

初二数学 精编教案

目 录

第 1 讲	多边形及平行四边形的性质	2
第 2 讲	平行四边形的判定	5
第 3 讲	特殊的平行四边形---矩形	8
第 4 讲	特殊的平行四边形—菱形	10
第 5 讲	特殊的平行四边形—正方形	13
第 6 讲	平行四边形专题复习一	16
第 7 讲	平行四边形专题复习课（二）	19
第 8 讲	梯形.....	21
第 9 讲	等腰梯形	24
第 10 讲	中位线	27
第 11 讲	平面向量.....	30
第 12 讲	平面向量加减法	33
第 13 讲	四边形专题复习课（一）	37
第 14 讲	四边形专题复习课（二）	42
第 15 讲	概率.....	46
第 16 讲	期末复习（一）	49
第 17 讲	期末复习（二）	54
第 18 讲	期末复习（三）	58

第 1 讲 多边形及平行四边形的性质

知识点梳理 1:

一.多边形中的有关概念:

概念 1: 多边形的边: 组成多边形的每一条线段叫做多边形的边.

概念 2: 多边形的顶点: 相邻的两条线段的公共端点叫做多边形的顶点.

概念 3: 多边形的内角: 多边形相邻两边所在的射线组成的角叫做多边形的内角.

概念 4: 多边形的对角线: 联结多边形的两个不相邻顶点的线段叫做多边形的对角线.

概念 5: 多边形内角和定理: n 边形的内角和等于 $(n-2) \cdot 180^\circ$

概念 6: 多边形的外角和为 360° .

典型例题:

例题 1. 如果一个多边形的外角和是它的内角和的 $\frac{1}{6}$, 那么这个多边形的边数是多少?

解: 设该多边形的边数为 n , 则有: $180(n-2) \cdot \frac{1}{6} = 360$,

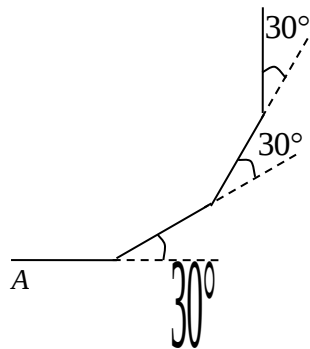
解得 $n=14$. 答: 这是一个十四边形.

提示: 多边形的内角和随边数的增加而增加, 但外角和却是不变的, 同学们要注意把握这一特征.

巩固练习:

一、填空题:

- 1、内角和是 1440° 的多边形是_____边形。
- 2、过多边形的一个顶点有 8 条对角线, 则这个多边形是____边形, 它共有_____条对角线。
- 3、若多边形每个外角都是 40° , 则它是____边形, 其内角和等于_____。
- 4、若一个 n 边形的内角都相等, 且内角的度数与和它相邻的外角的度数比为 3: 1, 那么这个多边形的边数为_____。
- 5、 $\angle BCE$ 是四边形 $ABCD$ 的一个外角, 且 $\angle BCE = \angle A$, 则 $\angle B + \angle D =$ _____°。
- 6、如图, 从 A 点出发, 沿直线前进 10 米后向左转 30° , 再沿直线前进 10 米, 又向左转 30° , , 照这样走下去, 他第一次回到出发地 A 点时, 一共走了_____米。



二、选择题:

- 1、如果把一个多边形的边数增加 1 倍, 它的内角和是 2160° , 那么原来的多边形的边数是 ()。
- A. 5; B. 6; C. 7; D. 8。
- 2、多边形的每一个内角都等于 150° , 则从此多边形的一个顶点出发引出的对角线有 () 条。
- A. 7; B. 8; C. 9; D. 10。
- 3、在下面四种正多边形中, 只用同一种图形不能铺满地面的是 ()。
- A. 等边三角形; B. 正方形; C. 正五边形; D. 正六边形。
- 4、下列命题中, 真命题的个数有 () 个。

- ①任意一个多边形的全部内角中至多有 3 个锐角；
 ②夹在两条平行线之间的平行线段相等；
 ③多边形的边数每增加 1，其内角和的度数增加 180° ；
 ④n 边形的边数每增加 1，对角线就相应的增加了 n 条。

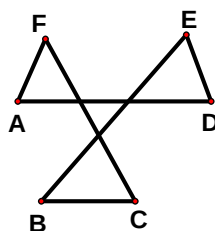
A. 1; B. 2; C. 3; D. 4。

三、解答题：

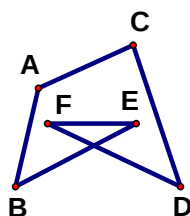
1、四边形 ABCD 中， $\angle A + \angle C = 180^\circ$ ， $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 3 : 5$ ，求 $\angle D$ 度数。

2、一个多边形的内角和比外角和的 2 倍还多 180° ，求这个多边形的边数。

3、如图，求 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F$ 。



4、如图，求 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E$ 的度数。



知识点梳理 2:

1. 定义：两组对边分别平行的四边形叫做平行四边形，记作 $\square ABCD$

2. 平行四边形性质定理 1、2：平行四边形的对边相等，对角相等。

推论：夹在两条平行线间的平行线段相等

性质定理 3：平行四边形的两条对角线互相平分

性质定理 4：平行四边形是中心对称图形，对称中心是两条对角线的交点

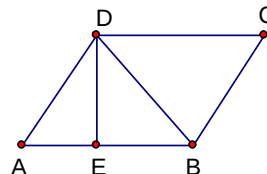
巩固练习：

一、填空题：

- 1、已知 $\square ABCD$ 的面积为 10cm^2 ，点 E 是 CD 边上任意一点，那么 $\triangle ABE$ 的面积是 $\underline{\hspace{2cm}} \text{cm}^2$ 。
- 2、平行四边形 $ABCD$ 中，若 $\angle A$ 的补角与 $\angle B$ 互余，则 $\angle D$ 的度数是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 3、平行四边形 $ABCD$ 的周长是 18，三角形 ABC 的周长是 14，则对角线 AC 的长是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 4、平行四边形相邻两边之比为 3:5，它的周长是 32cm，则这个平行四边形较长边长为 $\underline{\hspace{2cm}} \text{cm}$ 。

5、 $\square ABCD$ 中， $\angle A:\angle B:\angle C=2:3:2$ ，则 $\angle C=\underline{\hspace{2cm}}$ 。

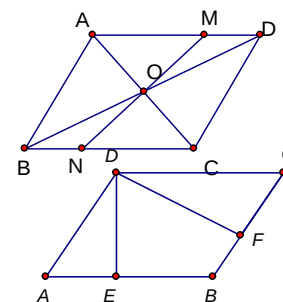
6、如图，已知在 $\square ABCD$ 中， $DE \perp AB$ ，且 $AE=BE$ ，平行四边形的周长为 19 米， $\triangle ABD$ 的周长比 $\square ABCD$ 的周长小 1 米，则 $AB=\underline{\hspace{2cm}}$ 米， $AD=\underline{\hspace{2cm}}$ 米。



7、已知 $\square ABCD$ 的对角线相交于点 O ，如果 $\triangle AOB$ 的面积是 3，则 $\square ABCD$ 的面积等于 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

8、 $\square ABCD$ 中，周长 16， $\angle B$ 为锐角，对角线 $AC \perp AB$ ， $AC=4\text{cm}$ ，则 $AB=\underline{\hspace{2cm}}$ 。

9、如图，在 $\square ABCD$ 中，对角线 AC ， BD 相交于点 O ， MN 是过 O 点的直线， $BN=2$ ， $AM=3$ ，则 $BC=\underline{\hspace{2cm}}$ 。

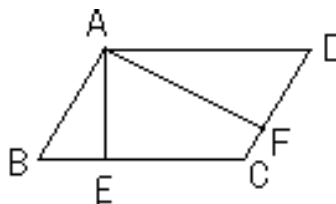


10、如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， $DE \perp AB$ 于 E ， $DF \perp BC$ 于 F ， $\angle EDF=60^\circ$ ，平行四边形 $ABCD$ 的周长是 100cm， $DE:DF=2:3$ ，则 $BC=\underline{\hspace{2cm}} \text{cm}$ ， $AB=\underline{\hspace{2cm}} \text{cm}$ 。

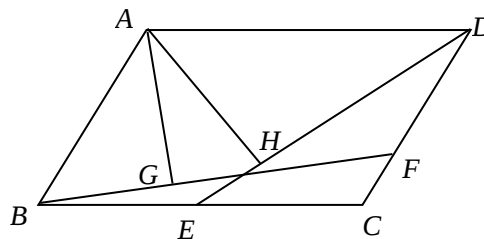
11、 $\square ABCD$ 中， $\angle B=60^\circ$ ， $\angle B$ 与 $\angle C$ 的角平分线交于 M ， $BC=2$ ，则 $S_{\triangle BMC}=\underline{\hspace{2cm}}$ 。

12、平行四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 、 BD 相交于点 O ，若 $\triangle AOB$ 的周长比 $\triangle BOC$ 的周长短 4 厘米，平行四边形 $ABCD$ 的周长为 40 厘米，求 AB 的长度。

13、平行四边形 $ABCD$ 中， AE 垂直于 BC ，垂足为 E ， AF 垂直于 CD ，垂足为 F ，若 $AE=4$ ， $AF=6$ ，平行四边形 $ABCD$ 的周长为 40，求平行四边形 $ABCD$ 的面积。



14、如图，在 $\square ABCD$ 中，点 E 、 F 分别在 BC 、 CD 边上， $BF=DE$ ， $AG \perp BF$ ， $AH \perp DE$ ，垂足分别为 G 、 H 。求证： $AG=AH$ 。



第 2 讲 平行四边形的判定

知识点梳理：

定义：两组对边分别平行的四边形是平行四边形

判定定理 1：两组对边分别相等的四边形是平行四边形

判定定理 2：一组对边平行且相等的四边形是平行四边形.

判定定理 3：对角线互相平分的四边形是平行四边形

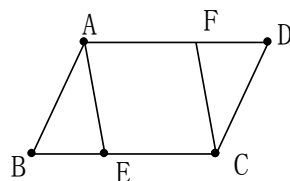
判定定理 4：两组对角分别相等的四边形是平行四边形

典型例题：

如图， $\square ABCD$ 中， E, F 分别在边 BC, AD 上，且 $BE=DF$ ；

求证：四边形 $AECF$ 是平行四边形.

