售价

二．例题讲解：

例 1：小王在银行存了 3000 元，按月利率 0.2%计算，到期时的税后本利和合计 3120 元，问这项存款存了几个月？

例 2：某商店将某种服装按成本加价 30%作为标价，又以标价的 8 折优惠卖出，结果每件服装仍可获利 24 元，问这种服装的成本价是多少元？

三．本课练习

【提高题】应用题：

1．小杰的妈妈在银行里存了人民币 5000 元，存期一年，到期扣除税后可得人民币 5100 元，问该项存款的月利率是多少？

2．某种商品因换季准备打折出售，如果按定价的七五折出售将赔 25 元，而按定价的九折出售将赚 20 元，问这种商品的定价是多少元？

3．一个商店以每 3 盘 16 元的价格购进一批录音带，又从另一处以每 4 盘 21 元的价格购进比前一批数量加倍的录音带。如果两种合在一起以每 3 盘 k 元的价格全部出售可得到所投资的 20%的收益，则 k 值等于多少？

【拓展题】

4．某种商品每件定价为 10 元，用邮购的方式购买这种商品的数量不满 100 件，则每件按定价付款，另外还要加付定价的 10%作为邮费；数量达到或超过 100 件，则每件按定价的九折付款，而且免付邮费。某公司两次用邮购的方式购买这种商品，两次购买的数量共 200 件，总计付款 1960 元。已知其中第一次的数量不满 100 件（第二次超过），问第一次、第二次分别购买这种商品多少将？

第六讲　一元一次不等式（组）

1、 不等式的概念

用不等号“>”、“<”、“≤”或“≥”表示的关系式，叫做**不等式**.

2、 不等式的性质 1

不等式的两边同时加上（或减去）同一个数或用一个含字母的式子，不等号的方向不变．即：如果 $a > b$，那么 $a + m > b + m$；如果 $a < b$，那么 $a + m < b + m$.

3、 不等式的性质 2

不等式的两边同时乘以（或除以）同一个正数，不等号的方向不变．即：已知 $m > 0$，如果 $a > b$，那么 $am > bm$（或 $\frac{a}{m} > \frac{b}{m}$）；如果 $a < b$，那么 $am < bm$（或 $\frac{a}{m} < \frac{b}{m}$）.

4、 不等式的性质 3

不等式的两边同时乘以（或除以）同一个负数，不等号的方向改变．即：已知 $m < 0$，如果 $a > b$，那么 $am < bm$（或 $\frac{a}{m} < \frac{b}{m}$）；如果 $a < b$，那么 $am > bm$（或 $\frac{a}{m} > \frac{b}{m}$）.

【例1】 用不等式表示：

（1）a 大于 0：_____；　　（2）$x + y$ 是负数：_____；

（3）5 与 x 的和比 x 的 3 倍小：_____.

【例2】 根据不等式的性质填空.

如果 $a > b$，则 $a + m$ _____ $b + m$；　　如果 $x < y$，则 $x - n$ _____ $y - n$；

如果 $p \geq q$，则 $2p$ _____ $2q$；　　如果 $m \leq n$，则 $-3m$ _____ $-3n$.

【例3】 根据不等式的性质填空．（填“>”或“<”）

如果 $a > b$，则 $(-m^2 - 1)a$ _____ $(-m^2 - 1)b$；　　如果 $a < b$，则 $\frac{a}{m^2 + 1}$ _____ $\frac{b}{m^2 + 1}$.

【例4】 用不等式表示下列语句：

（1）x 的 2 倍与 3 的差的相反数是正数；

（2）a 与 b 两数和的平方不大于 100；

（3）x 的 $\frac{1}{4}$ 与 x 的 5 倍的和是非负数；

（4）x 除以 3 的商加上 4，至多等于 8.

【例5】 根据不等式的性质，把下列不等式表示为“$x>a$”或“$x<a$”的形式.

（1）$8x>7x+2$；　　（2）$\frac{1}{3}x<6$；

（3）$-5x>9$；　　（4）$1-2x<2$.

【例6】 比较下列各对数的大小.

（1）若 $m<0$，比较 $2m$ 与 $3m$ 的大小；

（2）若 $m>n$，比较 $-\frac{2}{3}m+3$ 和 $-\frac{2}{3}n+3$ 的大小；

（3）比较 $-3x^2+2x+1$ 和 $-3x^2+2x-3$ 的大小.

1、 不等式的解和解集

在含有未知数的不等式中，能使不等式成立的未知数的值，叫做**不等式的解**.

不等式的解的全体叫做**不等式的解集**.

2、 解不等式

求不等式的解集的过程叫做**解不等式**.

3、 一元一次不等式及其解法

只含有一个未知数且未知数的次数是一次的不等式叫做**一元一次不等式**.

解一元一次不等式的一般步骤：

（1）去分母；（2）去括号；（3）移项；

（4）化成 $ax>b$（或 $ax<b$ 等）的形式（其中 $a\neq 0$）；

（5）两边同时除以未知数的系数，得到不等式的解集.

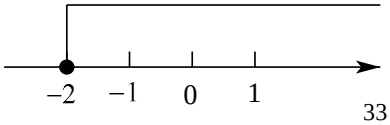
【例7】 检验 3，-3 是否是不等式 $3x+2<1-2x$ 的解.

【例8】 把下列不等式的解集在数轴上表示出来.

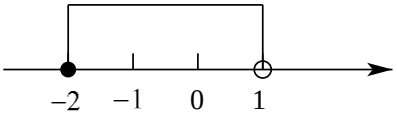
（1）$x\le 2.5$；　　（2）$x>-1$；　　（3）$-1<x\le 4$.

【例9】 根据数轴上表示的不等式的解集，写出满足条件的不等式.

（1）



（2）



【例10】 下列不等式中，是一元一次不等式的是（　　）

A．$2x+1>y$　　B．$7-2<0$　　C．$3x-2>x+3$　　D．$\frac{2}{x}>4$

【例11】 填空：（1）满足不等式$x<5$的最大整数解是_____；

（2）满足不等式$|x|\le 4$的非负整数解是_____.

【例12】 填空：不等式$3x\le 15$的解集是_____；

不等式$-3x\le -15$的解集是_____.

【例13】 解下列不等式，并把它们的解集分别在数轴上表示出来：

（1）$\frac{x}{2}-3\ge -3$；　　（2）$2x-5<4(x+0.5)$；

（3）$3x-2(1-2x)\le 5(x+1)$.

【例14】 求满足不等式$\frac{y+1}{3}-\frac{y-1}{6}\le 1$的非负整数解.

第八讲　一元一次不等式组

1、 一元一次不等式组

由几个含有同一个未知数的一次不等式组成的不等式组，叫做**一元一次不等式组**.

2、 不等式组的解集

不等式组中所有不等式的解集的**公共部分**叫做这个**不等式组的解集**.

3、 解不等式组

求不等式组解集的过程叫做**解不等式组**.

4、 解一元一次不等式组的一般步骤

（1）求出不等式组中各个不等式的解集；

（2）在数轴上表示各个不等式的解集；

（3）确定各个不等式解集的公共部分，就得到这个不等式组的解集.

【例15】 利用数轴确定下列不等式组的解集：

（1）$\begin{cases}x>-2\\x\geq 2\end{cases}$；　（2）$\begin{cases}x<-2\\x\leq 2\end{cases}$；　（3）$\begin{cases}x>-2\\x\leq 2\end{cases}$；　（4）$\begin{cases}x<-2\\x\geq 2\end{cases}$；　（5）$\begin{cases}x>-2\\x\geq 1\\x\leq 2\end{cases}$.

【例16】 若 $a<b$，则不等式组$\begin{cases}x>a\\x>b\end{cases}$的解集是_____.

【例17】 解不等式组：

（1）$\begin{cases}2-3x\leq 0\\3+2x>0\end{cases}$；　（2）$\begin{cases}x+3<9\\2x-1\geq 7\\5-3x<1\end{cases}$；　（3）$-1<\dfrac{5-3x}{6}\leq 2$.

【例18】 解不等式组：

（1）$\begin{cases}x-2(x-3)>4\\\dfrac{x}{2}-(x-3)\geq\dfrac{1}{4}\end{cases}$；　（2）$\begin{cases}\dfrac{5}{6}x-1\leq\dfrac{1}{3}(x+1)\\\dfrac{1}{4}x-1<\dfrac{x-3}{3}\end{cases}$；　（3）$\begin{cases}2x+4>x+3\\4x-1>5x-3\\2x+7>3x+6\end{cases}$.

【例19】 求不等式组$\begin{cases}7(x-1)<4x+3\\6(0.5x+1)\geq 2x-5\end{cases}$的整数解.

【例20】 不等式组$\begin{cases}x>3\\x>a\end{cases}$的解集是 $x>3$，则 a 的取值范围是_____.

【例21】 解不等式组：

（1）$\begin{cases}3(x+1)+\dfrac{x+3}{5}>\dfrac{5}{2}x-1\\0.5-0.4x\leq 0.4x+1.5\end{cases}$；

（2）$\begin{cases}\dfrac{3-7x}{10}+\dfrac{x+1}{2}>4-\dfrac{7+3x}{5}\\7(3x-6)+4(17-x)<11-5(x-3)\end{cases}$；

（3）$\begin{cases}\dfrac{3x-1}{3}-1<3x-\dfrac{2(x-1)}{3}\\\dfrac{1-\dfrac{x}{5}}{4}\geq\dfrac{1+\dfrac{x}{4}}{5}\end{cases}$.

【例22】 解不等式组：

（1）$\begin{cases}3x+5>4x-1\\ \dfrac{x+1}{2}<4(2x-3)\le\dfrac{21}{2}x\end{cases}$；

（2）$\begin{cases}\dfrac{2x-7}{3}<3x\\ -2x\ge x-18\\ \dfrac{3-x}{2}-1<3(x-1)\end{cases}$；

（3）$\begin{cases}3(x-1)\ge 2(x+1)-2\\ \dfrac{1}{2}x-1\le x+4\\ \dfrac{x-1}{4}>\dfrac{x+3}{5}\end{cases}$.

【例23】 解不等式组：

（1）$\begin{cases}5x+12>6-3x\\ \dfrac{4+x}{3}-5>2-\dfrac{2(1+x)}{3}\end{cases}$；

（2）$\begin{cases}\dfrac{x}{2}-2(x+2)\le 11\\ \dfrac{3}{2}x+2(x+2)\le 4\end{cases}$.

【例24】 若不等式组$\begin{cases}x-2\ge 2a\\ x+2<4a\end{cases}$无解，求 a 的取值范围.

第九讲　一元一次不等式（组）的应用

4、 一元一次不等式及其解法

只含有一个未知数且未知数的次数是一次的不等式叫做**一元一次不等式**.

解一元一次不等式的一般步骤：

（1）去分母；（2）去括号；（3）移项；

（4）化成 $ax>b$（或 $ax<b$ 等）的形式（其中 $a\neq 0$）；

（5）两边同时除以未知数的系数，得到不等式的解集.

【例25】$5-(1-y)\geq 3y-4$ 的最大整数解是_____.

【例26】解下列不等式：

（1）$\dfrac{7-x}{2}-\dfrac{3+4x}{5}\geq 1-\dfrac{x+1}{3}+\dfrac{x-1}{6}$；　　（2）$-\dfrac{1}{2}\left[(2x-3)-\dfrac{1}{3}(3x-5)\right]\geq 1$.

【例27】当 a 为何值时，不等式 $\dfrac{3x-1}{2}>\dfrac{a-3x}{4}$ 的解集是 $x>2$.

【例28】m 为何正整数时，关于 x 的方程 $\dfrac{5x-3m}{4}=\dfrac{m}{2}-\dfrac{15}{4}$ 的解是非正数？

【例29】10 名菜农，每人可种甲种蔬菜 3 亩或种乙种蔬菜 2 亩，已知甲种蔬菜每亩可收入 0.5 万元，乙种蔬菜可收入 0.8 万元，要使总收入不低于 15.6 万元，则最多能安排几个人种甲种蔬菜？

【例30】用含药率 15%与 40%的同种农药混合成含药率不小于 30%的农药 100 千克，那么含药率 40%的农药应不少于多少千克？

【例31】某单位组织旅游，定了若干条游船（不超过 10 条），如每条游船坐 4 人，则还余 19 人没安排；如每条游船坐 6 人，则有一条船人没坐满．问：该单位定了多少条游船？

【例32】某班班主任组织优秀班干部去旅游，甲旅行社说：“如果班主任买全票一张，则其余学生可享受半价优惠．”乙旅行社说:“包括班主任在内全部按全票价的 6 折优惠．”全票价为 24 元/张，就学生数讨论哪家旅行社更优惠．

5、 解一元一次不等式组的一般步骤

（1）求出不等式组中各个不等式的解集；

（2）在数轴上表示各个不等式的解集；

（3）确定各个不等式解集的公共部分，就得到这个不等式组的解集．

【例33】不等式 $-3<9-4x<1$ 的解集是_____．

【例34】同时满足不等式 $\frac{2-3x}{4}+1\geq 0$ 和 $2(x-2)\geq -5$ 的整数解是_____．

【例35】解下列不等式组：

（1）$\begin{cases} x+2-\frac{x-10}{5}<7-\frac{x-3}{2} \\ x+5>3+\frac{x}{2} \end{cases}$；　　（2）$\begin{cases} x+2\leq 2x+1 \\ 3x-2>2x+3 \\ 7(x-2)\geq 2(x+3) \end{cases}$．

【例36】一件商品售价为 120 元，若按售价九折出售，获利不超过 20%；若按售价七折出售，则出现亏本．求商品成本价的范围．

【例37】一种灭虫药粉 40 千克，含药率是 15%，现在要用含药率较高的同样的灭虫药粉 50 千克与它混合，使混合后的含药率在 25%与 30%之间（不包括 25%和 30%），求所用药粉的含药率的范围．

【例38】某初三毕业班若干名同学合影留念，需交照相费 40 元（含两张照片），若另外加洗一张照片收费 5 元，预定平均每人交钱大于 6 元而少于 8 元，问：至少有多少学生参加照相，才能保证一人一张照片？

第十讲　一次方程组的应用

5、 二元一次方程

含有两个未知数的一次方程叫做**二元一次方程**.

6、 二元一次方程的解

使二元一次方程两边的值相等的两个未知数的值，叫做**二元一次方程的解**.

7、 二元一次方程的解集

二元一次方程的解有无数个，二元一次方程的解的全体叫做这个**二元一次方程的解集**.

【例39】　判断下列方程哪些是二元一次方程.

（1）$x+1=m$；　（2）$x-4y-5=0$；　（3）$\frac{6}{x}+2y=60$；

（4）$\frac{3y}{4}-\frac{x}{5}=6$；　（5）$2x^2+3x=1$；　（6）$7xy+5y-x=10$.

【例40】　判断括号内的各对值是不是前面的二元一次方程的解.

（1）$x-4y=5$（$x=0$，$y=-1$）；　（2）$5x-2y=3$（$x=1$，$y=-1$）；

（3）$2x+y=4$（$x=2$，$y=2$）.

【例41】　若方程$3x^{2a-4}-5y^{b+3}=6$是关于x、y的二元一次方程，则a=_____，b=_____..

【例42】　已知二元一次方程$7x-2y=-5$.

（1）用含x的代数式表示y，y=_____；

（2）用含y的代数式表示x，x=_____；

（3）当$x=1$时，y=_____；当$x=-1$时，y=_____；

（4）当$y=-2$时，x=_____；当$y=0$时，y=_____.

【例43】　已知$\begin{cases}x=3\\y=-5\end{cases}$是关于$x$、$y$的二元一次方程$x-3y-5k=-2$的一组解，求$k$的值.

【例44】　如果$2x-5y=0$，且$x\neq 0$，那么$\frac{6x-7y}{6x+7y}$的值是_____.

6、 二元一次方程组

有几个方程组成的一组方程叫做**方程组**.

如果方程组中含有两个未知数，且含未知数的次数都是一次，那么这样的方程叫做**二元一次方程组**.

7、 二元一次方程组的解

在二元一次方程组中，使每个方程都适合的解，叫做**二元一次方程组的解**.

8、 代入消元法

通过“代入”消去一个未知数，将方程组转化为一元一次方程，这种解法叫做**代入消元法**，简称**代入法**.

9、 加减消元法

通过两个方程相加（或相减）消去一个未知数，将方程组转化为一元一次方程，这种解法叫做**加减消元法**.

【例45】 在方程组 $\begin{cases}xy=3\\x=2\end{cases}$，$\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$，$\begin{cases}2x+y-3=0\\y-2x=-1\end{cases}$，$\begin{cases}\dfrac{1}{x}-y=5\\\dfrac{1}{x}+y=2\end{cases}$，$\begin{cases}x^2+x=4\\y-x=-1\end{cases}$，中，属于二元一次方程组的有_____个.

【例46】判断下列两组数值是否是方程组 $\begin{cases}x+y=1\\3x+2y=5\end{cases}$ 的解：

（1）$\begin{cases}x=-1\\y=1\end{cases}$；　　（2）$\begin{cases}x=3\\y=-2\end{cases}$.

【例47】用代入法解二元一次方程组 $\begin{cases}3x-y=5\\5x+3y=9\end{cases}$，首先把方程_____变形得_____再代入方程_____.

【例48】用加减消元法解方程组 $\begin{cases}3x+4y=11\\5x+7y=7\end{cases}$，消去_____较合理，因为该未知数系数的_____比较小.

【例49】方程组 $\begin{cases}x+y=4\\x-y=1\end{cases}$ 的解_____是方程 $x+y=4$ 的解；反之，方程 $x+y=4$ 的解_____是方程组 $\begin{cases}x+y=4\\x-y=1\end{cases}$ 的解（填“一定”、“一定不”或“不一定”）.

【例50】用代入消元法解下列方程组.

（1）$\begin{cases}2x+5y=25\\4+3y=16\end{cases}$；　　（2）$\begin{cases}y=1-x\\3x+2y=5\end{cases}$；　　（3）$\begin{cases}m+n=4\\2m-3n=-7\end{cases}$.

【例51】用加减消元法解下列方程组.

（1）$\begin{cases}x-3y=-1\\2x+3y=16\end{cases}$；　（2）$\begin{cases}2x+y=11\\3x-2y=6\end{cases}$；　（3）$\begin{cases}3x+4y=7\\4x-5y=-32\end{cases}$.

【例52】分别用代入消元法和加减消元法解方程组$\begin{cases}6x-5y=13\\8x-3y=10\end{cases}$.

【例53】选用适当的方法解下列方程组.

（1）$\begin{cases}3x+5y=41\\9x-10y=-2\end{cases}$；　（2）$\begin{cases}3x-y=7\\2x+3y=12\end{cases}$.

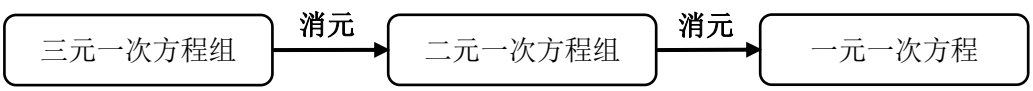
【例54】解方程组：

（1）$\begin{cases}3(x+y)-4(x-y)=1\\3(x+y)+4(x-y)=5\end{cases}$；　（2）$\begin{cases}2x+(y-x)=1\\5x+2(y-x)=5\end{cases}$.

1、　三元一次方程组

如果方程组中含有三个未知数，且含有未知数的项的次数都是一次，这样的方程组叫做**三元一次方程组**.

2、　解三元一次方程组的思想



【例55】解方程组$\begin{cases}x+3y-2z=5\\3x-2y+z=6\\-x+y+3z=7\end{cases}$较简便的方法是：先消去未知数_____，得到关于_____的二元一次方程.

【例56】解方程组：（1）$\begin{cases}x=3\\x+y=5\\2x+z=16\end{cases}$；　　（2）$\begin{cases}x+y=9\\x-y=3\\x+2y+3z=15\end{cases}$.

【例57】解方程组：$\begin{cases}x=2y=3z\\x+y+z=11\end{cases}$.

【例58】解方程组：（1）$\begin{cases}3x+4y+z=4\\6x-y+3z=-5\\5y+z=1\end{cases}$；　　（2）$\begin{cases}5x+2y=5\\y-z=-7\\4z+5x=13\end{cases}$.

第十一讲　一次方程组的应用

1、 列方程组解应用题的一般步骤

（1）审题：分析题中的条件，什么是所求的，什么是已知的，并了解已知量和所求量之间的数量关系；

（2）设未知数（元）；（3）列方程组；（4）解方程组；（5）检验并作答.

【例59】　笔记本每本 3 元，钢笔每支 4 元，共 15 件用去 50 元，设买笔记本 x 本，钢笔 y 支，可列出方程组：_____.

【例60】　已知某年级共有学生 568 人，其中男生人数比女生人数的 2 倍少 5 人. 设男生人数为 x，女生人数为 y，根据题意，可列出方程组为_____.

【例61】　某班同学参加运土活动，女同学抬土，每两人抬一筐；男同学挑土，每人挑两筐. 全班同学共用箩筐 59 只，扁担 36 根. 设该班女同学有 x 人，男同学 y 人，根据题意，可列出方程组（　　）

A. $\begin{cases} 2\left(x+\frac{1}{2}y\right)=59 \\ \frac{1}{2}x+y=36 \end{cases}$　　B. $\begin{cases} \frac{1}{2}x+2y=59 \\ \frac{1}{2}x+y=36 \end{cases}$

C. $\begin{cases} 2x+y=36 \\ \frac{1}{2}x+2y=59 \end{cases}$　　D. $\begin{cases} x+2y=59 \\ 2x+y=36 \end{cases}$

【例62】　汽车从甲地到乙地，如每小时行驶 40 千米，则要迟到 3 小时，每小时行驶 50 千米，则可早到 2 小时，设甲、乙两地距离 x 千米，原规定时间为 y 小时，可列出方程组：_____.

【例63】　六年级学生乘车去参观，如果每辆车坐 45 人，则 15 人没有座位；如果每辆车坐 60 人，则恰好空出一辆汽车，问有几辆车？共有多少学生？

【例64】　某车间 51 名工人要完成一个轿车零件订单，每个工人每天能加工甲种零件 16 个，或加工乙种零件 21 个，而一辆轿车需要 5 个甲种零件和 3 个乙种零件才可以配套，为了每天能配套生产应如何安排工人？

【例65】 六年级（1）班、（2）班各有 44 人，两个班都有一些同学参加课外天文小组，（1）班参加天文小组的人数恰好是（2）班没有参加天文小组的人数的三分之一，（2）班参加天文小组的人数恰好是（1）班没有参加天文小组的人数的四分之一．问六年级（1）班、（2）班没有参加天文小组各有多少人？

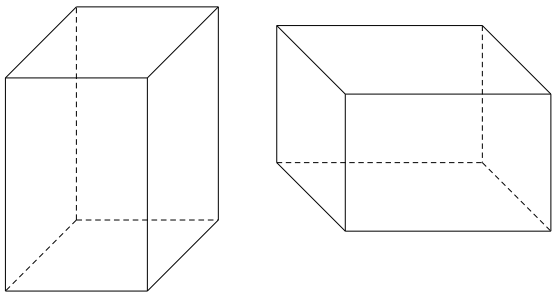
【例66】 山上牧童赶着一群羊，山下牧童也赶着一群羊，山下牧童对山上牧童说：“如果你的羊跑下来 4 只，那么我们两个人的羊恰好相等．”山上牧童说：“如果你的羊跑上来 4 只，那么我的羊恰好是你的羊的 3 倍．”他们到底各赶多少只羊？

【例67】 把 48 升水注入两个容器，可灌满第一个容器和第二个容器的三分之一，或者可灌满第一个容器和第二个容器各二分之一，求每个容器的容量．

【例68】 甲对乙说：“当我的岁数是你现在的岁数时，你才 4 岁．” 乙对甲说：“当我的岁数是你的岁数时，你将 61 岁．”那么甲与乙现在的年龄分别是多少岁？

【例69】 某船顺流下行 36 千米用 3 小时，逆流上行 24 千米用 3 小时，求水流速度和船在静水中的速度．

【例70】 用长方形和正方形纸板作侧面和底面，做成如图所示的竖式和横式的两种无盖纸盒，现在仓库里有 1000 张正方形纸板和 2000 张长方形纸板，问两种纸盒各做多少只，恰好使库存的纸板用完？



【例71】 一个工人需在规定时间内完成加工一批零件的任务，如果他每小时做 10 个零件，就可超过任务 3 个，如果每小时做 11 个零件，就可提前 1 小时完成，他加工的零件使多少个？规定时间是多少小时？

【例72】 一批零件 190 个，如甲先做 2 天，然后乙加入合作 3 天正好完成；如果乙先做 3 天，然后甲加入合作 2 天也正好完成．问甲、乙两人每天各能做多少个零件？

【例73】 小红家去年结余 5000 元，估计今年可结余 9500 元，并且今年收入比去年收入高 15%，支出比去年低 10%，求去年的收入和支出各是多少元？

【例74】一个三位数，个位、百位上的数字的和等于十位数上的数字，百位上的数字的 7 倍比个位、十位上的数字的和大 2，个位、十位、百位上的数字的和是 14，求这个三个数．

【例75】小明有 12 张面额分别为 1 元，5 元，10 元的纸币，共计 38 元，其中 1 元纸币的数量是 5 元元纸币数量的 4 倍，求 1 元，5 元，10 元纸币各多少张？

【例76】某人某天能加工甲种零件 12 个或乙种零件 10 个或丙种零件 20 个，而甲、乙、丙三种零件分别取 3 个、2 个、1 个能配成一套．要在 10 天内加工最多的成套产品，甲、乙、丙三种产品各应加工几天？

【例77】某单位职工在植树节去植树，甲、乙、丙三个小组共植树 50 株，乙组植树的株树是甲、丙两组和的四分之一，甲组植树的株树恰是乙组和丙组的和，问甲、乙、丙三个小组分别植树多少株？

【例78】某足球队共参加了 11 场比赛，胜一场得 3 分，平一场得 1 分，负一场得 0 分，该队所负场次是所胜场次的一半，结果共得 20 分．求该队胜、平、负各几场．

第十二讲　线段的大小比较与画线段的和、差、倍

知识精要

一、直线、射线、线段

1、概念：

①在直线的基础上定义射线、线段：

（1）直线上的一点和这点一旁的部分叫射线，这个点叫做射线的端点。

（2）直线上两点和中间的部分叫线段，这两个点叫线段的端点。

② 在线段的基础上定义直线、射线：

（3）把线段向一方无限延伸所形成的图形叫射线，

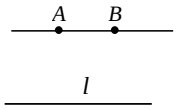
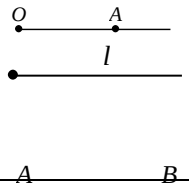
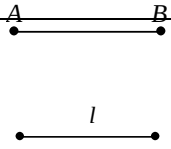
（4）把线段向两方无限延伸所形成的图形是直线。

2、两个重要公理：

①　经过两点有且只有一条直线，也称为“两点确定一条直线”。

②　两点之间的连线中，线段最短，简称“两点之间，线段最短”。

表示方法：

类型	图示	用两个大写字母表示	用一个小写字母表示	端点	延长线及反向延长线
直线		直线 AB/直线 BA 字母无顺序	直线 l	0 个	无
射线		射线 OA 第一个字母表示端点	射线 l	1个	有反向延长线
线段		线段 AB/线段 BA 字母无顺序	线段 l	2 个	两者都有

3、线段的大小比较的方法：①度量法，②叠合法。

4、中点：把线段分成两条相等的线段的点叫做这条线段的中点.