(探求一题多解)



巩固练习：

一、填空

- 在平面直角坐标系中，点 A, B, C 的坐标分别为 $A(-2, 1), B(-3, -1), C(1, -1)$ 。若点 A, B, C, D 构成平行四边形，则点 D 的坐标是_____。
- 如图， BD 是平行四边形 $ABCD$ 的对角线，点 E, F 在 BD 上，要使四边形 $AECF$ 是平行四边形，还需要添加的一个条件是_____。
- 在四边形 $ABCD$ 中，已知 $\angle A + \angle B = 180^\circ$ ，要使四边形 $ABCD$ 是平行四边形，还需添加一个与角有关的条件_____（只须填写一种情况）。
- 若平行四边形一个内角的平分线，把另一边分为 $3\text{cm}, 4\text{cm}$ 两部分，则这个平行四边形周长是_____。

二、选择题：

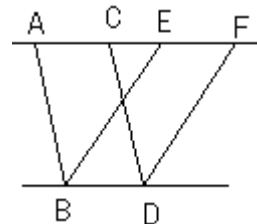
- 在四边形 $ABCD$ 中，由下列 $\angle A: \angle B: \angle C: \angle D$ 的值可以判定平行四边形的是（ ）。
 - $1: 2: 3: 4$;
 - $1: 2: 2: 1$;
 - $1: 1: 2: 2$;
 - $2: 1: 2: 1$ 。
- 平行四边形的一边长为 10cm ，那么这个平行四边形的两条对角线长可以是（ ）。
 - 4cm 和 6cm ;
 - 6cm 和 8cm ;
 - 20cm 和 30cm ;
 - 8cm 和 12cm 。
- 在下列图形的性质中，平行四边形不一定具有的性质是（ ）。
 - 不稳定性;
 - 对角相等;
 - 邻边相等;
 - 对边相等。
- 满足下列条件的四边形是平行四边形的有（ ）。
 - 一组对边平行，一组对角相等;
 - 一组对边相等，一组对角相等;
 - 一组对边平行，另一组对边相等;
 - 两组邻角分别相等。

5、给定不在同一直线上的三点，则以这三点为顶点的平行四边形有（ ）。

- A. 1 个； B. 2 个； C. 3 个； D. 4 个。

6、如图， $AE \parallel BD$ ， $BE \parallel DF$ ， $AB \parallel CD$ ，下面给出四个结论 (1) $AB=CD$ 、(2) $BE=DF$ 、(3) $S_{ABDC}=S_{BDFE}$ 、(4) $S_{\triangle ABE}=S_{\triangle DCF}$ ，其中正确的有（ ）。

- A. 1 个； B. 2 个；
C. 3 个； D. 4 个。

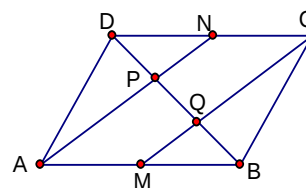


7、同一平面内点 A, B, C, D ，从：① $AB \parallel CD$ ；② $AB=CD$ ；③ $BC=AD$ ；④ $BC \parallel AD$ 这四个条件中任选两个，能使四边形 $ABCD$ 是平行四边形的选法有（ ）。

- A. 3 种； B. 4 种； C. 5 种； D. 6 种。

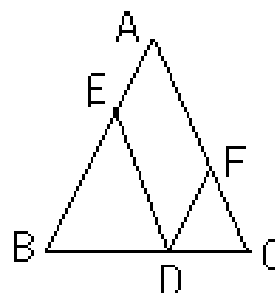
8、如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，点 M, N 分别是 AB, CD 的中点， AN, CM 交 DB 于 P, Q 两点，下列结论中正确结论的个数是（ ）。

- ① $DP=PQ=QB$ ； ② $AP=CQ$ ；
③ $CQ=2MQ$ ； ④ $S_{\triangle ADP} = \frac{1}{4} S_{\text{平行四边形 } ABCD}$ 。
- A. 4 个； B. 3 个；
C. 2 个； D. 1 个。

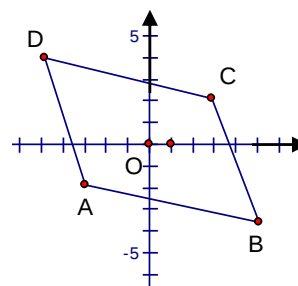


三. 简答题

1、如图，等腰三角形 ABC 中， D 是 BC 边上的一点， $DE \parallel AC$ ， $DF \parallel AB$ ，通过观察分析线段 DE ， DF ， AB 三者之间有什么关系？试说明你的结论。

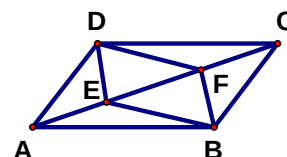


2、如图，已知在直角坐标系中， $A(-3,-2), B(5,-4), C(3,2), D(-5,4)$ ，这个四边形是什么四边形？为什么？

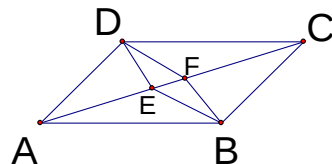


3、已知如图，在四边形 $ABCD$ 中，点 E, F 是对角线 AC 的三等分点。四边形 $BEDF$ 是平行四边形。

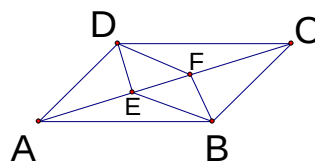
求证：四边形 $ABCD$ 为平行四边形。



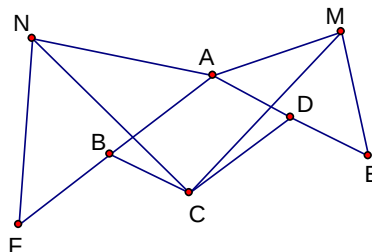
- 4、已知：如上右图，平行四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 上有点 E 、 F ， DE 、 BF 分别是 $\angle ADC$ 、 $\angle ABC$ 的平分线。
求证：四边形 $BFDE$ 是平行四边形。



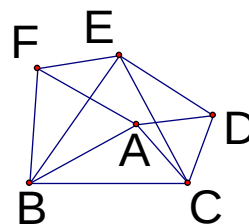
- 5、已知：如上右图，平行四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 上有点 E 、 F ， $DE \perp AC$ 于 E 、 $CF \perp AC$ 于 F 。
求证：四边形 $BFDE$ 是平行四边形。



- 6、如图，已知在 $\square ABCD$ 中，延长 AD 到 E ，使 $DE=AD$ ，延长 AB 到 F ，使 $BF=AB$ ， $AM \perp ME$ ， $AN \perp FN$ ， $\angle AEM = \angle AFN$ ，求证： $CM=CN$ 。



- 7、分别以 $\triangle ABC$ 的三边为边作如图的三个等边三角形 $\triangle ABF$ 、 $\triangle ACD$ 、 $\triangle BCE$ 。
求证：四边形 $ADEF$ 为平行四边形。



第3讲 特殊的平行四边形---矩形

知识点梳理:

矩形的定义: 有一个角是直角的平行四边形叫做矩形.

矩形的性质定理 1: 矩形的四个角都是直角.

矩形的性质定理 2: 矩形的两条对角线相等.

矩形既是中心对称图形, 也是轴对称图形.

矩形的判定定理 1: 三个角是直角的四边形是矩形.

矩形的判定定理 2: 对角线相等的平行四边形是矩形.

典型例题:

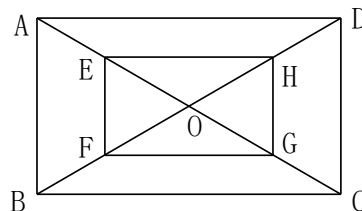
例 1: 已知矩形对角线相交所成的锐角是 60° 度, 较短的边长为 12cm , 求它的对角线的长.

例 2: 如图: 矩形 $ABCD$ 的对角线 AC , BD 相交于点 O , E, F, G, H 分别在 AO, BO, CO, DO 上, 且 $AE=BF=CG=DH$.

求证: 四边形 $EFGH$ 是矩形.

分析: 首先, 矩形的判定方法有哪些?

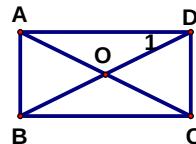
其次, 本题可以用哪种方法?



巩固练习:

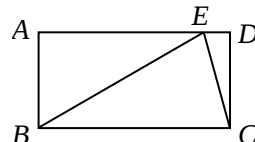
一、填空

1、如图, 四边形 $ABCD$ 为矩形, $OB=2x\text{cm}$, $OC=x^2\text{cm}$, $\angle 1=30^\circ$, 则 $x=$ _____, $AD=$ _____ cm .



2、矩形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 与 BD 交于点 O , 若 $\angle AOB=100^\circ$, 则 $\angle OAB=$ _____.

3、如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 点 E 是边 AD 上一点, $BC=2AB$, $AD=BE$, 那么 $\angle ECD=$ _____度.



4、如果矩形一条较短的边是 5 , 两条对角线的夹角是 60° , 则对角线长_____.

5、矩形 $ABCD$ 中, $AE \perp BD$ 于 E , $CF \perp BD$ 于 F , 若 $BE=2$, $EF=4$, 则 $AB=$ _____.

6、矩形被两条对角线分成的四个小三角形的周长为 68 , 对角线长 10 , 则矩形周长=_____.

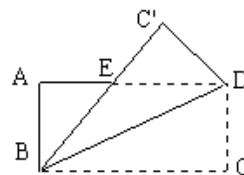
7、在矩形 $ABCD$ 中, AC , BD 交于点 O , $AE \perp BD$ 于 E , $AB=2\text{cm}$, $BD=4\text{cm}$, $BE=$ _____ cm , $\angle ADB=$ _____ $^\circ$.

8、矩形 $ABCD$ 中, 点 E 为边 AB 上的一点, 过点 E 作直线 EF 垂直对边 CD 于 F , 若 $S_{AEFD} : S_{BCFE} = 2 : 1$, 则 $DF : FC=$ _____.

9、矩形的两条对角线的一个交角为 60° , 两条对角线的和为 8cm , 则这个矩形的一条较短边为_____ cm .

10、矩形的一条角平分线分长边为 5cm 和 4cm 两部分, 则此面积为_____.

11、如图, 将矩形纸片沿对角线 BD 折叠, 使点 C 落在 C' 处, BC' 交 AD 于 E , 若 $\angle EBD=25^\circ$, $\angle C'DE$ 的度数是_____.