二、线段的和、差、倍、分计算

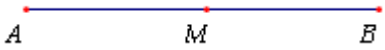
1.线段上有 1 个点。如线段 AB 上有一点 M

和：AB=_____+_____

差：AM=_____—_____　　BM=_____—_____

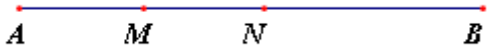
特别：当 M 是线段的中点时。

倍：AB=_____AM=_____BM



分：AM=_____AB　BM=_____AB

2.线段上有 2 个点。如点 M、N 是线段 AB 上的两个点。



和：AB=_____+_____+_____ ；

AN=_____+_____ ；　　MB=_____+_____

差：AM=AB—_____ ；AM=AN—_____;

MN=AB—_____—_____; MN=AN—_____

MN=MB—_____; NB=AB—_____; NB=MB—_____。

【热身练习】

一、判断题：

1、A、B、C 是直线 l 三个点，那么直线 AB、直线 BC 和直线 CA 表示的都是直线 l 。（　　）

2、O、A、B 三点顺次在同一条直线上，那么射线 OA 和射线 AB 是相同的射线。（　　）

3、线段 AD 是 A、D 两点的距离。　（　　）

4、若 C 为线段 AB 延长上一点，则 AC>AB。（　　）

5、经过三点中的每两个，共可以画三条直线。（　　）

6、射线 AP 和射线 PA 是同一条射线。（　　）

7、连结两点的线段，叫做这两点间的距离。（　　）

二、选择题

1、下列说法正确的是（　　）

A. 直线上一点和这点一旁的部分叫做射线　　B. 直线是射线的 2 倍

C. 射线 AB 与射线 BA 是同一条射线　　D. 过两点 P、Q 可画出两条射线

2、下列说法正确的是（　　）

A. 两点之间的连线中，直线最短　　B. 若 P 是线段 AB 的中点，则 AP=BP

C. 若 AP=BP，则 P 是线段 AB 的中点　　D. 两点之间的线段叫做者两点之间的距离

3、如果线段 AB=5cm,线段 BC=4cm,那么 A,C 两点之间的距离是（　　）

A. 9cm　　B.1cm　　C.1cm 或 9cm　　D.以上答案都不对

4、在直线 L 上依次取三点 M,N,P，已知 MN=5,NP=3，Q 是线段 MP 的中点，则线段 QN 的长度是（　　）　　A. 1　　B. 1.5　　C. 2.5　　D. 4

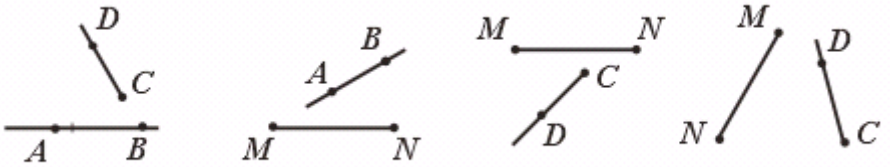
5、已知点 C 是线段 AB 上的一点，M,N 分别是线段 AC,BC 的中点，则下列结论正确的是（　　）

A. $MC=\frac{1}{2}AB$　　B. $NC=\frac{1}{2}AB$　　C. $MN=\frac{1}{2}AB$　　D. $AM=\frac{1}{2}AB$

6、如图，B、C、D 是射线 AM 上的一个点，则图中的射线有（　　）

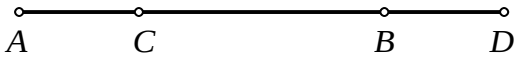
A.6 条　　B.5 条　　C.4 条　　D.1 条

7、下列四组图形（其中 AB 是直线，CD 是射线，MN 是线段）中，能相交的一组是（　　）



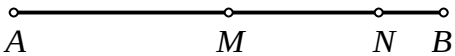
A　　B　　C　　D

8、如图，由 $AB=CD$，可得 AC 与 BD 的大小关系是（　　）



A. $AC>BD$　　B. $AC<BD$　　C. $AC=BD$　　D.不能确定

9、如图，M 是线段 AB 的中点，N 是线段 AB 上一点，$AB=2a$，$NB=b$，下列说法中错误的是（　　）

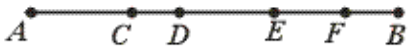


A. $AM=a$　　B. $AN=2a-b$　　C. $MN=a-b$　　D. $MN=\frac{1}{2}a$

三、填空题

1、过平面内的三个点中的每两个画直线，最少可画_____条直线，最多可画_____条直线.

2、如图，线段 AB 上有 C、D、E、F 四个点，则图中共有_____条线段.

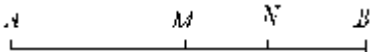


3、线段 $AB=6$ cm，$BC=4$ cm，则线段 AC 的长是_____.

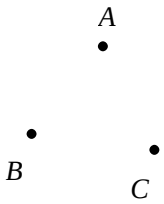
4、点 A 在直线 l 上，我们也说直线_____过点 A，我们说连结 AB，就是画出_____。

5、延长线段 AB 到 C，使 AC 的长是 AB 的 4 倍，则 AB 与 BC 的长度的比是_____。

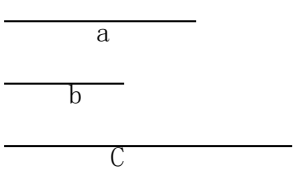
6、如图，已知 M、N 是线段 AB 上的两点，且 MN=NB，则点 N 是线段_____的中点，AM=AB-_____MN，NB=$\frac{1}{2}$（_____-_____）。



7，如图所示根据要求作图：⑴连结 AB；⑵作射线 AC；⑶作直线 BC.



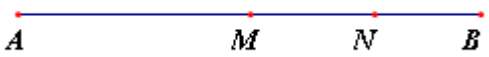
8、已知线段 a，b，c，画出线段 CD，使 CD=a+2b-$\frac{1}{2}$c。



9、平面上有三个点，经过两点画一条直线，则可以画几条直线?四个点呢？

10、已知线段 AB，在 AB 的延长线上取一点 C，使 BC=AB，再在 AB 的反向延长线上取一点 D，使 DA=2AB，线段 DB 等于线段 BA 的几倍？线段 CA 是线段 DB 的几分之几？比较线段 AD 和线段 AC 的大小。

11、如图，M 为线段 AB 的中点，且线段 AN=8cm，NB=2cm，则线段 AB=_____，MN=_____。



精解名题

例 1、在直线 l 上取 A，B 两点，使 AB=10 厘米，再在 l 上取一点 C，使 AC=2 厘米，M，N 分别是 AB，AC 中点．求 MN 的长度.

例 2、（1）如图 1，已知 A，B 在直线 l 的两侧，在 l 上求一点 P，使 PA+PB 最小；

（2）如图 2，已知 A，B 在直线的同侧，在 l 上求一点 P，使 PA+PB 最小；

（3）如图 3，有一个正方体的盒子 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$，在盒子内的顶点 A 处有一只蜘蛛，而在对角的顶点 C_1 处有一只苍蝇。蜘蛛应沿着什么路径爬行，才能在最短的时间内捕捉到苍蝇？（假设苍蝇在 C_1 处不动）

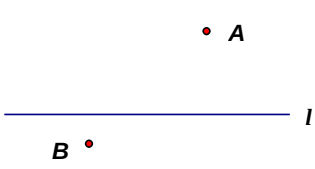


图1

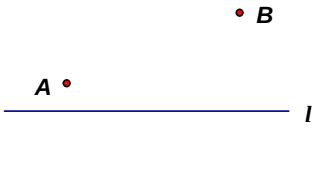


图2

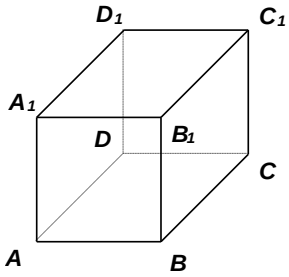
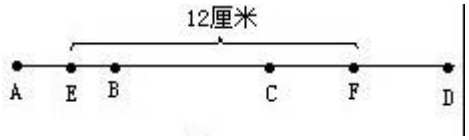


图3

例 3、已知：AB∶BC∶CD=2∶3∶4，E，F 分别是 AB 和 CD 的中点，且 EF=12 厘米(cm)，求 AD 的长？



备选例题

例 1、如图，AB=4BC，D 是 AC 的中点，那么

AC=（　　）－（　　）=_____BC-BC=_____BC;

AD=_____AC=_____BC;

DB=（　　）－（　　）=____BC-____BC=____BC；$\frac{AD}{DB}=\frac{(\frac{3}{2})\ BC}{(\frac{5}{2})\ BC}=\frac{(3)}{(5)}$

例 2、已知：A，B，C，D 四点共线，若 $AB=3\text{cm}$，$BC=2\text{cm}$，$CD=4\text{cm}$，画出图形，求 AD 长.

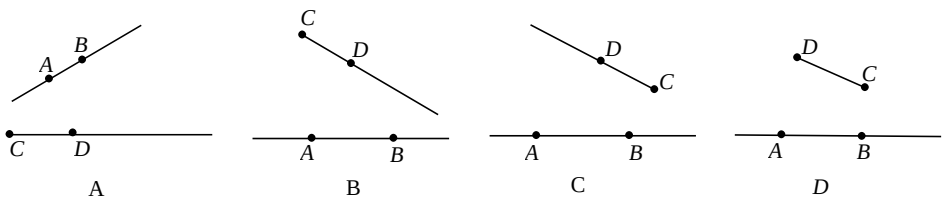
巩固练习

1、下列叙述正确的是(　　)

A．可以画一条长 5cm 的直线　　B．一根拉紧的线是一条直线

C．直线 AB 经过 C 点　　D．直线 AB 与直线 BA 是不同的直线

2、根据直线、射线、线段各自的性质，如下图，能够相交的是（　　）

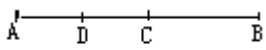


3、已知平面上任意四点 A、B、C、D 过其中每两点画一条直线，最多可以画（　　）

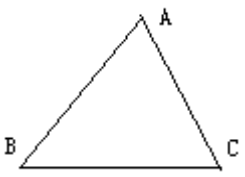
A．6 条　　B．4 条　　C．1 条　　D．6 条，4 条或 1 条

4、线段 AB 上有点 C，点 C 使 AC:CB=2:3，点 M 和点 N 分别是线段 AC 和线段 CB 的中点，若 MN=4，则 AB 的长是（　　） A.6；　　B.8；　　C.10；　　D.12

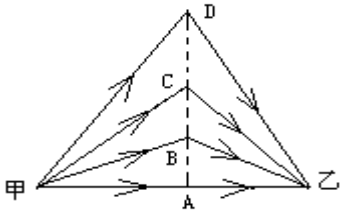
5、如图，BC=4 cm,BD=7 cm ，D 是 AC 的中点，则 AC=_____ cm，　AB= _____cm



6、 如图，三条线段中，最长的是线段 _____，最短的是线段_____。



第 6 题图



第 7 题图

7、如图，从甲地到乙地有四条道路，其中最短的路线是_____，最长的路线是_____。

8、如图，点 M、N 是线段 AB 上的两个点，则不同的线段有：_____。

9、如图

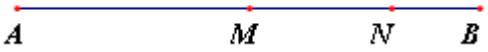
上，且线段 BC=2cm,，则线段 AC=_____；

如图二，点 C 在线段 AB 的延长线，且线段 BC=2cm，则线段 AC=_____cm。

图一

图二

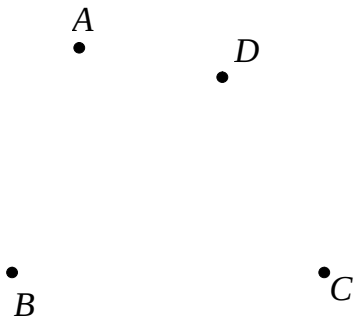
10、如图，M 是线段 AB 的中点，线段 AM=10cm，NB=2cm，则线段 MN=_____cm。



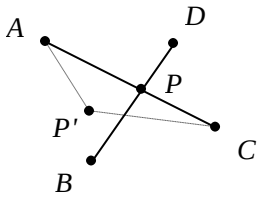
11、读句画图：如图，*A*、*B*、*C*、*D*在同一平面内.

（1）过点 *A* 和点 *D* 作直线；　　（2）画射线 *CD*;

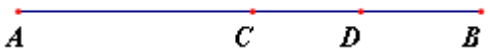
（3）连结 *AB*;（4）连结 *BC*，并反向延长 *BC*.



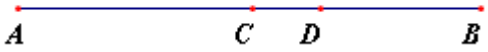
12、如图，*A*，*B*，*C*，*D* 为 4 个居民小区，现要在四边形 *ABCD* 内建一个购物中心，试问应把购物中心建在何处，才能使 4 个居民小区到购物中心的距离之和最小，说明理由.



13、如图，C 为线段 AB 的中点，D 在线段 CB 上，DA=8，DB=6，求 CD 的长。



14、如图，C 为线段 AB 的中点，线段 AB=12cm，CD=2cm. 求线段 DB 的长。



15、如图，M 是线段 AB 的中点，点 C 在线段 AB 上，且 $AC=4$ cm，N 是 AC 的中点，$MN=3$ cm，求线段 CM 和 AB 的长.

第十三讲　角的概念及画角的和差倍

知识精要

定义 1：有公共端点的两条射线组成的图形叫角，这个公共端点是角的顶点，这两条射线是角的两条边.

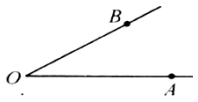
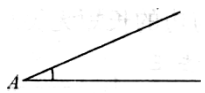
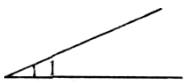
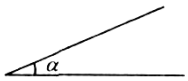
定义 2：角由一条射线绕着它的端点旋转到另一个位置所成的图形，处于初始位置的那条射线叫做角的始边，终止位置的那条射线叫做角的终边.

(1) 如果角的终边是由角的始边旋转半周而得到，这样的角叫平角.

(2) 如果角的终边是由角的始边旋转一周而得到，这样的角叫周角.

（3）两个角可以相加（或相减），它们的和（或差）也是一个角，它的度数等于这个角的度数的和（或差）.

表示方法

表示方法	用三个大写字母来表示	用一个大写字母来表示	用数字来表示角	用希腊字母来表示角
图示	 $\angle AOB$	 $\angle A$	 $\angle 1$	 $\angle\alpha$

角平分线：从一个角的顶点出发，把它分成两个相等角的射线叫做这个角的平分线.

互余：如果两个角的度数和是$90°$，那么这两个角叫做互为余角，简称互余。（其中一个角称为另一个角的余角。）

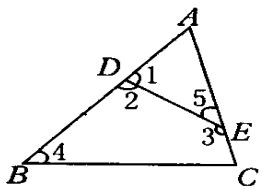
互补：如果两个角的度数的和是$180°$，那么这两个角叫做互为补角，简称互补。（其中一个角称为另一个角的补角。）（注：同角（或等角）的余角和补角相等。）

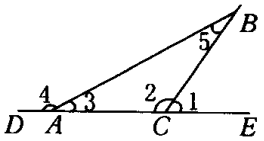
角的度量单位换算：$1°=60'$　　$1'=60''$

【一】角的概念与表示

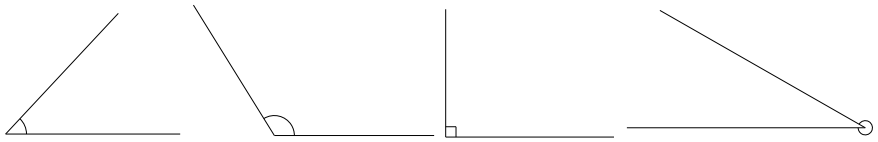
一、课堂练习

1、如下左图所示，把图中用数学表示的角，改用大写字母表示分别是_____.



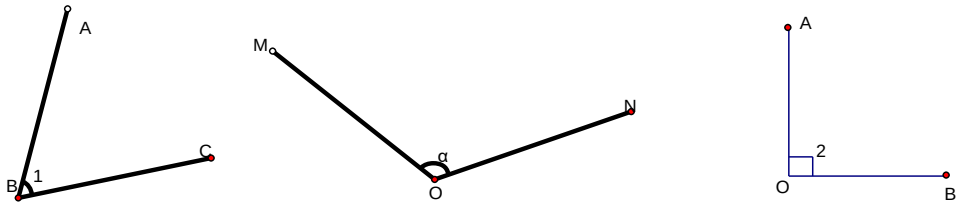


2、 用阴影部分表示角的外部.



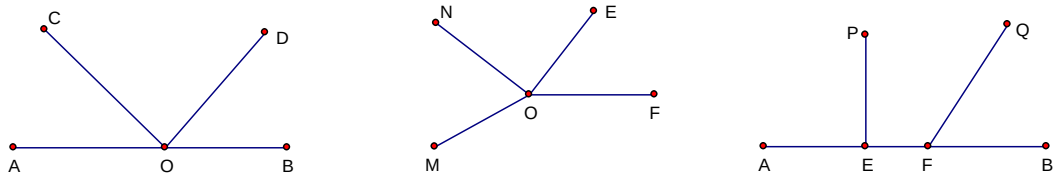
二、课后测试

1、分别用三种形式表示下图中的角：

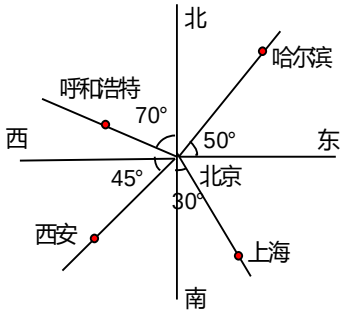


2、分别说出∠ABC、∠MON、∠PCQ 的顶点和边.

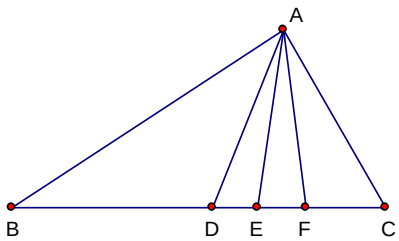
3、把下图中小于平角的角用三个大写字母的形式表示出来：



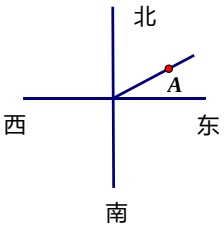
4、下图中，标明了上海、哈尔滨、呼和浩特、西安与北京的大致方位，请你用规范的数学用语写出上海、哈尔滨、呼和浩特、西安分别在北京的什么方向？



5、图中共有（　　）个角. 能用一个大写字母表示的就用一个大写字母表示出来，否则就用三个大写字母表示出来.



6、如果点 B 在点 O 南偏东 6 0 ° 方向，在点 A 的正南方向，你能确定点 B 的位置吗？试着找出点 B 的位置.



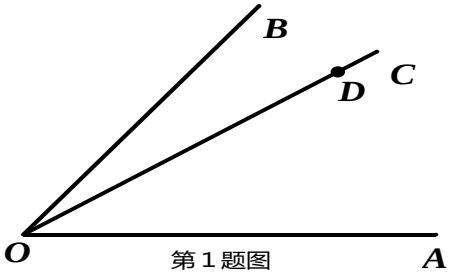
【二】角的大小的比较、画相等的角

一.课堂练习

1、因为ＯＡ与ＯＡ是公共边，边ＯＣ在∠ＡＯＢ的_____，所以∠ＡＯＣ_____∠ＡＯＢ；

2、因为ＯＡ与ＯＡ是公共边，边_____与边ＯＣ叠合，所以∠ＡＯＣ_____∠ＡＯＤ；

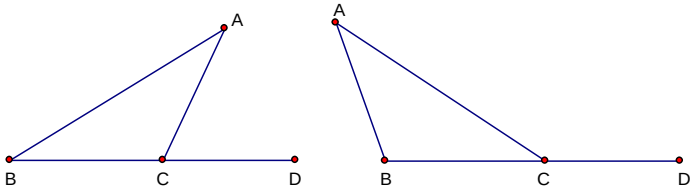
3、因为ＯＢ与ＯＢ是公共边，边ＯＡ在_____的_____，所以∠ＢＯＣ_____∠ＢＯＡ.



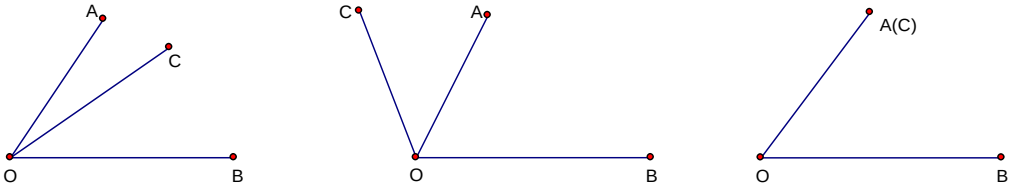
第１题图

二、课后测试

1、用量角器分别量出下图中∠B、∠A、∠ACD 的大小，指出最大的角.



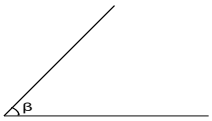
2、根据图形，写出 OC 与∠AOB 的位置关系，并用数学符号写出∠AOB 与∠COB 的大小关系.



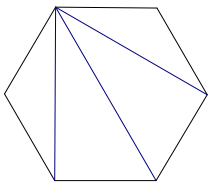
3、用量角器画∠AOB=35°，以 OB 为一边，在∠AOB 的外部画∠BOC=55°，比较一下∠AOC 与三角板的直角的大小.

4、用量角器画∠AOB=135°，以 OB 为一边，在∠AOB 的外部画∠BOC=45°，用直尺比画一下∠AOC 与平角的大小.

5、已知射线 BC，∠β，仿照上题，用直尺和圆规作∠ABC，使∠ABC=∠β（不写作法，保留作图痕迹）.注意，点 A 在射线 BC 的上边还是下边？



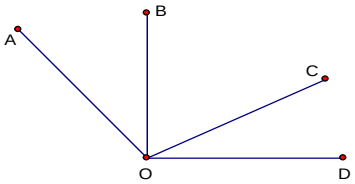
6、用量角器量图中的角，30°的角有（　　）个，60°的角有（　　）个，90°的角有（　　）个，120°的角有（　　）个.



【三】画角的和、差、倍

一、课堂练习

1、如图，从点 O 出发有 4 条射线 OA、OB、OC、OD，图中共有_____个角.



∠AOD=_____+∠COD；∠AOB=_____-∠COB；

∠AOC=_____+_____；∠DOB=_____-∠AOB；

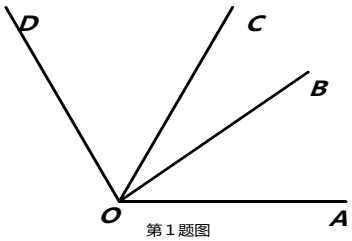
∠BOC=∠AOD-_____-∠COD.

2、已知∠ＡＯＢ＝７８°，射线ＯＥ是∠ＡＯＢ的平分线，∠ＡＯＥ＝_____.

3、已知射线ＯＥ平分∠ＡＯＢ，∠ＡＯＥ＝３０°，∠ＡＯＢ＝_____

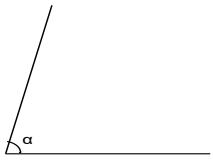
二、课后测试

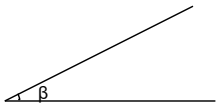
1、如图：根据图形填空∠ＢＯＣ＝∠ＡＯＤ－_____－_____＝_____－∠ＡＯＢ＝_____－∠ＤＯＣ；∠ＢＯＤ＝∠ＡＯＤ－_____＝∠ＤＯＣ＋_____.



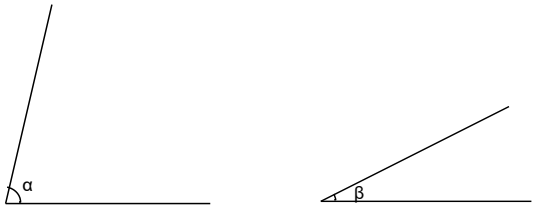
第１题图

2、已知∠α、∠β，用量角器画出∠AOB=∠α+∠β.（不写作法，标明字母）

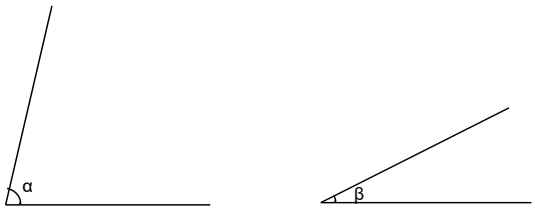




3、已知∠α、∠β，用量角器画出∠AOB=∠α+2∠β.（不写作法，标明字母）



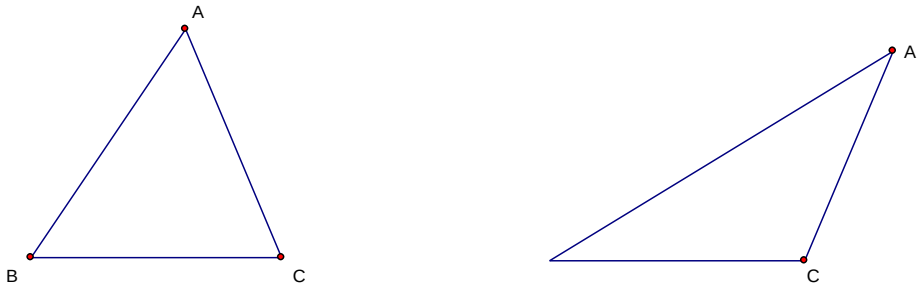
4、已知∠α、∠β，用量角器画出∠AOB=2∠α-∠β.（不写作法，标明字母）



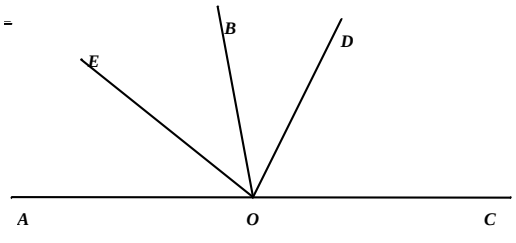
5、已知∠1+∠2=180°，∠1-∠2=90°，求∠1、∠2 的度数.