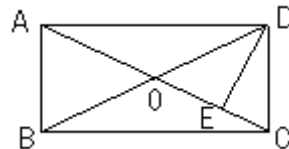
二、选择题

1、下列命题中正确的是（ ）。

- A. 对角线相等的四边形是矩形；
- B. 对角线互相平分且相等的四边形是矩形；
- C. 对角线垂直的四边形是矩形；
- D. 对角线相等且垂直的四边形是矩形。

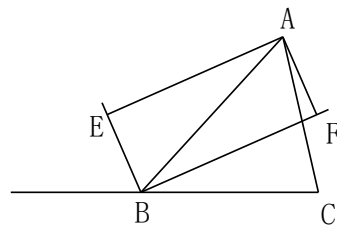
2、如图，矩形 ABCD 中， $DE \perp AC$ 于 E，且 $\angle ADE : \angle EDC = 3 : 2$ ，则 $\angle BDE$ 的度数为（ ）。

- A. 36° ；
- B. 18° ；
- C. 27° ；
- D. 9° 。

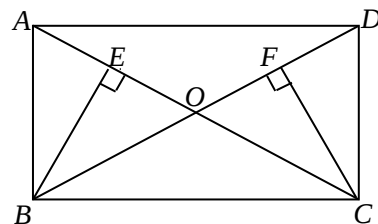


三、简答题

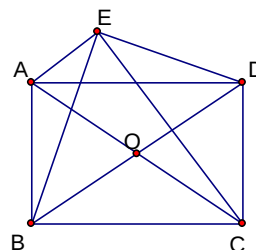
1. 如图：已知 BF，BE 分别是 $\angle ABC$ 与它的邻补角的平分线， $AE \perp BE$ 于点 E， $AF \perp BF$ 于点 F，那么四边形 AEBF 是矩形吗？为什么？



2、如图，矩形 ABCD 中，AC 与 BD 交于 O 点， $BE \perp AC$ ， $CF \perp BD$ ，垂足分别为 E、F。求证： $BE = CF$ 。

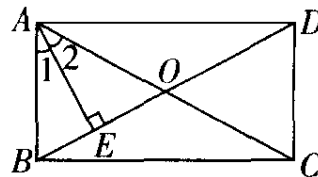


3、已知点 E 为 $\square ABCD$ 外一点， $AE \perp EC$ ， $BE \perp DE$ ，求证： $\square ABCD$ 是矩形。

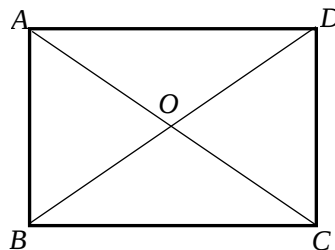


4、如图所示，矩形 ABCD 的对角线 AC、BD 相交于点 O， $AE \perp BD$ ，垂足为 E， $\angle 1 = \angle 2$ ， $OB = 6$ 厘米。

- (1) 求 $\angle BOC$ 的度数；
- (2) 求 $\triangle DOC$ 的周长。



5、如图，有一矩形的花坛，边长 AB 为 6 米、 BC 为 8 米，点 O 是矩形 $ABCD$ 对角线的交点，现要以 O 为端点作三条线段 OE 、 OF 、 OG ，将矩形花坛分割成面积相等的三部分，以备种上三种不同的花草。给你给出一个设计方案(作出图形并说明点 E 、 F 、 G 的位置)。



第 4 讲 特殊的平行四边形—菱形

知识点梳理：

有一组邻边相等的平行四边形叫做菱形。

菱形的性质定理 1：菱形的四条边都相等。

菱形的性质定理 2：菱形的对角线互相垂直，并且每一条对角线平分一组对角。

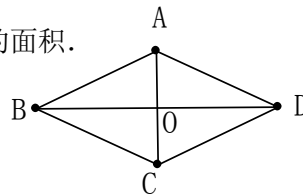
菱形既是中心对称图形，也是轴对称图形。

菱形的判定定理 1：四条边相等的四边形是菱形。

菱形的判定定理 2：对角线互相垂直的平行四边形是菱形。

典型例题：

例题 1、如图，在菱形 $ABCD$ 中， $AB=13\text{cm}$ ， $AC=24\text{cm}$ ，求这个菱形的面积。

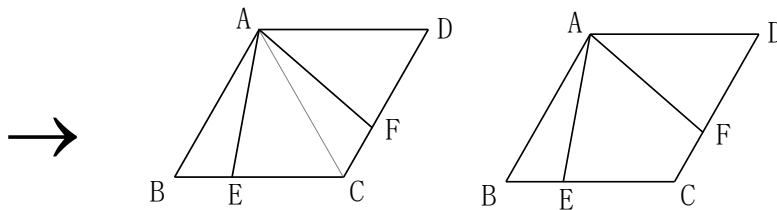


[说明] 类比得到菱形的一般处理方法：

同样的，可以认识到菱形与等腰三角形（四条边相等）、菱形与直角三角形（对角线互相垂直）之间的关系。

同时，通过本例，也得出“对角线互相垂直的四边形的面积公式。

例题 2 已知：如图，菱形 $ABCD$ 中 $\angle B=60^\circ$ ； E 、 F 在边 BC 、 CD 上，且 $\angle EAF=60^\circ$ ；求证： $AE=AF$ 。



巩固练习：

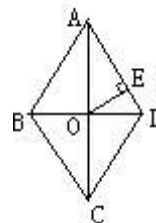
一、填空题：

1、如果菱形的一个内角为 120° ，较短的对角线为 4，那么这个菱形的面积是_____。

2、已知菱形的周长为 20cm ，一条对角线长为 5cm ，那么这个菱形的另一条对角线长为_____。

3、菱形的面积为 48，一条对角线长为 12，则菱形的高为_____。

4、如图，菱形 $ABCD$ 的周长为 80，对角线 AC 是 BD 的 2 倍，则 O 到一边的距



离 $OE=$ _____。

5、菱形 $ABCD$ 中， $AC = \sqrt{3}BD$ ，则菱形 $ABCD$ 中， $\angle A$ 、 $\angle B$ 的度数依次为_____。

6、四边形 $ABCD$ 为边长 2cm 的菱形， $\angle DAC=15^\circ$ ，则 $BD=$ _____ cm ，

$S_{\text{菱形 } ABCD}=$ _____ cm^2 。

7、若菱形 $ABCD$ 中， AE 垂直平分 BC 于 E ， $AE=2\text{cm}$ ，则 $BC=$ _____ cm 。

8、已知菱形的周长为 20 ，面积为 24 ，则这个菱形较短的对角线长为_____。

9、如果四边形 $ABCD$ 已经是一个平行四边形，那么再加上条件_____ 就可以变为菱形(只需填一个条件)。

10、具备下列条件的四边形，不能断定为菱形的是()。

- A. 对角线互相垂直平分； B. 四条边都相等；
C. 对角线垂直的平行四边形； D. 对角线垂直且相等。

11、平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O ，下列条件中，不能判定它为菱形的是()。

- A. $AB=AD$ ； B. $AC \perp BD$ ；
C. $\angle A = \angle D$ ； D. CA 平分 $\angle BCD$ 。

12、已知菱形的周长为 $8\sqrt{5}$ ，面积为 16 ，则这个菱形较短的对角线长为()。

- A. 4 ； B. 8 ； C. $4\sqrt{5}$ ； D. 10 。

13、下列命题中，真命题是()。

- A. 对角线相等且互相垂直的四边形是菱形；
B. 有一条对角线平分对角的四边形是菱形；
C. 菱形是对角线互相垂直平分的四边形；
D. 菱形的对角线相等。

14、菱形相邻两角的比为 $1:2$ ，那么菱形的对角线与边长的比为()。

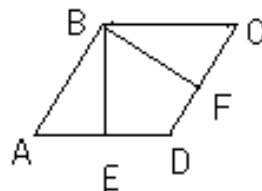
- A. $1:2:3$ ； B. $1:2:1$ ；
C. $1:\sqrt{3}:2$ ； D. $1:\sqrt{3}:1$ 。

15、下列命题中，假命题是()。

- A. 菱形的对角线互相平分； B. 菱形的对角线互相垂直；
C. 菱形的对角线相等； D. 菱形的对角线平分一组对角。

三、简答题

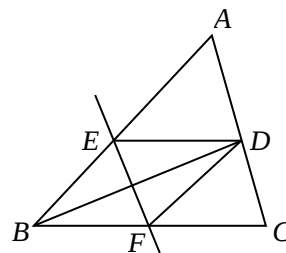
1、如图，菱形 $ABCD$ 中， $BE \perp AD$ ， $BF \perp CD$ ， E 、 F 为垂足， $AE=ED$ ，求 $\angle EBF$ 的度数。



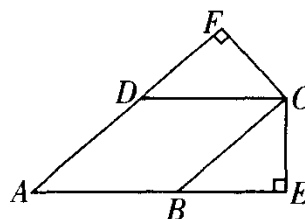
2、已知：菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O ， $EF \parallel AC$ ， $GH \parallel AC$ ， $HE \parallel BD$ ， $GF \parallel BD$ ，交点分别为 E 、 F 、 G 、 H 。

求证：四边形 $EFGH$ 为矩形。

- 3、如图， BD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线， EF 是 BD 的中垂线，分别交 AB 于点 E ， AC 于点 F 。
求证：四边形 $BFDE$ 是菱形。

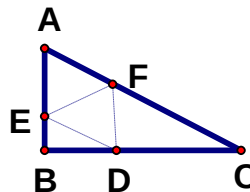


- 4、如图，在菱形 $ABCD$ 中， $CE \perp AB$ 交 AB 延长线于点 E ， $CF \perp AD$ 交 AD 延长线于点 F 。请你猜想 CE 和 CF 的大小关系，并证明你的猜想。



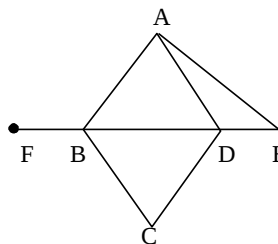
- 5、如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle A = 60^\circ$ ，点 E ， F 分别在 AB ， AC 上，沿 EF 对折，使点 A 落在 BC 上的点 D 处，且 $FD \perp BC$ 。

- (1) 求证：四边形 $AEDF$ 是菱形；
(2) 若 $AB=3$ ，求 AE 和 CD 的长度。



- 6、已知：如图，四边形 $ABCD$ 是菱形， E 是 BD 延长线上一点， F 是 DB 延长线上一点，且 $DE=BF$ 。
请你以 F 为一个端点，和图中已标明字母的某一点连成一条新的线段，猜想并证明它和图中已有的某一条线段相等（只须证明一组线段相等即可）。