6、已知∠A+∠B+∠C=180°，∠A：∠B：∠C=1：2：3，求∠A、∠B、∠C 的度数.

7、如图，作∠A、∠B 的平分线，并作出它们的交点 O，再连结 OC，用量角器度量、比较∠ACO、∠BCO 的大小.（不写作法，保留作图痕迹）



8、如图已知点O为直线ＡＣ上一点，ＯＥ平分∠ＡＯＢ，∠ＤＯＢ：∠ＤＯＣ＝１：３，∠ＥＯＤ＝６５°，求∠ＤＯＣ的度数？



【四】余角、补角

一、课堂练习

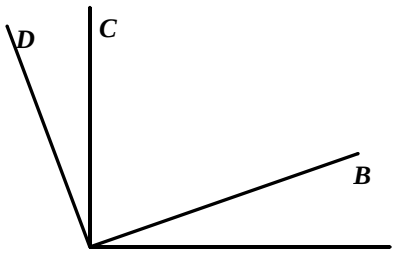
1、如果∠α与∠β＝互为余角，那么∠α＋∠β＝_____°，∠α＝_____－∠β，∠β＝_____－_____.

2、1°＝_____′，1′＝_____″.

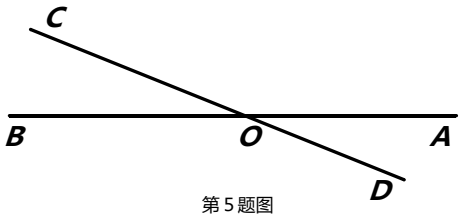
3、∠1＝a°，∠1的余角＝_____°，∠1的补角＝_____°.

4、如图：已知∠BOD＝∠AOC＝90°，∠AOB＝25°，

那么∠COD=_____°，理由_____.



第4题图



第5题图

5、如图：已知AB与CD相交于点O，∠AOD＝34°，那么∠BOC＝_____°，理由_____.

二、课后测试

1、填空：

（1）30°角的余角的度数是（　　）；（2）45°角的余角的度数是（　　）；

（3）30°角的补角的度数是（　　）；（4）120°角的补角的度数是（　　）；

（5）36° 30’ 20” 角的余角的度数是（　　）；

（6）108° 19’ 40” 角的补角的度数是（　　）；

2、（1）一个角与它的余角相等，这个角的度数为_____；

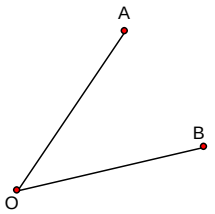
（2）一个角等于它的余角的2倍，这个角的度数为_____；

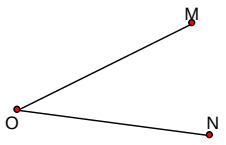
（3）一个角等于它的补角的2倍，这个角的度数为_____；

（4）一个角比它的补角大36°，这个角的度数为_____；

（5）一个角比它的补角小90°，这个角的度数为_____；

3、在左下图中画射线OC、OD，使∠COA、∠DOB都与∠AOB互余.在下图中画射线OP、OQ，使∠POM、∠QON都与∠MON互补.





∠COA=∠DOB，可以概括为:_____；

∠POM=∠QON，可以概括为:_____.

4、（1）18° 19’ 14”+17° 26’ 41”=_____；

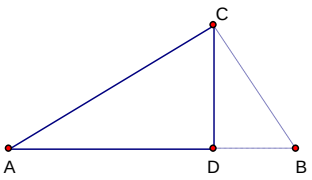
(2)98° 47’ 55”-68° 15’ 24”=_____；

(3)36° 47’ 51”+59° 48’ 47”=_____；

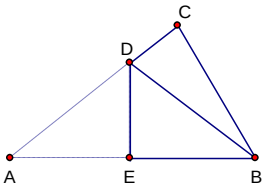
(4)104° 33’ 31”-59° 57’ 45”=_____；

(5)68° 13’ -59° 48’ 45”=_____；

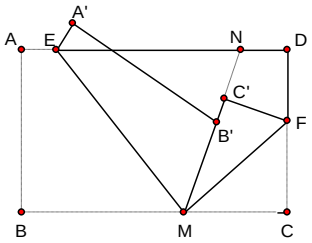
5、动手做一做：剪一张直角三角形的纸片 ABC，将点 B 折到线段 AB 上，折痕经过点 C，探究一下图中互余的角有哪几对？



6、动手做一做：剪一张直角三角形的纸片 ABC，将点 A 与点 B 重合，折痕为 DE，探究一下图中与∠A 互余的角有哪几个？



7.动手做一做：将一张长方形的纸块 ABCD 折一下，折痕为 MN,再将 MC 与 MN 叠合、MB 与 MN 叠合，折痕分别为 ME、MF，探究一下∠EMF 的大小，与∠CMF 互余的角有哪些？图中以 M 为顶点的哪些角互补？



第十四讲 长方体的概念

【知识梳理】

1. 长方体的元素及特征：

（1）元素：长方体有六个面，八个顶点，十二条棱.

（2）特征：①长方体的每个面都是长方形；

②长方体的十二条棱可以分成三组，三组分别是长方体的长、宽、高，每组中的四条棱的长度相等；

③长方体的六个面可以分成三组，每组中的两个面的形状和大小都相等.

2.长方体直观图的画法：

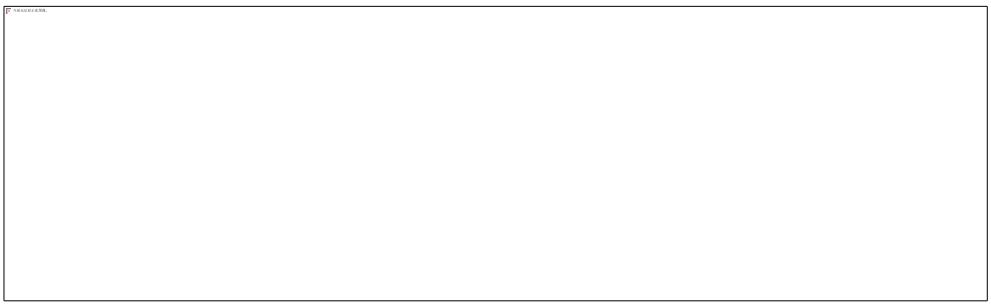
（1）平面的概念及表示：

①概念：在数学中，平面是平的，无边无沿，我们可以画一个平行四边形来表示它，把水平放置的平面画成一边是水平位置，另一面是水平线所夹的角为45度的平行四边形.

②表示：平面可以用平行四边形的顶点字母表示，记作平面$ABCD$;也可以在表示平面的平行四边形的一个角上写上小写的字母α，将平面记作平面α（如右图所示）.

（2）长方体的直观画法：

斜二侧画法；水平放置的长方体直观图画法的基本步骤：



第一步：画平行四边形$ABCD$，使AB等于长方体的长，AD等于长方体宽的一半，$\angle BAD=45°$（图①）；

第二步：过A、B分别画AB的垂线AE、BF，过C、D分别画CD的垂线CG、DH，使它们的长度都等于长方体的高（图②）；

第三步：顺次联结$EFGH$（图③）；

第四步：将被遮住的线段改为虚线（隐藏线）表示（图④）；

这样长方体的直观图就画成了．长方体通常表示为：长方体$ABCD-EFGH$．它的六个面通常分别表示为：平面$ABCD$、平面$ABFE$、平面$BCGF$等.

3. 长方体中棱与棱位置关系的认识：（如上图④长方体$ABCD-EFGH$所示）

（1）相交：如果直线AB与直线BC在同一平面内，具有唯一公共点，那么称这两条直线的位置关系为相交，读作：直线AB与直线BC相交.

（2）平行：如果直线AB与直线CD在同一平面内，但没有公共点，那么称这两条直线的位置关系为平行，记作$AB\parallel CD$，读作：直线AB与直线CD平行.

（3）异面：如果直线AB与直线EH既不平行也不相交，那么称这两条直线的位置关系为异面，读作：直线AB与直线EH异面.

【典型例题讲解】

题型一： 概念理解题

【例 1】(1)长方体有____个面，每个面都是____，相对的两个面____和____都相同.

(2)长方体有____条棱，如果按棱的长短分组，并把长度相等的棱作为一组，那么长方体的棱最多可以分成____组，每组有____条棱.

(3)长方形有____个顶点，如果在长方体的表面上，将每两个顶点联结成线段，按这些线段的长短分组，并把长度相等的线段作为一组，那么最多可以分成____组.

(4)长方体____是正方体，正方体____是长方体.（填“一定”、“不一定”或“一定不”）

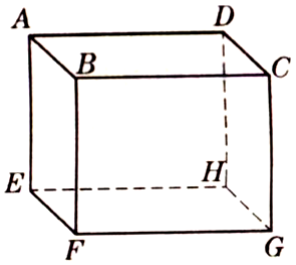
【例 2】在右图所示的长方体中，

(1)从正面看，看不见的棱有_____.

(2)与棱 EH 相等的棱有_____.

(3)与平面 $BCGF$ 相对的平面有_____.

(4)位于水平位置的平面有_____.



【例 3】下面各种平面中，可以看作水平面的是(　　).

A．光滑的镜面　　B．玻璃幕墙

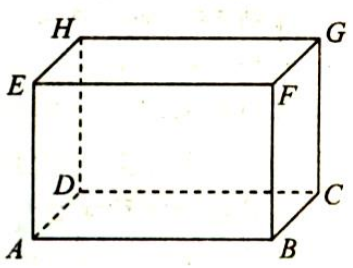
C．长方体的各个面　　D．斜置的杯中的液面

【例 4】如图，在长方体 $ABCD-EFGH$ 中.

(1)哪些棱与棱 AE 平行？

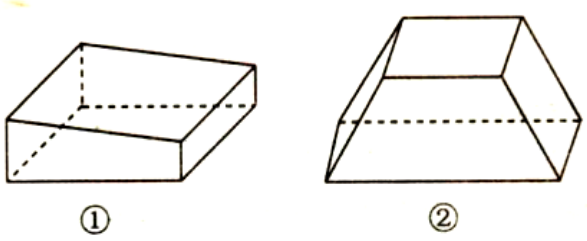
(2)哪些棱与棱 BC 相交？

(3)哪些棱与棱 DH 的位置关系为异面？

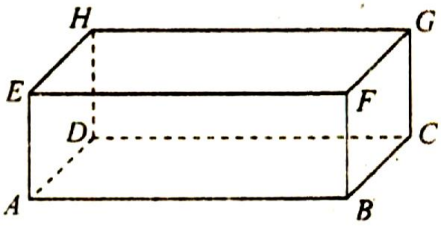


【借题发挥】

1. 如下图所示图形中，哪些是长方体？



2. 填空：如图所示，在长方体中，与棱 AE 相等的棱是_____，与面 ABC 相对的面是_____. 从点 E 出发的棱有_____条. 它们是_____.



3. 判断题：（正确的用“√”表示，错误的用“×”表示）

(1)两条不重合的直线，如果不相交，那么一定平行.　　(　　)

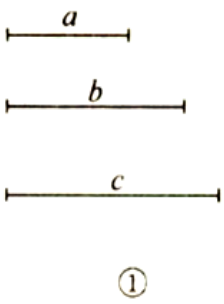
(2)在两个不同平面上的直线一定是异面直线.　　(　　)

(3)在长方体中，与某棱平行的棱共有 4 条.　　(　)
(4)在长方体中，与某棱相交的棱共有 4 条.　　(　)
(5)在长方体中，与某棱的位置关系与异面的棱总有 4 条.　　(　)

题型二：画图题

【例 5】画一个长方体，使它的长、宽、高分别等于 4 厘米、3 厘米、2 厘米.

【例 6】如图①所示，已知线段 a 、b 、c ，画一个长为 a ，宽为 b ，高为 c 的长方体直观图.