- (1) 连结 _____；
(2) 猜想：_____ = _____；
(3) 证明：



第 5 讲：特殊的平行四边形—正方形

知识点梳理：

1、定义：有一组邻边相等且有一个角是直角的平行四边形叫做正方形。

2、判定定理：

1. 有一组邻边相等的矩形是正方形；

2. 有一个角是直角的菱形是正方形。

3、性质：首先是平行四边形——故应该具有平行四边形的一切性质

然后正方形也是矩形，也是菱形——故具有矩形、菱形的一切性质。

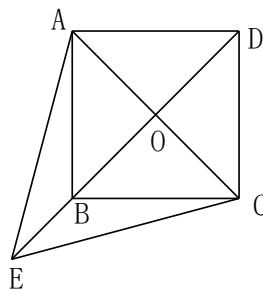
典型例题：

1、如图：正方形 ABCD 的对角线 AC, BD 相交于点 O, 点 E 在 OB 的延长线上, 且 $\angle ECB = 15^\circ$ 。

求证：△AEC 是等边三角形。

分析：如何证明一个图形是等边三角形？

本题中如何去找到这些条件？



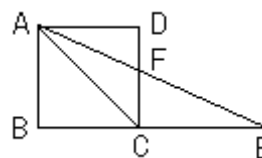
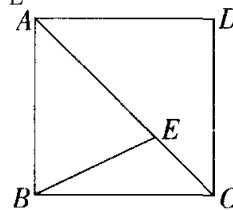
巩固练习：

一、填空题

1、如图，在正方形 ABCD 中，E 是对角线 AC 上一点， $AE = AB$ ，则 $\angle EBC =$ _____。

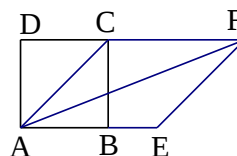
2、若正方形的一条角平分线 m，则这个正方形的面积为_____。

3、如图，正方形 ABCD 的边 BC 的延长线上取一点 E，使 $CE = AC$ ，AE 与 CD 交于点 F，则 $\angle AFC =$ _____。

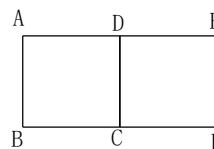


4、如图，以正方形 ABCD 的对角线 AC 为边作菱形 AEFC，则 $\angle FAB =$ _____。

5、一个正方形要绕它的中心至少旋转 _____°，才能和原来的图形重合；若绕它的一个顶点至少旋转 _____°，才能和原来的图形重合。



6、如图，把四边形 CDEF 旋转后能与正方形 CDAB 重合，那么可作为旋转中心的点有_____个。



7、一正方形和一矩形面积相等，已知正方形边长为 16cm，矩形一边长为 8cm，则另一边长为_____。

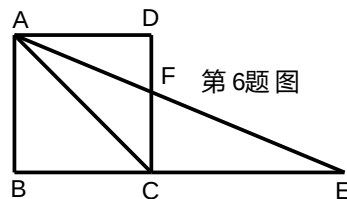
8、用两个形状和大小完全一样的直角三角形，一定能拼成下列图形中的_____。

①等腰三角形；②平行四边形；③矩形；④菱形；⑤正方形。

二、选择题

9、如图所示,在正方形 ABCD 的边 BC 的延长线上取一点 E,使 $CE=AC$, AE 交 CD 于点 F。那么, $\angle AFC=(\quad)$ 。

- A. 112.5° ; B. 120° ;
C. 135° ; D. 150° 。



第 6 题图

10、正方形具有而菱形不一定具有的性质是 $(\quad)$ 。

- A. 四条边都相等; B. 对角线相等;
C. 对角线互相垂直平分; D. 每条对角线平分一组对角。

11、如果一个四边形绕对角线的交点旋转 90° , 所得的图形与原来的图形重合, 那么这个四边形一定是 $(\quad)$ 。

- A. 平行四边形; B. 矩形; C. 菱形; D. 正方形。

12、已知四边形两邻边长, 则能画出惟一确定的图形是 $(\quad)$ 。

- A. 平行四边形; B. 菱形; C. 等腰梯形; D. 矩形。

13、下列命题中, 真命题是 $(\quad)$ 。

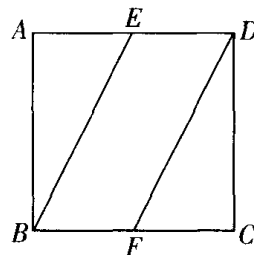
- A. 对角线互相垂直且相等的四边形是菱形;
B. 对角线互相垂直且相等的四边形是矩形;
C. 对角线互相平分且相等的四边形是菱形;
D. 对角线互相平分且相等的四边形是矩形。

14、下列命题中, 错误的是 $(\quad)$ 。

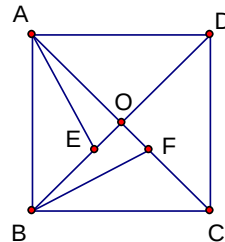
- A. 有一个角是直角的菱形是正方形; B. 三个角都相等的四边形是矩形;
C. 矩形的对角线互相平分且相等; D. 菱形的对角线互相垂直平分。

三、简答题

1、如图所示, 在正方形 ABCD 中, 点 E、F 分别是 AD、BC 的中点, 试说明四边形 BFDE 是平行四边形。

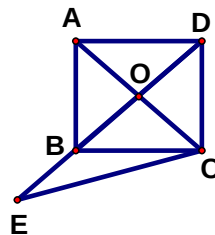


2、已知: 如图, 在正方形 ABCD 中, AC、BD 相交于点 O, E、F 分别在 OB、OC 上, 且 $OE=OF$ 。求证: $AE \perp BF$ 。

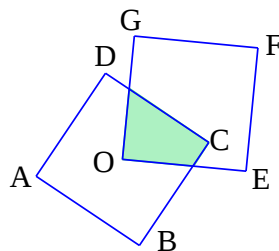


3、已知：正方形 ABCD 的对角线 AC 上一点 E，BG⊥AB 于 G，EF⊥AD 于 F。求证：四边形 ABEF 为正方形。

4、如图，正方形 ABCD 的对角线 AC、BD 相交于点 O，点 E 为对角线 BD 延长线上一点，CE=BD。求∠ECB 的度数。



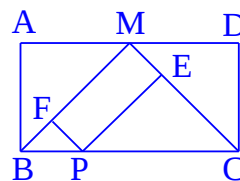
5、如图，正方形 ABCD 和正方形 OEFG 的边长均为 a ，O 是正方形 ABCD 的旋转对称中心，求证图中阴影部分的面积是 $\frac{1}{4}a^2$ 。



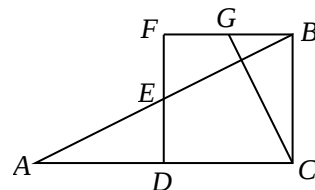
6、已知：正方形 ABCD，以 AD 为边作等边三角形 ADE，求∠BEC 的度数。（要求画出图形，再求解）

7、如图，点 M 是矩形 ABCD 的边 AD 的中点，点 P 是 BC 边上一动点，PE⊥MC 于 E，PF⊥BM 于 F。

- (1) 当矩形 ABCD 的长与宽满足什么条件时，四边形 PEMF 为矩形，请猜想并说明理由。
- (2) 在(1)中，当点 P 运动到什么位置时，矩形 PEMF 变为正方形？为什么？

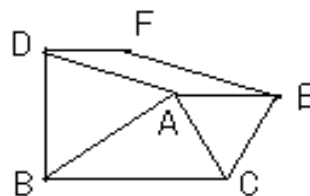


- 8、如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， D 、 E 分别是边 AC 、 AB 的中点，过点 B 作 $BF\perp DE$ ，交线段 DE 的延长线于点 F ，过点 C 作 $CG\perp AB$ ，交 BF 于点 G ，如果 $AC=2BC$ 。
求证：(1) 四边形 $BCDF$ 是正方形；(2) $AB=2CG$ 。



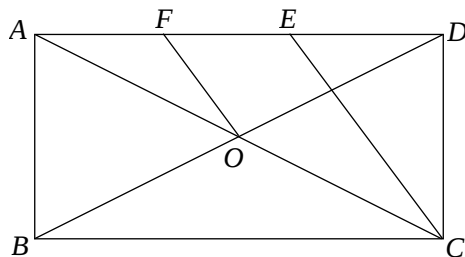
- 9、如图，以 $\triangle ABC$ 的边 AB 、 AC 为边的等边三角形 ABD 和等边三角形 ACE ，四边形 $ADFE$ 是平行四边形。

- (1) 当 $\angle BAC$ 满足什么条件时，四边形 $ADFE$ 是矩形？
(2) 当 $\angle BAC$ 满足什么条件时，平行四边形 $ADFE$ 不存在？
(3) 当 $\triangle ABC$ 分别满足什么条件时，平行四边形 $ADFE$ 是菱形，正方形？



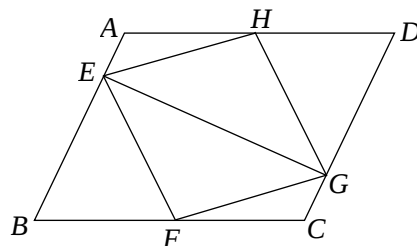
第 6 讲 平行四边形专题复习一

1. 如图，已知在矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC 、 BD 交于点 O ， $CE=AE$ ， F 是 AE 的中点， $AB=4$ ， $BC=8$ 。求线段 OF 的长。



2. 已知：如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，点 E 、 F 、 G 、 H 分别在边 AB 、 BC 、 CD 、 DA 上，且 $AE=CG$ ， $AH=CF$ ， EG 平分 $\angle HEF$ 。

- (1) 求证：四边形 $EFGH$ 是平行四边形；
(2) 求证：四边形 $EFGH$ 是菱形。

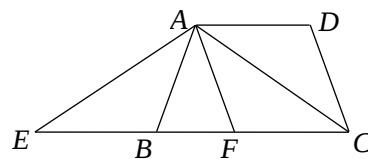


3. 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $BA = AD = DC$, 点 E 在边 CB 的延长线上, 且 $BE = AD$.

(1) 求证: $AC = AE$;

(2) 如果点 F 在边 BC 上, $\angle AFB = 2\angle AEF$,

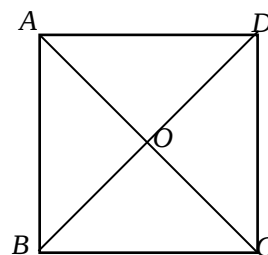
求证: 四边形 $AFCD$ 是菱形.



4. 已知四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 对下列条件 ① $\angle A = 90^\circ$, ② $\angle BAC = \angle DAC$, ③ $OA = OB$,

④ $AC \perp BD$, 分别用序号写在四张卡片上, 如果从四张卡片中随机抽出两张.

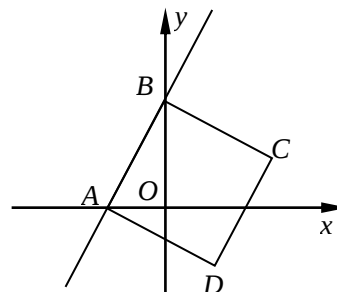
当抽得的卡片序号是①和②时, 用①和②作为条件, 是否能够得到平行四边形 $ABCD$ 是正方形, 若能, 请证明; 若不能, 请说明理由;



5. 如图, 一次函数 $y = 2x + 4$ 的图像与 x 、 y 轴分别相交于点 A 、 B , 四边形 $ABCD$ 是正方形.

(1) 求点 A 、 B 、 D 的坐标;

(2) 求直线 BD 的表达式.

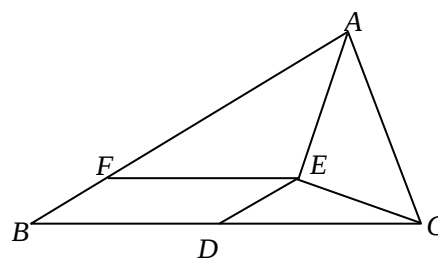


6. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 是边 BC 的中点, 点 E 在 $\triangle ABC$ 内, AE 平分 $\angle BAC$, $CE \perp AE$, 点 F 在边 AB 上, $EF \parallel BC$.

(1) 求证: 四边形 $BDEF$ 是平行四边形;

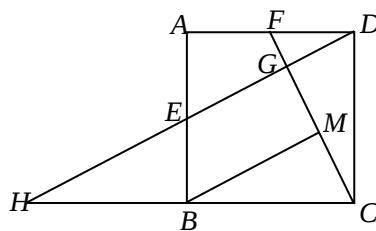
(2) 线段 BF 、 AB 、 AC 的数量之间具有怎样的关系?

证明你所得到的结论.



7.如图,在正方形 $ABCD$ 中,点 E 、 F 分别是边 AB 、 AD 的中点, DE 与 CF 相交于 G , DE 、 CB 的延长线相交于点 H , 点 M 是 CG 的中点.

求证: (1) $BM \parallel GH$; (2) $BM \perp CF$.

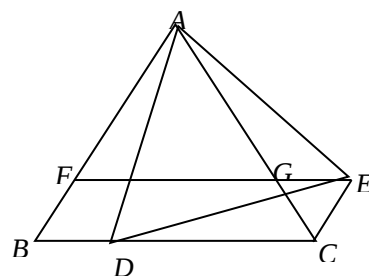


8.在等边 $\triangle ABC$ 中, $AB=8$, 点 D 在边 BC 上, $\triangle ADE$ 为等边三角形, 且点 E 与点 D 在直线 AC 的两侧, 过点 E 作 $EF \parallel BC$, EF 与 AB 、 AC 分别相交于点 F 、 G .

(1) 如图, 求证: 四边形 $BCEF$ 是平行四边形;

(2) 设 $BD=x$, $FG=y$, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出定义域;

(3) 如果 AD 的长为 7 时, 求线段 FG 的长.

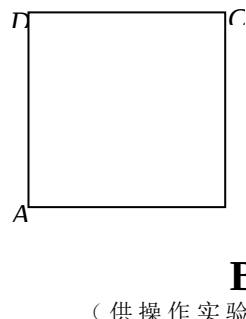
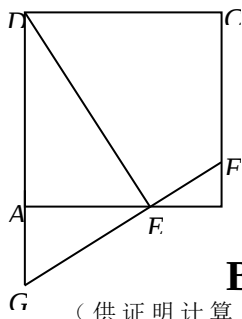


9. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E 在边 AB 上 (点 E 与点 A 、 B 不重合), 过点 E 作 $FG \perp DE$, FG 与边 BC 相交于点 F , 与边 DA 的延长线相交于点 G .

(1) 由几个不同的位置, 分别测量 BF 、 AG 、 AE 的长, 从中你能发现 BF 、 AG 、 AE 的数量之间具有怎样的关系? 并证明你所得到的结论;

(2) 联结 DF , 如果正方形的边长为 2, 设 $AE=x$, $\triangle DFG$ 的面积为 y , 求 y 与 x 之间的函数解析式, 并写出函数的定义域;

(3) 如果正方形的边长为 2, FG 的长为 $\frac{5}{2}$, 求点 C 到直线 DE 的距离.



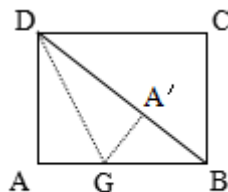
第7讲 平行四边形专题复习课(二)

一、单项选择题

- 下列命题中, 真命题是 ()
 A. 一组对边平行, 一组对角相等的四边形是平行四边形;
 B. 两条对角线相等的四边形是矩形;
 C. 一条对角线平分一组对角的四边形是菱形;
 D. 四条边相等的四边形是正方形.
- 下列命题中错误的是 ()
 A. 两组对边分别相等的四边形是平行四边形;
 B. 对角线相等的平行四边形是矩形;
 C. 一条对角线平分一个内角的平行四边形是菱形;
 D. 两条对角线互相垂直且相等的四边形是菱形.

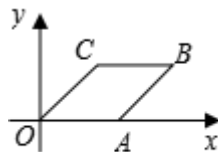
- 如图, 矩形纸片 $ABCD$ 中, $AB=4$, $AD=3$, 折叠纸片使 AD 边与对角线 BD 重合, 折痕为 DG , 则 AG 的长为 ()

- A. 1; B. $\frac{4}{3}$; C. $\frac{3}{2}$; D. 2.



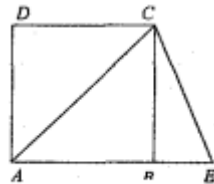
- 菱形 $OABC$ 在平面直角坐标系中的位置如图所示, $\angle AOC = 45^\circ$, $OC = \sqrt{2}$, 则点 B 的坐标为 ()

- A. $(\sqrt{2}, 1)$; B. $(1, \sqrt{2})$;
 C. $(\sqrt{2}+1, 1)$; D. $(1, \sqrt{2}+1)$.

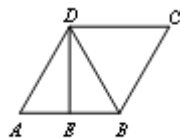


二、填空题

- 矩形 $ABCD$ 的两条对角线相交于点 O , $\angle AOB = 60^\circ$, $AB = 1$, 则矩形的周长为_____.
- 已知菱形的边长为 10, 一条对角线长为 16, 那么这个菱形的面积为_____.
- 已知菱形的边长和一条对角线的长均为 2cm , 则该菱形的另一条对角线长为_____ cm .
- 若一个菱形的边长为 2, 则这个菱形两条对角线长的平方和为_____.
- 如图, 四边形 $ABCD$ 是正方形, 延长 AB 到 E , 使 $AE = AC$, 则 $\angle BCE$ 的度数是_____.
- 如图, 已知菱形 $ABCD$ 中, $\angle ABC$ 是钝角, DE 垂直平分边 AB , 若 $AE = 2$, 则 $DB =$ _____.
- 已知命题“菱形的顶点到它的两条对边的距离相等”, 写出它的逆命题: _____; 这组命题_____构成一组逆定理. (添入“是”或“不”)
- 在以下六种几何图形中: ①平行四边形; ②线段; ③菱形; ④等腰三角形; ⑤圆; ⑥等边三角形, 既是轴对称图形, 又是中心对称图形的是_____. (写出编号)
- 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $\angle A = 110^\circ$, E, F 分别是边 AB 和 BC 的中点, $EP \perp CD$ 于点 P , 则 $\angle FPC =$ _____度.

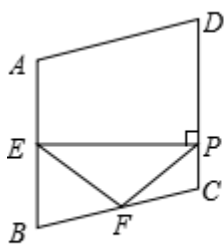


第9题

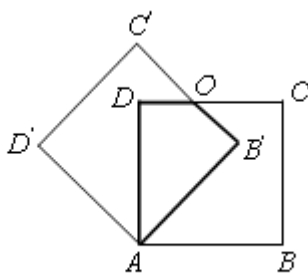


第10题图

- 14、如图,边长为1的正方形ABCD绕点A逆时针旋转45度后得到正方形 $AB'C'D'$,边 $B'C'$ 与DC交于点O,则四边形 $AB'OD$ 的周长是_____.
- 15、如图,将两张长为8,宽为2的矩形纸条交叉,使重叠部分是一个菱形,容易知道当两张纸条垂直时,菱形的周长有最小值8,那么菱形周长的最大值是_____.
- 16、在边长为2的菱形ABCD中, $\angle B=45^\circ$,AE为BC上的高,将 $\triangle ABE$ 沿AE所在直线翻折后得 $\triangle AB'E$,那么 $\triangle AB'E$ 与四边形AECD重叠部分的面积是_____.



第13题



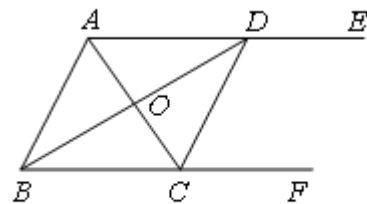
第14题



第15题

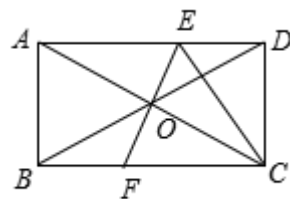
三、解答题

- 17、已知:如图, $AE \parallel BF$,AC平分 $\angle BAD$,交BF于点C,BD平分 $\angle ABC$,交AE于点D,联结CD.求证:四边形ABCD是菱形.



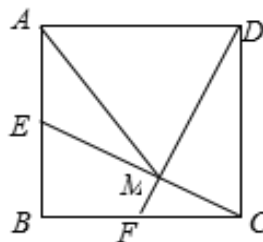
第17题

- 18、如图,过矩形ABCD对角线交点O,AB=AO,作 $EF \perp AC$ 分别交AD于E、BC于F,联结EC.求证:EF=EC.



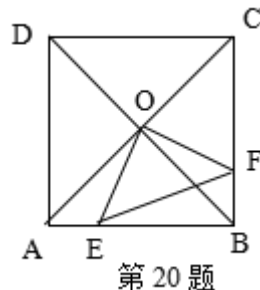
第18题

- 19、如图,正方形ABCD中,E、F分别为AB、BC中点,CE交DF于M.求证:AM=AD.