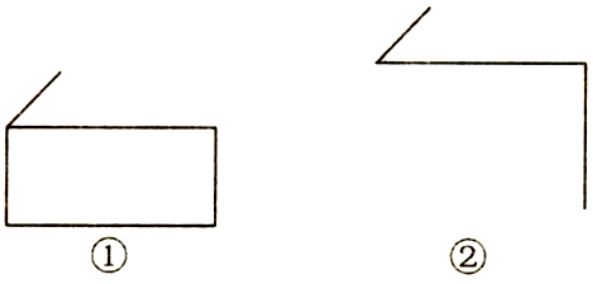
①

【借题发挥】

1. 画一个长方体，使它的长、宽、高分别等于 5 厘米、4 厘米、2 厘米.

2. 一个长方体的体积是 18 厘米 ^{3}，其长、宽、高均为整数厘米，且都不相等，（其中长>宽>高），画出这个长方体.

【例 6】如图所示，补画下面的图形，使它们成为长方体的直观图.

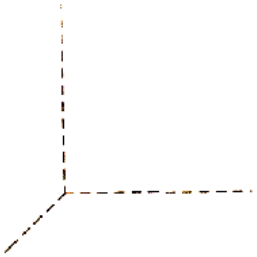


①　　②

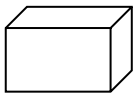
【借题发挥】把下列长方体补画完整：

(1)

(2)



【知识梳理】

	面	棱	顶点
长方体 	6 个；长方形（可能有两个相对面是正方形）相对面面积相等	12 条，分三组，分别为长、宽、高，相对 4 条棱长度相等	8 个
正方体	6 个；正方形面积都相等	12 条；长度都相等	8 个

长方体的相关量的计算：（正方体是特殊的长方体）

（1）长方体的表面积的计算：$S=2(ab+bc+ac)$；正方体的表面积的计算：$S=6a^2$

（2）长方体的体积的计算：$V=abc$；正方体的体积的计算：$V=a^3$

（3）长方体的棱长和：$l=4(a+b+c)$；正方体的棱长和：$l=12a$

【典型例题讲解】

题型一： 有关长方体的面积、体积和棱长总和的综合计算.

【例 1】有一个长方体的架子，它的棱长和是 52 厘米，其中长比宽多 3 厘米，高是宽的 $\frac{1}{2}$，求这个长方体的体积.

【例 2】一个长方体纸盒，它的长是8厘米，宽是长的$\frac{3}{4}$，高是宽的一半，求长方体的棱长总和是多少厘米？

【借题发挥】

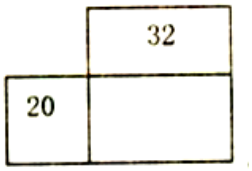
1. 一个长方体，长缩小 4 倍，高扩大 2 倍，宽扩大 3 倍，体积怎样变化？

2. 已知长方体中以同一个顶点为公共端点的三条棱的长分别为 3cm、4cm 和 5cm，求这个长方体的表面积和体积.

3. 把一根长 36 分米的木条截开后刚好能搭一个正方体架子，求这个正方体的表面积和体积.

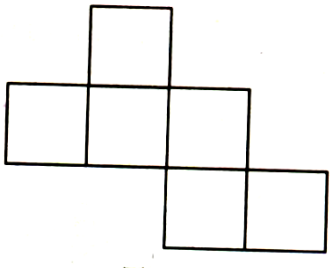
4. 一个长方体盒子，它的长是 12 厘米，宽是长的$\frac{3}{4}$，高是宽的$\frac{1}{3}$，求长方体的表面积、体积和棱长总和是多少厘米？

【例 3】如图所示，一个体积为160厘米^{3}的长方体中两个相邻侧面的面积分别是20厘米^2、32厘米^2．求这个长方体的底面积，且画出这个长方体.



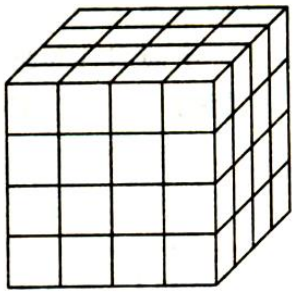
【借题发挥】

如图是一个长方体纸盒的展开图，请把-3、6、7、3、-6、-7分别填入6个正方形，使得右图折成正方体纸盒后，相对面上的两数互为相反数.



题型二：图形的分析

【例4】把一个棱长为4厘米的正方体的六个面都涂上红色，将它的棱四等分，然后从等分点把正方体锯开（如图所示）.



(1)能得到多少个棱长为1厘米的小正方体？

(2)三个面都涂有红色的小正方体有多少个？

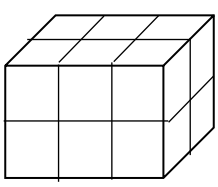
(3)两个面都涂有红色的小正方体有多少个？

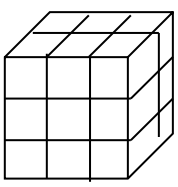
(4)一个面涂有红色的小正方体有多少个？

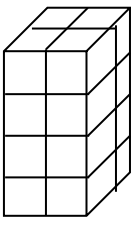
(5)有没有各面都没有涂颜色的小正方体？如果有，那么有多少个？

【借题发挥】

1.下图中的长方体和正方体都是由棱长1厘米的小正方体摆成的，它们的长、宽、高各是多少厘米？







2.有一个棱长 30 厘米的正方体木块，每面都涂上红漆。现在把它锯成棱长是 10 厘米的小正方体。请问：

（1） 需要锯几次？能锯成多少个小正方体？

（2） 四面都有红漆的小正方体有多少个？

（3） 三面都有红漆的小正方体有多少个？

（4） 两面有红漆的小正方体有多少个？

（5） 一面有红漆的小正方体有多少个？

（6） 没有红漆的小正方体有多少个？

题型三：图形的拼凑

【例 5】(1)把五个边长为 1 厘米的小正方体拼成一个长方体，则此长方体的棱长的和为多少？表面积为多少？

(2)把六个边长为 1 厘米的小正方体拼成一个长方体，则此长方体的棱长的和为多少？表面积是多少？

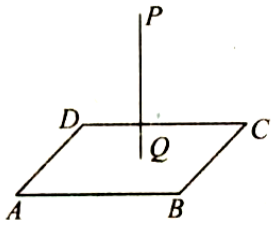
【借题发挥】把四个边长为 1 厘米的小正方体拼成一个立方体，则此立方体的棱长的和为多少？表面积为多少？体积为多少？

第十五讲 长方体中的位置关系

【知识梳理】

1. 平面与直线垂直：

如图所示，直线 PQ 垂直于平面 $ABCD$，记作：直线 $PQ\perp$ 平面 $ABCD$，读作：直线 PQ 垂直于平面 $ABCD$.



2. 直线与平面垂直的检验方法：

（1）“铅垂线”检验：用一根细绳，一端系一重物，另一端用手提起，使重物悬空，静止后的这根细绳是垂直于水平面的直线，我们通常称为铅垂线，用铅垂线可以检验细棒是否垂直于水平面，如果铅垂线能与细棒紧贴，那么细捧垂直于水平面.

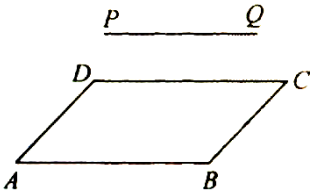
（2）“三角尺”检验：用三角尺可以检验细棒是否垂直于墙面. 如果两把三角尺各有一条直角边紧贴墙面且位置相交，另一条直角边都能紧贴细棒，那么细棒垂直于墙面.

（3）“合页型折纸”检验：将一张长方形的硬纸片对折，然后张开一个角度，我们把这个制作称为合页型折纸，如果将合页型折纸立于桌面，那么可以看到折痕垂直于桌面，若在桌面上立着一根细棒，折痕能紧贴细棒，那么细棒垂直于桌面.

3. 直线与平面平行：

如图所示，直线 PQ 平行于平面 $ABCD$，记作：直线 $PQ//$ 平面 $ABCD$，

读作：直线 PQ 平行于平面 $ABCD$.



4. 直线与平面平行的检验：

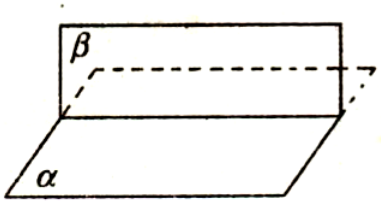
（1）“铅垂线”检验：铅垂线检验黑板的边沿是否平行于地面. 从黑板边沿的两个不同的点放下铅垂线，使铅垂线的下端刚好接触地面. 如果从这两个不同点到铅垂线的下端的线段的长度相等，那么黑板的边沿与地面平行. 类似地用铅垂线法可以检验直线与水平面平行.

（2）“长方形纸片”检验：一边贴合在被检验平面内，观察另一边是否与被检验直线重合. 若重合，则直线与平面平行.

【注意】“长方形纸片”检验充分利用了长方形一组对边平行的性质，所以也可以用具有这一性质的平行四边形纸片或梯形纸片.

5. 平面垂直于平面：

如图所示，平面 α 垂直于平面 β，记作：平面 $\alpha\perp$ 平面 β，读作：平面 α 垂直于平面 β.



6. 平面与平面垂直的检验:

（1）铅垂线检验；

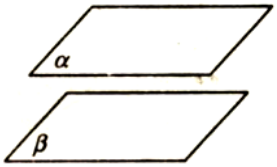
（2）合页型折纸检验；

（3）三角尺检验.

检验时要观察“铅垂线”、“折痕”、“三角尺的公共边”能否与另一个面紧贴，从而确定两个面的位置关系是否垂直.

7. 平面与平面平行:

如图所示，平面α平行于平面β，记作：平面α // 平面β，读作：平面α平行于平面β.



8. 平面与平面平行的检验：

“长方形纸片”检验：

用长方形纸片可以检验两块硬纸板是否平行，把长方形纸片放在两块硬纸板之间，按交叉的方向放两次，使纸片的一边都紧贴一块硬纸板，再观察它的对边，如果对边都能与另一块硬纸板紧贴，那么这两块硬纸板平行.

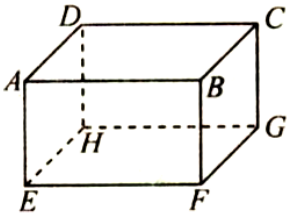
【典型例题讲解】

题型一： 直线与平面、平面与平面位置关系的理解及判断

【例 1】如右图所示，在长方体$ABCD-EFGH$中，

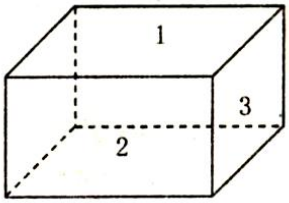
⑴写出所有与棱AB垂直的面；

⑵写出所有与平面$EFGH$垂直的棱.



【例 2】一个正方体的边长是3厘米，求与底面平行的棱长和是多少？

【例 3】如图所示，在一个正方体的三个面上分别写上1、2、3，在与这三个面相对的面上依次写上4、5、6（1 的对面写上 4，依次类推）. 如果与一个面垂直的面上的数字之和是 14，那么这个面上的数字是多少？

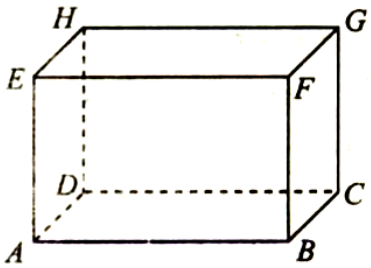


【例 4】举出三个平面与平面平行的生活实例.

【借题发挥】

如右图所示回答下列问题：

1. 在长方体 $ABCD-EFGH$ 中，已知 $AB=4$ 厘米，$AE=5$ 厘米，$AD=2$ 厘米，那么与平面 $BCGF$ 垂直的棱长和是多少？



2. 在长方体 $ABCD-EFGH$ 中，已知 $AB=6$ 厘米，$AE=4$ 厘米，$AD=2$ 厘米，求与棱 EF 垂直的平面的面积和是多少？

3. 在长方体 $ABCD-EFGH$ 中，已知 $AB=6$ 厘米，$AE=4$ 厘米，$AD=4$ 厘米，与面 $EFGH$ 平行的棱长和是多少？

4. 在长方体 $ABCD-EFGH$ 中，已知 $AB=4$ 厘米，$AE=6$ 厘米，$AD=4$ 厘米，与棱 EF 平行的平面的面积和是多少？

5. 在长方体 $ABCD-EFGH$ 中，长、宽、高分别是 6 厘米、4 厘米和 3 厘米，求与面 $ABCD$ 垂直的面的面积和是多少？

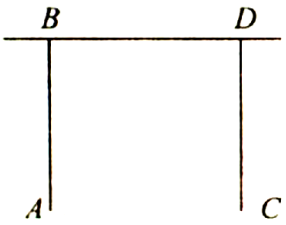
题型二：直线与平面、平面与平面位置关系的检验

【例 5】细棒插入黄沙堆中，检验细棒是否垂直于地面常用的方法是(　　).

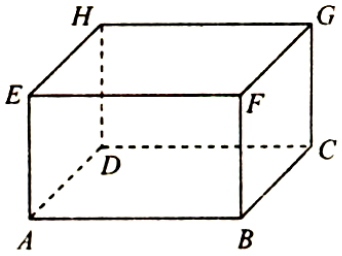
A. 合页型折纸检验法　　B. 三角尺检验法

C. 铅垂线检验法　　D. 长方形纸片检验法

【例 6】如果检验单杠（如右图所示）是否与地面平行？请说明方法.



【例 7】如图所示，在长方体 $ABCD-EFGH$ 中，写出所有垂直于平面 $BCGF$ 的平面，并说明你是怎样检验的.



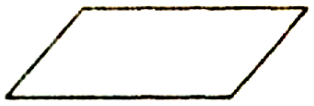
【例 8】在长方体 $ABCD-EFGH$ 中（如图所示），(1)与平面 $ABFE$ 平行的平面有哪些？说明你的检验的方法.

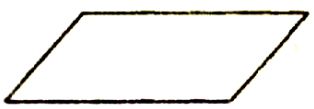
(2)互相平行的平面有几对？写出这些平面.

【借题发挥】

1.怎样检验黑板的边缘是否平行于地面？

2. 怎样检验两块硬纸板足否平行.





【知识梳理】

1. 通过掌握长方体中棱与面之间的关系有垂直和平行，从而认识各种图形中的直线与平面的垂直（如图 1 所示：直线$PQ\perp$面$ABCD$）与平行（如图 2 所示：直线$PQ//$面$ABCD$）关系：

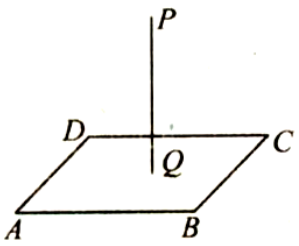


图 1

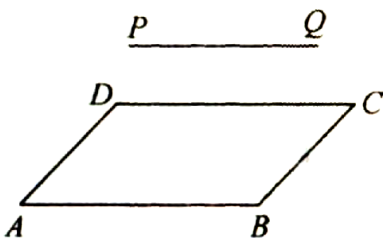


图 2

2. 通过掌握长方体中面与面之间的关系有垂直和平行，从而认识各种图形中的平面与平面的垂直（如图 3 所示：平面$\alpha\perp$平面β）与平行（如图 4 所示：平面$\alpha//$平面β）关系：

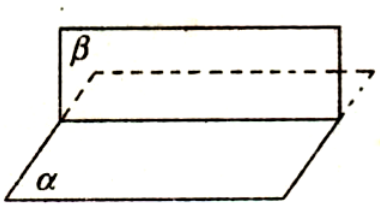


图 3

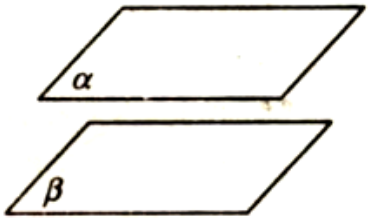


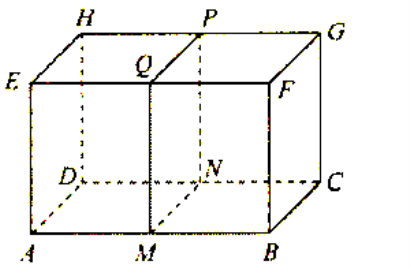
图 4

【典型例题讲解】

题型一： 直线与平面、平面与平面的位置关系

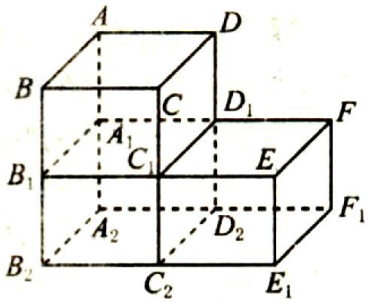
【例 1】如图所示，在长方体$ABCD-EFGH$中，点M,M,P,Q分别是棱AB，CD，GH，EF的中点.

(1)哪些棱与面$MNPQ$平行？



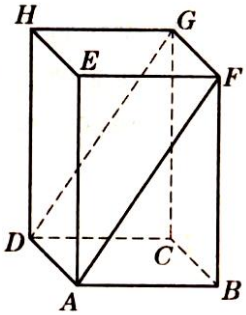
(2)哪些棱与面$MNPQ$垂直？

【例 2】如图所示，一个物体是由三个长方体叠在一起组成的，与面 $A_2B_2C_2D_2$ 平行的面有哪几个？与面 $A_1B_1C_1D_1$ 垂直的面有哪几个?



【借题发挥】

1. 如图，在长方体 $ABCD-EFGH$ 中

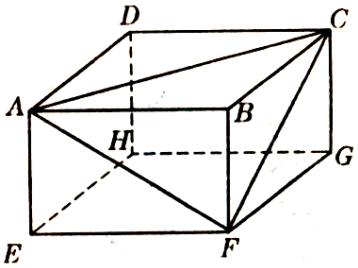


(1)与平面 $ABCD$ 平行的棱有哪些？

(2)与棱 BC 平行的平面有哪些？

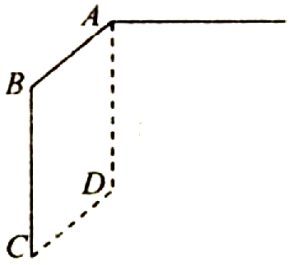
(3)与平面 $ADGF$ 平行的棱有哪些？

2.如右图所示，在长方体 $ABCD-EFGH$ 中，分别与 ΔACF 的 AC 、CF 、AF 中一边平行的面各有哪些？



题型二：按要求画图题

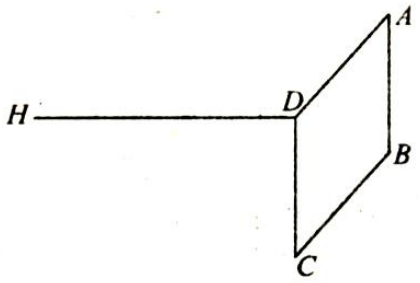
【例 3】如图所示，补画长方体中与面 $ABCD$ 平行的棱.



【借题发挥】

已知平面 $ABCD$ 线段 DH 垂直于平面 $ABCD$（如下图）

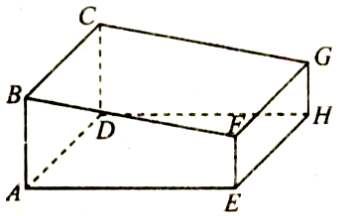
画一个平面 $HGFE$，经过 H 点，且和 $ABCD$ 平面平行.



题型三：综合应用

【例 4】如果把图中的骰子看作是一个立方体，点数 1 的对面是 6．点数 2 的对面是 5．点数 4 的对面是点数 3．那么与点数 2 垂直的面的点数和是多少？

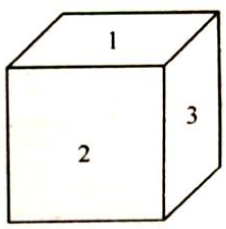
【例 5】 (1)如图所示，写出互相平行的面，并说明检验的方法．(2)在平面 $BCGF$ 和平面 $ADHE$ 之间有两个长方形 $ABCD$ 和 $EFGH$，所以平面 $BCGF$ // 平面 $ADHE$,你认为这句话对吗？为什么？



【例 6】从一个棱长 10 厘米的长方体中挖去一个长 10 厘米、宽 2 厘米、高 2 厘米的小长方体，剩下的表面积是多少？

【借题发挥】

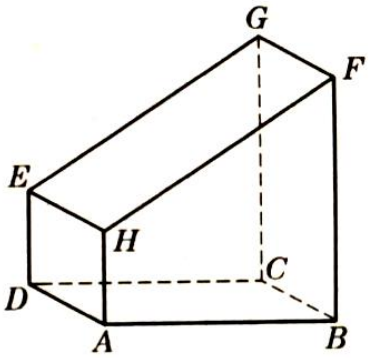
1. 如图，在一个正方体的三个面上分别写上 1、2、3．在与这三个面分别平行的面上依次写上 4、5、6（1 的对面写 4，依次类推）．与写数字 2 的面垂直的面上的数字和是多少？



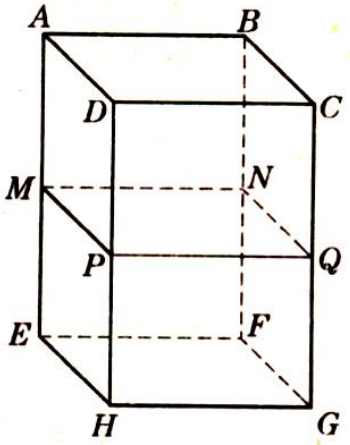
2. 一个长方体的长是 20 厘米、宽是 10 厘米、高是 8 厘米，从这块木头上切下一个最大的正方体后，剩下部分的表面积是多少平方厘米？

【随堂练习】

1. 看到图时，小明说，因为平面 $FGEH$ 和平面 $ABCD$ 之间有两个长方形： $ADEH$ 和 $BCGF$ ，所以平面 $FGEH$ 与平面 $ABCD$ 是平行的，你认为他说的对吗？为什么？



2．图中点 M 、 N 、 Q 、 P 分别是长方体的四条高的中点，与平面 $MNQP$ 平行的平面有哪些？为什么？



3．如何检验文件柜的隔板与隔板相互平行？说出你所用的方法.

第十七讲 专题复习

易错题整理

1．计算：（1）$-(-1)^{2013}-(-1)^{2014}=$_____.

（2）$-4\div\frac{4}{9}\times(-\frac{4}{9})=$_____.

（3）$-2^2-\frac{1}{4}[2-(-2)^2]=$_____.

2．596200 若精确到万位，用科学计数法表示为_____.

3．已知$|m-2|=2-m$，则m的取值范围为_____.

4．二元一次方程$3x+y=8$的正整数解是_____.

5．已知$m<n$，那么下列各式中，不一定成立的是（　　）

A．$2m<2n$；　　*B*．$3-m>3-n$；　　*C*．$mc^2<nc^2$；　　*D*．$m-3<n-1$．

6．如果受季节影响，某商品每件售价按原价降低a%再降价 8 元后的售价是 100 元，那么该商品每件原售价可表示为_____.

7．已知关于 *x*，*y* 的两个方程组$\begin{cases}x+t=1\\2x-y=7\end{cases}$与$\begin{cases}3x+y=8\\x+2y=b\end{cases}$的解相同，则 *a*=_____，*b*=_____.

8．关于*x*的不等式$3(x-1)-a\le 2$的正整数解是1，2，则*a*的取值范围是_____.

9．关于*x*的不等式组$\begin{cases}x-a>0\\1-x>0\end{cases}$的整数解共3个，则*a*的取值范围是_____.

10．已知$abc\neq 0$，$abc\neq 0$，$4a-3b-2c=a-3b+c=0$，则$\frac{c}{a-b}$的值是_____.

例题 1：解方程组：$\begin{cases}x-2y+z=0 & (1)\\2x+y-z=1 & (2)\\3x+2y-z=4 & (3)\end{cases}$

例题 2：若方程组 $\begin{cases}2x+y=1-m\\x-2y=2\end{cases}$ 中 x 与 y 之和为 2，求 m 的值。

例题 3：某商场经销甲、乙两种世博纪念商品，甲种商品每件进价 15 元，售价 20 元；乙种商品每件进价 35 元，售价 45 元。

（1）如果该商场同时购进甲、乙两种商品共 10 件恰好用去 270 元，求购进甲、乙两种商品各多少件？

（2）如果该商场准备同时购进甲、乙两种商品共 100 件，为使总利润（利润＝售价—进价）不少于 750 元，且不超过 760 元，请你帮助该商场设计出可行的所有进货方案；

（3）在“五·一”期间，该商场对甲、乙两种商品进行如下优惠促销活动：

打折前一次性购物总额	**优惠措施**
不超过 300 元	不优惠
超过 300 元且不超过 400 元	售价打九折
超过 400 元	售价打八折

按上述优惠条件，若小王第一天只购买甲种商品一次性付款 200 元，第二天只购买乙种商品打折后一次性付

款 324 元，那么这两天他在该商店购买甲、乙两种商品一共多少件？

期末模拟测试（一）

（测试时间 40 分钟，满分 100 分）

一、填空题（每题 3 分，共 30 分）

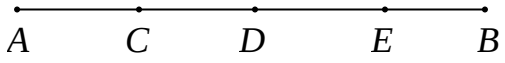
1．中国 2010 年上海世博会一轴四馆中的“中国馆”总建筑面积约为 1601000 平方米，这个面积用科学记数法表示是_____平方米.

2．二元一次方程$5x+2y=25$的正整数解是_____.

3．将方程$\frac{1}{2}x+3y=2$变形为用含 y 的代数式表示 x 的形式，得_____.

4．已知$\angle\alpha=39°31'$，则$\angle\alpha$ 的补角$\angle\beta=$_____.

5．如图，在线段 AB 上任取 C、D、E 三个点，那么这个图中共有_____条线段？



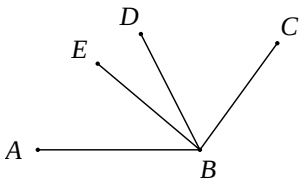
6．一个正方体的所有棱长之和为 60 厘米，则这个正方体的所有面的面积之和是_____cm^2.

7. 如图，BD 平分$\angle ABC$，BE 平分$\angle ABC$为$2:5$两部分，$\angle DBE=21°$，则$\angle ABC=$_____.