第19题

- 20、 如图，边长为 1 的正方形 $ABCD$ 的对角线交于点 O ， E 、 F 分别为 AB 、 BC 边上的点， $\angle EOF=90^\circ$ ，联结 EF ，设 $AE=x$ ，下列图形的面积是否随着 x 的变化而变化？如不变，请求出该图形面积的大小；如有变化，请求出该图形面积 y 关于 x 的函数解析式及其定义域。（1）四边形 $OEBF$ ；（2） $\triangle OEF$ 。



第 8 讲 梯形

【知识点梳理】

梯形是一种特殊的四边形，我们重点研究特殊的梯形：等腰梯形和直角梯形；重点研究等腰梯形的性质和判定。

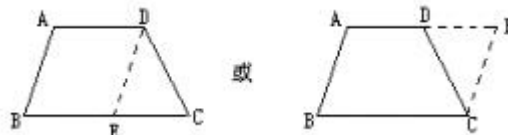
1. 梯形定义：一组对边平行而另一组对边不平行的四边形叫做梯形。
2. 直角梯形定义：一腰垂直于底的梯形叫做直角梯形。
3. 等腰梯形定义：两腰相等的梯形叫做等腰梯形。

解决有关梯形问题经常需要添加辅助线，下面我们研究几种常见的辅助线：

1. 延长两腰交于一点

作用：使梯形问题转化为三角形问题。

若是等腰梯形则得到等腰三角形。

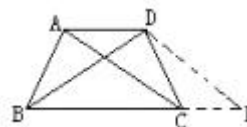


2. 平移一腰

作用：使梯形问题转化为平行四边形及三角形问题。

3. 作高

作用：使梯形问题转化为直角三角形及矩形问题。

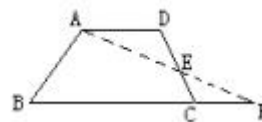


4. 平移一条对角线

作用：（1）得到平行四边形 $ACED$ ，使 $CE=AD$ ，

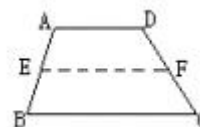
BE 等于上、下底的和

（2） $S_{\text{梯形 } ABCD} = S_{\triangle DBE}$



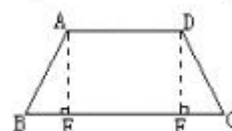
5. 当有一腰中点时，连结一个顶点与一腰中点并延长交一个底的延长线。

作用：可得 $\triangle ADE \cong \triangle FCE$ ，所以使 $S_{\text{梯形 } ABCD} = S_{\triangle ABF}$ 。



6. 添加梯形中位线

作用：能应用梯形中位线的有关性质。



课堂练习

一. 判断

- (1) 只有一组对边平行的四边形是梯形 ()
- (2) 梯形的内角最多有两个是锐角 ()
- (3) 等腰梯形的两条对角线相等 ()
- (4) 等腰梯形的对角互补 ()
- (5) 我们通常把梯形中较短的底叫上底, 较长的底叫下底 ()
- (6) 梯形的高一定小于腰的长度 ()
- (7) 如果一个梯形是轴对称图形, 则它一定是等腰梯形 ()
- (8) 对角互补的梯形为等腰梯形 ()
- (9) 如果梯形的一组对角互补, 则另一组对角也互补 ()
- (10) 延长等腰梯形的两腰交于一点后形成的图形中的三角形一定是等腰三角形 ()

二. 选择题

(1) 在等腰梯形中, 下列结论: ①两腰相等; ②两底平行; ③对角线相等; ④两底角相等. 其中正确的有 () 个

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

(2) 等腰梯形的上底、下底、高之比为 $1:3:1$, 则下底角的度数是 ()

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 75°

(3) 等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, AC 与 BD 交于 O 点, 图中全等三角形有 ()

- A. 两对 B. 四对 C. 一对 D. 三对

(4) 等腰梯形中, 下列判断正确的是 ()

- A. 两底相等 B. 两个角相等 C. 同底上两底角互补 D. 对角线交点在对称轴上

(5) 如图 4-83, 在梯形 $ABCD$ 中, 边 AB 与 CD 平行, 对角线 BD 与边 AD 的长相等. 若 $\angle DCB = 110^\circ$, $\angle CBD = 30^\circ$, 那么 $\angle ADB$ 等于 ()

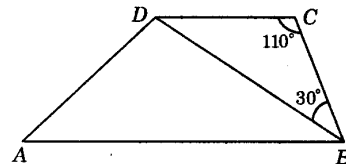
- A. 80° B. 90° C. 100° D. 110°

(6) 等腰梯形上、下底差等于一腰的长, 那么腰与下底的夹角是 ()

- A. 75° B. 60° C. 45° D. 30°

(7) 在梯形 $ABCD$ 中, 两底 $AB = 14\text{cm}$, $DC = 6\text{cm}$. 两底角 $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, 则腰 BC 的长为 ()

- A. 8cm B. 6cm C. 4cm D. 3cm



(8) 已知梯形的两个对角分别是 78° 和 120° ，则另两个角分别是 ()

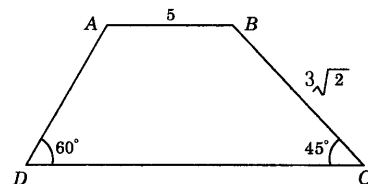
- A. 78° 或 120° B. 102° 或 60° C. 120° 或 78° D. 60° 或 120°

(9) 等腰梯形上底长 2cm，过它的一个端点引一腰的平行线与下底相交，所得三角形的周长为 6cm，则梯形的周长为 ()

- A. 12cm B. 10cm C. 8cm D. 9cm

(10) 如图 4-84, $ABCD$ 是一梯形, $AB \parallel DC$, $AB=5$, $BC=3\sqrt{2}$, $\angle BCD=45^\circ$, $\angle CDA=60^\circ$, DC 的长度是 ()

- A. $8+3\sqrt{3}$ B. 8 C. $9\frac{1}{2}$ D. $8+\sqrt{3}$



三. 填空题

(1) 等腰梯形上底的长与腰长相等，而一条对角线与一腰垂直，则梯形上底角的度数是_____；

(2) 以线段 $a=16$ 、 $b=13$ 为梯形的两底，以 $c=10$ 为一腰，则另一腰长 d 的范围是_____；

(3) 直角梯形的斜腰长为 12cm，这条腰和一底所成的角为 30° ，则另一腰是_____；

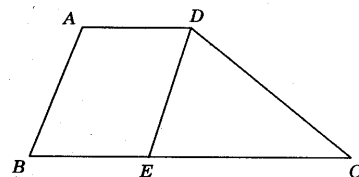
(4) 在周长为 30cm 的梯形 $ABCD$ 中，上底 $CD=5$ cm， $DE \parallel BC$ ，交 AB 于 E ，则 $\triangle ADE$ 的周长为_____cm；

(5) 等腰梯形的腰与上底相等且等于下底的一半，则该梯形对角线与下底的夹角为_____；

(6) 直角梯形的两腰的比为 1:2，则它的内角中锐角的度数为_____；

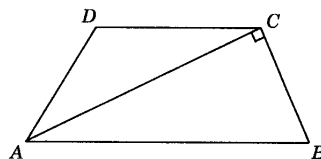
(7) 直角梯形的一腰与底边夹角为 60° ，此腰与上底的长都是 8cm，则梯形的周长是_____。

(8) 如右图，梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $DE \parallel AB$ ， $\triangle DEC$ 的周长为 10cm， $BE=5$ cm，则梯形 $ABCD$ 的周长为_____；



(9) 在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle B=65^\circ$ ， $\angle C=75^\circ$ ，则 $\angle D=_____$ ， $\angle A=_____$ ；

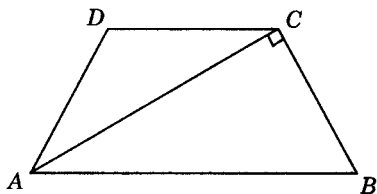
(10) 如右图，梯形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ， $\angle ACB=90^\circ$ ，且 AC 平分 $\angle BAD$ ， $\angle D=120^\circ$ ， $CD=3$ cm，则梯形的周长为_____cm；



四、解答题

1. 等腰梯形 $ABCD$ 中，上底 AD 等于腰 AB ，下底 BC 等于对角线 BD ，求各内角度数。

2. 如下图，等腰梯形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ， $DC = AD = BC$ ，且对角线 AC 垂直于腰 BC ，求梯形的各个内角。



第 9 讲 等腰梯形

【知识梳理】

等腰梯形的性质：

- (1) 由定义知：两腰相等，两底平行；
- (2) 等腰梯形在同一底上的两个角相等；
- (3) 等腰梯形的两条对角线相等；
- (4) 等腰梯形是轴对称图形。

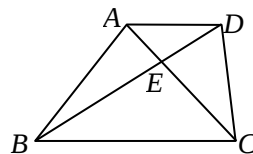
等腰梯形的判定：

- (1) 用定义判定；
- (2) 同一底上的两个角相等的梯形是等腰梯形；
- (3) 两条对角线相等的梯形是等腰梯形。

课堂练习

一、单项选择题

1. 下列说法中不一定成立的是 ()
 A. 平行四边形的对角线互相平分； B. 矩形的对角线互相垂直；
 C. 菱形的对角线互相垂直平分； D. 等腰梯形的对角线相等。
2. 如图，梯形 $ABCD$ 的两条对角线交于点 E ，图中面积相等的三角形共有几对 ()
 A. 1； B. 2； C. 3； D. 4。
3. 四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AB = DC$ ，且 E 、 F 分别为 AB 、 DC 中点，则以



第 2 题

下结论一定成立的是 ()

A、 $AB \parallel DC$; B、 $AD=BC$; C、 $AC=BD$; D、 $EF=\frac{1}{2}(AD+BC)$.

4、一个四边形四个角的度数之比依次为 7: 5: 5: 3, 则该四边形一定是 ()

A. 平行四边形; B. 等腰梯形; C. 直角梯形; D. 以上都不对.

二、填空题

4、在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 则 $\angle A + \angle C =$ _____ 度.

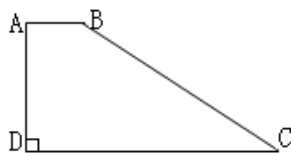
5、等腰梯形的上底是 4cm, 下底是 10cm, 一个底角是 60° , 则等腰梯形的腰长是 _____ cm.

6、已知等腰梯形的一个内角为 45° , 高为 2, 上底为 2, 则其面积为 _____.

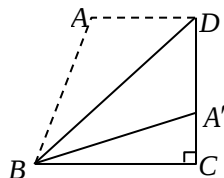
7、如图, 在直角梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AD \perp CD$, $AB=1$ cm,

$AD=6$ cm, $CD=9$ cm, 则 $BC=$ _____ cm.

8、如图, 梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $DC \perp BC$, 将梯形沿对角线 BD 折叠, 点 A 恰好落在 DC 边上的点 A' 处, 若 $\angle A'BC=20^\circ$, 则 $\angle A'BD$ 的度数为 _____.



第 8 题



第 9 题

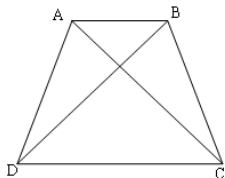
9、在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AD=3$ cm, $AB=4$ cm, $\angle B=60^\circ$, 则下底 BC 的长为 _____ cm.

10、在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $\angle A=60^\circ$, $\angle B=30^\circ$, $AD=CD=6$, 则 AB 的长度为 _____.

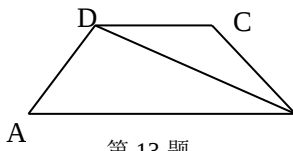
11、如图, 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel DC$, $AC \perp BD$, $AC=6$ cm, 则等腰梯形 $ABCD$ 的面积为 _____ cm^2 .

12、如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel DC$, $DB \perp AD$, $AD=DC=BC=2$ cm, 那么梯形 $ABCD$ 的面积是 _____ cm^2 .

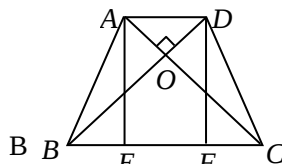
13、如图, 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 对角线 $AC \perp BD$ 于点 O , $AE \perp BC$, $DF \perp BC$, 垂足分别为 E , F , 设 $AD=a$, $BC=b$, 则四边形 $AEFD$ 的周长是 _____.



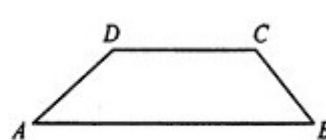
第 12 题



第 13 题



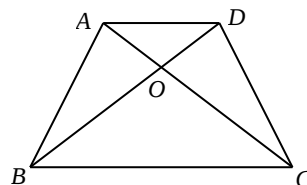
第 14 题



第 15 题

14、如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $DC \parallel AB$, $\angle A + \angle B = 90^\circ$. 若 $AB=10$, $AD=4$, $DC=5$, 则梯形 $ABCD$ 的面积为 _____.

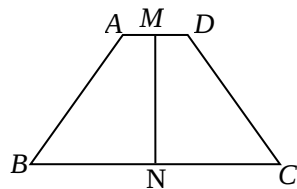
15、如图, 在四边形 $ABCD$ 中, 已知 AB 与 CD 不平行, $\angle ABD = \angle ACD$, 请你添加一个条件: _____, 使得加上这个条件后能够推出 $AD \parallel BC$ 且 $AB = CD$.



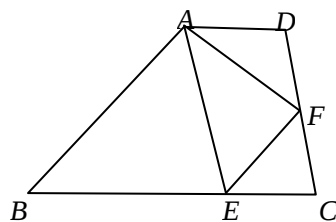
第 16 题

三、解答题

- 16、 如图，梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，点 M 、 N 分别是 AD 、 BC 的中点，且 $MN \perp BC$ 。
求证：四边形 $ABCD$ 是等腰梯形。

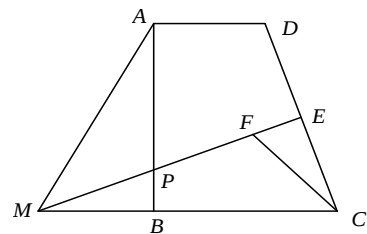


- 17、 如图，梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，点 E 在 BC 上， $AE = BE$ ，点 F 是 CD 的中点，且 $AF \perp AB$ ，若 $AD = 2.7$ ， $AF = 4$ ， $AB = 6$ ，求 CE 的长。



- 18、 已知：如图，在直角梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ 。点 E 是 DC 的中点，过点 E 作 DC 的垂线交 AB 于点 P ，交 CB 的延长线于点 M 。点 F 在线段 ME 上，且满足 $CF = AD$ ， $MF = MA$ 。

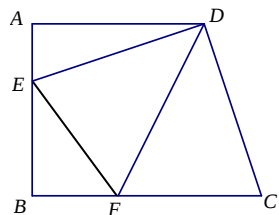
- (1) 若 $\angle MFC = 120^\circ$ ，求证： $AM = 2MB$ ；
(2) 若 CF 平分 $\angle DCM$ ，求 $\angle AMC$ 的度数。



24 题

- 19、 如图，直角梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle A = 90^\circ$ ， $AB = AD = 6$ ， $DE \perp DC$ 交 AB 于 E ， DF 平分 $\angle EDC$ 交 BC 于 F ，连结 EF 。

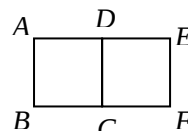
- (1) 证明： $EF = CF$ ；
(2) 当 $AE = \frac{1}{3}AD$ 时，求 EF 的长。



第 10 讲 中位线

一、单项选择题

- 连接等腰梯形各边中点所得的四边形的形状一定是()
A. 等腰梯形; B. 矩形; C. 菱形; D. 正方形.
- 顺次连结四边形 ABCD 各中点得四边形 EFGH, 要使四边形 EFGH 为矩形, 应添加的条件是()
A. $AB \parallel DC$; B. $AB = DC$; C. $AC \perp BD$; D. $AC = BD$.
- 如图, 如果四边形 CDEF 旋转后能与正方形 ABCD 重合, 那么图形所在的平面上可以作为旋转中心的点共有几个. ()
A. 1 个; B. 2 个;
C. 3 个; D. 4 个.



第 3 题

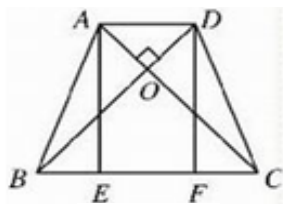
- 用若干根相同的火柴棒首尾顺次相接围成一个梯形(提供的火柴棒全部用完), 下列根数的火柴棒不能围成梯形的是()
A. 5; B. 6; C. 7; D. 8.



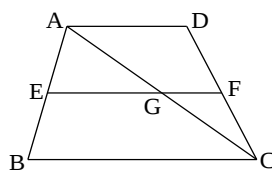
第 4 题

二、填空题

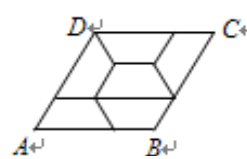
- 在 $\triangle ABC$ 中, D、E 分别是 AB、AC 的中点, 若 $\triangle ADE$ 的周长是 18, 则 $\triangle ABC$ 的周长是_____.
- 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D、E、F 分别是 AB、BC、CA 的中点, 若 $\triangle ABC$ 的面积为 36 cm^2 , 则 $\triangle DEF$ 的面积为_____ cm^2 .
- 梯形的中位线长为 m, 高为 h, 则梯形的面积用 m、h 表示为_____.
- 如图, 在等腰梯形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, 对角线 $AC \perp BD$ 于点 O, $AE \perp BC$, $DF \perp BC$, 垂足分别为 E、F, $AD = 4$, $BC = 8$, 则梯形 ABCD 的面积等于_____.
- 如图, 梯形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, EF 是梯形的中位线, 对角线 AC 交 EF 于 G, 若 $BC = 10 \text{ cm}$, $EF = 8 \text{ cm}$, 则 GF 的长等于_____ cm.
- 如图, 菱形 ABCD 由 6 个腰长为 2, 且全等的等腰梯形镶嵌而成, 则线段 AC 的长为_____.



第 8 题

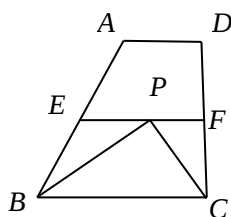


第 9 题

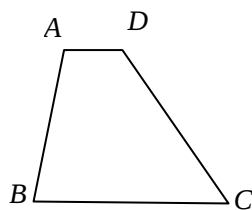


第 10 题

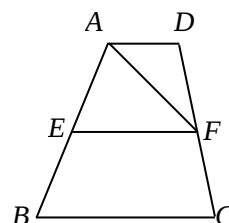
- 如图, 梯形 ABCD 中, $\angle ABC$ 和 $\angle DCB$ 的平分线相交于梯形中位线 EF 上的一点 P, 若 $EF = 3$, 则梯形 ABCD 的周长为_____.
- 如图, 梯形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, $\angle B = 70^\circ$, $\angle C = 40^\circ$, 作 $DE \parallel AB$ 交 BC 于点 E, 若 $AD = 3$, $BC = 10$, 则 CD 的长是_____.
- 如图, 已知梯形 ABCD 的中位线为 EF, 且 $\triangle AEF$ 的面积为 6 cm^2 , 则梯形 ABCD 的面积为_____ cm^2 .



第 11 题

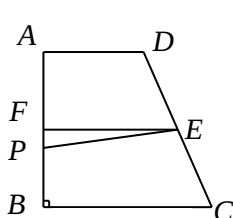


第 12 题

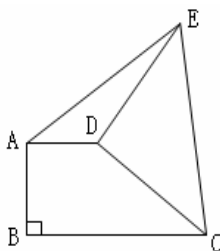


第 13 题

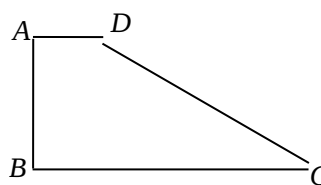
- 14、如图梯形 $ABCD$ 的两底长为 $AD=6$, $BC=10$, 中位线为 EF , 且 $\angle B=90^\circ$, 若 P 为 AB 上的一点, 且 PE 将梯形 $ABCD$ 分成面积相同的两区域, 则 $\triangle EFP$ 与梯形 $ABCD$ 的面积比为_____.
- 15、如图, 直角梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB \perp BC$, $AD=2$, 将腰 CD 以 D 为中心逆时针旋转 90° 至 DE , 连接 AE 、 CE , $\triangle ADE$ 的面积为 3, 则 BC 的长为_____.
- 16、如图, 在直角梯形纸片 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle A=90^\circ$, $\angle C=30^\circ$, 点 F 是 CD 边上一点, 将纸片沿 BF 折叠, 点 C 落在 E 点, 使直线 BE 经过点 D , 若 $BF=CF=8$, 则 AD 的长为_____.



第 14 题



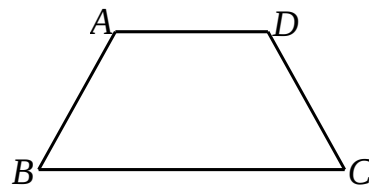
第 15 题



第 16 题

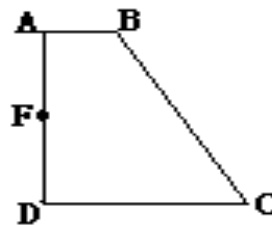
三、解答题

- 17、如图, 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 若 $AB=AD=CD=6$, $BC=12$, 求: (1) $\angle B$ 的度数; (2) 梯形 $ABCD$ 的面积.



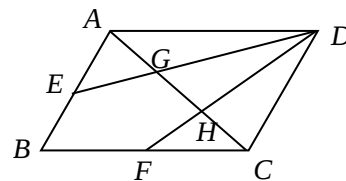
第 17 题

- 18、如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel DC$, 角 $D=90^\circ$, $AD=DC=4$, $AB=1$, F 为 AD 的中点, 求点 F 到 BC 的距离.