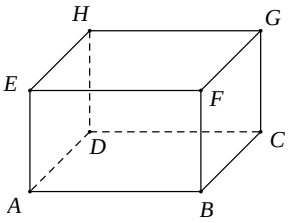
8．如果关于 x 的不等式$(1-a)x>3a-3$和$2x<-6$的解集相同，则 a 的取值范围是_____.

9．如图，在长方体 $ABCD—EFGH$ 中，与棱 EF 和棱 EH 都异面的棱是_____.

10. 如图，在长方体 $ABCD—EFGH$ 中，与棱 BF 垂直的平面有 _____.



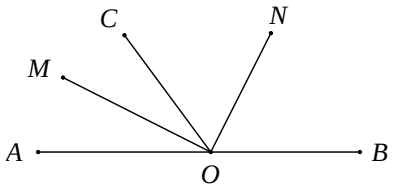
第 7 题图



第 9、10 题图

二、选择题（每题 4 分，共 24 分）

11．如果$0<a<b$，则下列各式正确的是（　　）



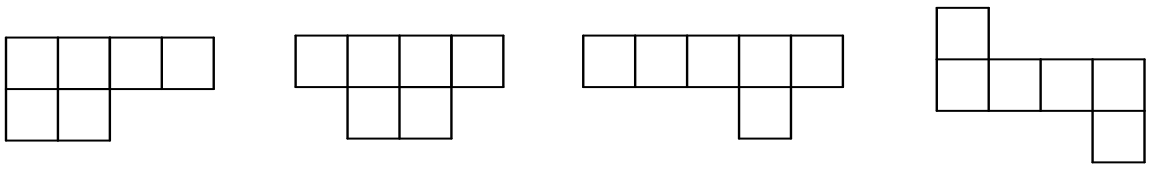
（A）$-\frac{1}{a}>-\frac{1}{b}$　（B）$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$　（C）$-\frac{1}{a}<-\frac{1}{b}$　（D）$-b>-a$

12. 如图，O 为直线 AB 上一点，OM 平分$\angle AOC$，ON 平分$\angle BOC$，则图中互余的角有（　　）

A．1 对　　B．2 对

C．3 对　　D．4 对

13．下列图形中是正方体的展开图的是（　　）



A　　*B*　　*C*　　*D*

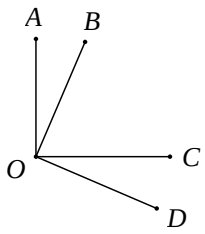
14．如图，∠*AOC*＝90°，∠*BOD*＝90°，则∠*AOB*＝∠*COD* 的理由是（　　）

A．等角的余角相等

B．同角的余角相等

C．等角的补解相等

D．同角的补角相等



15．以下结论正确的是（　　）

A．一个锐角的余角比这个角小　　*B*．一个锐角的余角比这个角大

C．一个钝角的补角比这个角小　　*D*．一个钝角的补角比这个角大

16．下列哪种方法不能检验直线与水平面是否垂直（　　）

（*A*）铅垂线；　（*B*）两块三角尺；　（*C*）长方形纸片；　（*D*）合页型折纸．

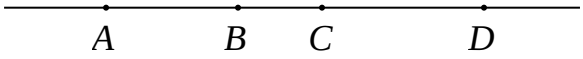
三、简答题（17—20 每题 7 分，21 题 8 分，22 题 10 分。必须写出运算过程）

17. 解方程组：$\begin{cases}2x-3y=5 & (1)\\ 3x+2y=1 & (2)\end{cases}$

18. 解方程组：$\begin{cases}x+2y=3 & (1)\\ x-3y+z=0 & (2)\\ 2x+y-z=5 & (3)\end{cases}$

19．解不等式组$\begin{cases}4x-3<3(2x+1)\\ \frac{3}{2}x-1\le 5-\frac{1}{2}x\end{cases}$，并求其整数解。

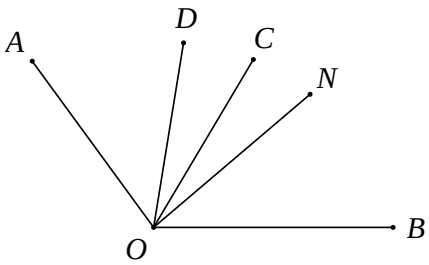
20．如图，同一直线上有 A、B、C、D 四点，已知 $DB=\frac{2}{3}AD, AC=\frac{5}{2}CB$，$CD=4cm$，求 AB 的长



21．如图 $\angle AOB$

（1）用圆规和直尺，不写作法，保留作图痕迹，作出 $\angle AOC$ 的角平分线 OM；

（2）如果 ON 是 $\angle DOB$ 的角平分线，且 $\angle AOB=120^O$，$\angle COD=20^O$，则 $\angle MON$ ＝_____.



22．已知某种商品每件定价为 10 元，邮购这种商品的数量不满 100 件，则每件按定价付款，另外还要加付定价的 10%作为邮费；邮购的数量达到或超过 100 件，则每件按定价的九折付款，而且免付邮费．某公司两次共邮购这种商品 200 件，其中第一次的数量不满 100 件（第二次超过），两次邮购总计付款 1.960 元，问第一次、第二次分别邮购多少件？

第十八讲 期末综合复习

一、选择题（本大题共 6 题，每题 2 分，满分 12 分）

[下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号写在括号内.]

1. 2 的倒数是 ……（　　）

A．-2 ；　　B．$\frac{1}{2}$ ；　　C．$-\frac{1}{2}$ ；　　D．$\pm\frac{1}{2}$.

2. 下列数值中，$(-6)^2$ 的计算结果是……（　　）

A．-12；　　B．12；　　C．-36；　　D．36.

3. 如果 $m<n$，那么下列各式中，**不一定**成立的是……（　　）

A．$2m<2n$；　　B．$3-m>3-n$；　　C．$mc^2<nc^2$；　　D．$m-3<n-1$.

4. 如图，$AB=4BC$，若 $BC=2cm$，则 AC 的长为……（　　）

A．10cm；　　B．8cm；　　C．6 cm；　　D．2cm.

5. 如图，$\angle AOB=15°$，$\angle AOC=90°$，点 B、O、D 在同一直线上，则 $\angle COD$ 的度数为…（　　）

A．100°　　B．105°　　C．110°　　D．115°

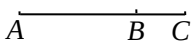
6．下列说法中，**错误**的是……（　　）

A．两点之间线段最短；

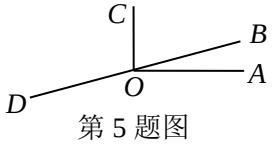
B．如果 $\angle\alpha=53°38'$，那么 $\angle\alpha$ 余角的度数为 $36°22'$ ；

C．一个锐角的余角比这个角的补角小 90°；

D．互补的两个角一个是锐角一个是钝角.



第 4 题图



第 5 题图

二、填空题（本大题共 12 题，每题 2 分，满分 24 分）

7. 上海迪斯尼园区占地面积约为 3897000 平方米，这个数据用科学记数法表示为_____.

8．计算：$\frac{3}{4}-(-\frac{1}{8})=$_____.

9．在数轴上，如果点 A 所表示的数是−1，那么到点 A 距离等于 3 个单位且在点 A 左侧的点所表示的有理数是_____.

10．请写出一个解为 $\begin{cases}x=2,\\y=1\end{cases}$ 的二元一次方程，你写的二元一次方程为_____.

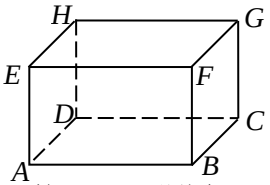
11．如果 $2x-8$ 的值是非正数，那么 x 的解集为_____.

12．如图，在长方体 $ABCD$-$EFGH$ 中，棱 AB 与棱 HD 的位置关系是_____.

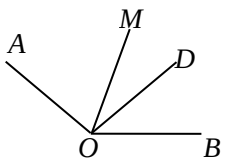
13. 如图，在长方体 $ABCD$-$EFGH$ 中，与面 $ABFE$ 平行的平面是_____.

14．检验平面与平面互相平行的方法是_____.

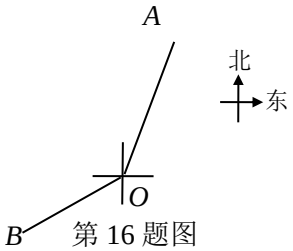
15．如图，OM 是 $\angle AOB$ 的平分线，$\angle AOB=140°$，$\angle AOD=100°$，那么 $\angle DOM=$_____度.



第 12、13 题图



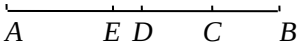
第 15 题图



第 16 题图

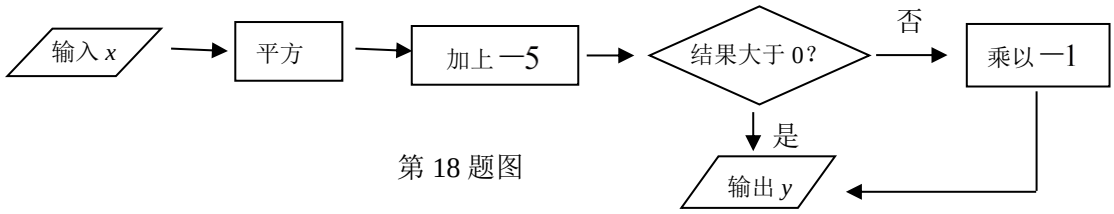
16．如图，$\angle AOB=140°$，如果亚洲联合馆（A 点）在中国国家馆（O 点）的北偏东 20°，那么太平洋联合馆（B 点）在中国国家馆的南偏西_____°.

17．如图，$AB=10$，点 C 为线段 AB 上一点，点 D、E 分别为线段 AB、AC 的中点，若 $ED=1$，则线段 AC 的长为_____.



第 17 题图

18. 根据如图所示的程序计算，若输入 x 的值为 $-\frac{1}{2}$，则输出 y 的值为_____.



第 18 题图

三、简答题（本大题共 6 小题，每小题 6 分，满分 36 分）

19．计算 $(-2)^4\div\left(2\frac{2}{3}\right)^2+\left(-4\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{3}.$

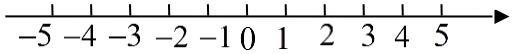
解：原式=

20．解方程: $\frac{2x+1}{3}-\frac{6x-7}{6}=2.$

解：

21．解不等式组：$\begin{cases}8-2(x+2)>0, & ①\\ \frac{5x+1}{2}+1\geq\frac{2x-1}{3}; & ②\end{cases}$，并把解集在数轴上表示出来.

解：



22．解方程组：$\begin{cases}x-y=6, & ①\\ 3x+2y=13. & ②\end{cases}$

解：

23．解方程组：$\begin{cases}x-y+2z=5, & ①\\ 2x+y-z=1, & ②\\ 3x-z=0. & ③\end{cases}$

解：

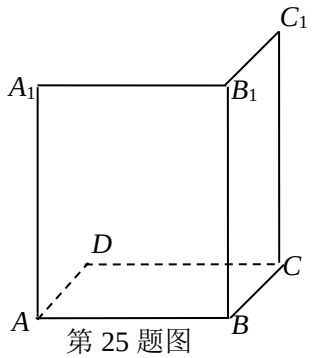
24．已知∠1 与∠2 互余，且∠1 的补角比∠2 的 2 倍多 25°，求∠1 的大小.

解：

四、画（作）图题（本大题共 2 题，每题 6 分，满分 12 分）

25.（1）补全右面的图形，使之成为长方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 的直观图，并标出顶点的字母；

（2）联结 AC、A_1C_1，在长方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，与平面 AA_1C_1C 平行的棱为_____.

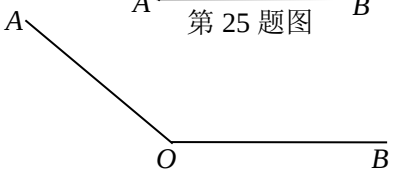


第 25 题图

26．已知∠AOB，按照下列要求作图（保留作图痕迹）：

（1）用尺规作出∠AOB 的平分线 OC；

（2）射线 OP 在∠AOB 的内部，若∠BOP 比∠AOP 大 30°，则∠COP 的大小是_____.



第 26 题图

五、应用题（本大题共 2 题，第 27 题 6 分，第 28 题 10 分，满分 16 分）

27．甲乙两仓库共存粮 95 吨，现从甲库运出甲库存粮的$\frac{2}{3}$，从乙库运出乙库存粮的 40%，那么乙库所余粮食是甲库所余粮食的 2 倍，问甲乙两粮库原来各存粮多少吨？

解：

28．某体育彩票经销商用 45000 元从体彩中心购进彩票 20 扎（整扎购买）．已知体彩中心有 A、B、C 三种不同价格的彩票，每种彩票的进价以及销售每扎彩票经销商可得的手续费收入如下表所示：

彩票类型	进价（元/扎）	手续费（元/扎）
A 种彩票	1500	200
B 种彩票	2000	300
C 种彩票	2500	500

（1）若经销商同时购进的彩票是 B、C 两种型号，问 B、C 两种型号的彩票各购进多少扎？

（2）若经销商同时购进两种不同型号的彩票，请写出你的设计进票方案并说明理由；

（3）若经销商同时购进 A、B、C 三种彩票，销售每扎彩票可以获得手续费，为使销售完时获得手续费最多，请直接写出你的设计进票方案，并写出此种方案的手续费．

解：