第 18 题

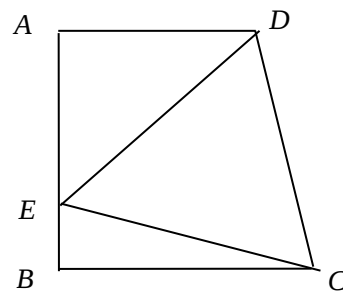
- 19、 如图，四边形 $ABCD$ 中， E 、 F 分别为 AB 、 BC 的中点， DE 、 DF 分别交对角线 AC 于 G 、 H ，且 $AG=GH=HC$ ，
求证：四边形 $ABCD$ 是平行四边形.



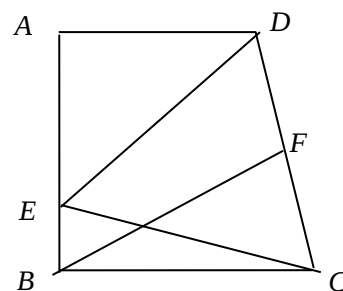
第 19 题

- 20、 如图所示，在直角梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AB \perp BC$ ，
 $\angle DCB=75^\circ$ ，以 CD 为一边的等边 $\triangle DCE$ 的另一顶点 E 在腰 AB 上.

- (1) 求 $\angle AED$ 的度数；
- (2) 求证： $AB=BC$ ；
- (3) 如图②所示，若 F 为线段 CD 上一点，
 $\angle FBC=30^\circ$ ，求证： $DF=FC$.



图①



图②

第 11 讲 平面向量

知识梳理:

1. 向量的概念: 既有大小又有方向的量叫向量

2. 向量的表示方法:

- ①用有向线段表示;
- ②用字母 $\mathbf{a}$ 、 $\mathbf{b}$ 等表示;
- ③用有向线段的起点与终点字母

3. 零向量、单位向量概念:

- ①长度为 0 的向量叫零向量, 记作 $\mathbf{0}$;
- ②长度为 1 个单位长度的向量, 叫单位向量.

说明: 零向量、单位向量的定义都是只限制大小, 不确定方向.

4. 平行向量定义:

- ①方向相同或相反的非零向量叫平行向量;
- ②我们规定 $\mathbf{0}$ 与任一向量平行.

说明: (1) 综合①、②才是平行向量的完整定义;

向量 $\mathbf{a}$ 、 $\mathbf{b}$ 、 $\mathbf{c}$ 平行, 记作 $\mathbf{a} // \mathbf{b} // \mathbf{c}$.

5. 相等向量定义:

长度相等且方向相同的向量叫相等向量.

说明: (1) 向量 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 相等, 记作 $\mathbf{a} = \mathbf{b}$;

(2) 零向量与零向量相等;

(3) 任意两个相等的非零向量, 都可用同一条有向线段来表示, 并且与有向线段的起点无关.

课堂练习

一、单项选择题

1、若 $\vec{AB}$ 是非零向量, 则下列等式正确的是 ()

A. $\vec{AB} = \vec{BA}$; B. $|\vec{AB}| = |\vec{BA}|$; C. $\vec{AB} + \vec{BA} = \mathbf{0}$; D. $|\vec{AB}| + |\vec{BA}| = 0$.

2、已知向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$, 则 ()

A. $\vec{a} = \vec{b}$; B. $\vec{a} = -\vec{b}$; C. $\vec{a} // \vec{b}$; D. 以上都有可能

3、如果点 C、D 在线段 AB 上, 且与 A、B 都不重合, 又 $AC = BD$, 那么下列结论中正确的是 (D)

A. $\vec{AC}$ 与 $\vec{BD}$ 是相等向量; B. $\vec{AD}$ 与 $\vec{BC}$ 是相等向量;

C. $\vec{AC}$ 与 $\vec{BC}$ 是相反向量; D. $\vec{AD}$ 与 $\vec{BC}$ 是相反向量.

4、四边形 ABCD 中, 已知 $\vec{AB} + \vec{CD} = \vec{0}$, $|\vec{AC}| = |\vec{BD}|$ 那么四边形 ABCD 是 ()

A. 菱形; B. 矩形; C. 等腰梯形; D. 矩形或等腰梯形.

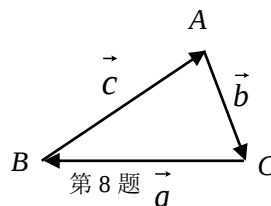
二、填空题

5、 向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 满足等式_____时，它们是相反向量.

6、 与 $\vec{AB} - \vec{CB}$ 相等的向量是_____.

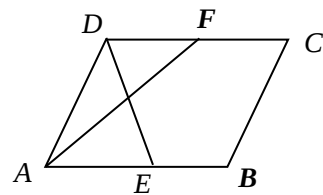
7、 化简 $\vec{AC} - \vec{BD} + \vec{CD} - \vec{AB} =$ _____.

8、 如图， $\triangle ABC$ 中，设 $\vec{CB} = \vec{a}$ ，



$\vec{AC} = \vec{b}$ ， $\vec{BA} = \vec{c}$ ，则向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ 之间的等量关系是_____.

9、 如图，在 $\square ABCD$ 中，点 E 、 F 分别 AB 、 DC 的中点，设 $\vec{AF} = \vec{a}$ ， $\vec{ED} = \vec{b}$ ，则用 $\vec{a}$ ，



$\vec{b}$ 表示向量 $\vec{CD} =$ _____.

10、 梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，那么与 $\vec{AD}$ 平行的向量是_____.

11、 四边形 $ABCD$ 中，已知 $\vec{AB} + \vec{CD} = \vec{0}$ ，则向量 $\vec{AD}$ 与 $\vec{BC}$ 之间的关系是_____.

12、 四边形 $ABCD$ 中，记 $\vec{AB} = \vec{a}$ ， $\vec{BC} = \vec{b}$ ， $\vec{DC} = \vec{c}$ ， $\vec{AD} = \vec{d}$ ，则 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ 、 $\vec{d}$ 之间的关系是_____.

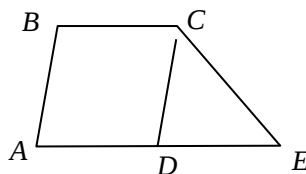
13、 如图，在 $\square ABCD$ 中，点 E 在边 AD 的延长线上， $DE = AD$ ，设 $\vec{AB} = \vec{a}$ ， $\vec{BC} = \vec{b}$ ，

试用向量 $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ 表示 $\vec{EC} =$ _____.

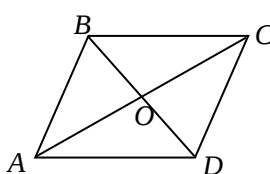
14、 如图，在 $\square ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 相交于点 O ，设 $\vec{AO} = \vec{a}$ ， $\vec{DO} = \vec{b}$ ，试用

向量 $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ 表示下列向量 $\vec{CD} =$ _____.

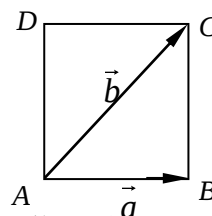
15、 如图，在正方形 $ABCD$ 中， $AB = 2$ ，记 $\vec{AB} = \vec{a}$ ， $\vec{AC} = \vec{b}$ ，则 $|\vec{a} + \vec{b}| =$ _____.



第 13 题



第 14 题



第 15 题

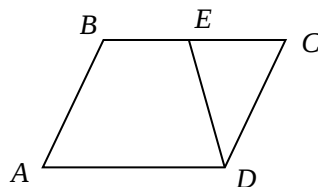
三、解答题

16、 如图，在 $\square ABCD$ 中，点 E 是 BC 边的中点，设 $\vec{AB} = \vec{a}$ ， $\vec{BE} = \vec{b}$ ，

(1) 写出所有与 $\vec{BE}$ 互为相反向量的向量：_____；

(2) 试用向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{DE}$, 则 $\overrightarrow{DE} =$ _____;

(3) 在图中求作: $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BE}$ 、 $\overrightarrow{EC} + \overrightarrow{ED}$. (保留作图痕迹, 不要求写作法, 写出结果).

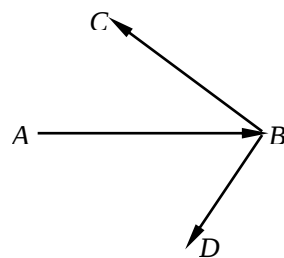


17、 如图, 已知向量 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{BD} = \vec{c}$.

(1) 求作: $\vec{a} + \vec{b}$;

(2) 求作: $\vec{a} - \vec{c}$.

(不写画法, 可以在原图的基础上画图)



第 12 讲 平面向量加减法

知识梳理：

向量加法的法则：

(1) 向量加法的三角形法则

在定义中所给出的求象量和的方法就是向量加法的三角形法则。运用这一法则时要特别注意“首尾相接”，即第二个向量要以第一个向量的终点为起点，则由第一个向量的起点指向第二个向量的终点的向量即为和向量。零位移的合成可以看作向量加法三角形法则的物理模型。

(2) 平行四边形法则

向量加法的平行四边形法则

如图 4，以同一点 O 为起点的两个已知向量 a 、 b 为邻边作平行四边形，则以 O 为起点的对角线 $\overrightarrow{OC}$ 就是 a 与 b 的和。我们把这种作两个向量和的方法叫做向量加法的平行四边形法则。

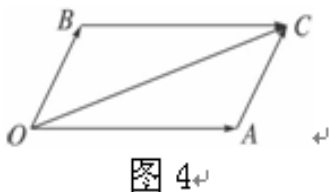


图 4

3. 向量 a 、 b 的加法也满足交换律和结合律：

①对于零向量与任一向量，我们规定 $a+0=0+a=a$ 。

②两个数相加其结果是一个数，对应于数轴上的一个点；在数轴上的两个向量相加，它们的和仍是一个向量，对应于数轴上的一条有向线段。

③当 a 、 b 不共线时， $|a+b| < |a|+|b|$ (即三角形两边之和大于第三边)；

当 a 、 b 共线且方向相同时， $|a+b|=|a|+|b|$ ；

当 a 、 b 共线且方向相反时， $|a+b|=|a|-|b|$ (或 $|b|-|a|$)。其中当向量 a 的长度大于向量 b 的长度时， $|a+b|=|a|-|b|$ ；当向量 a 的长度小于向量 b 的长度时， $|a+b|=|b|-|a|$ 。

一般地，我们有 $|a+b| \leq |a|+|b|$ 。

课堂练习

一、选择题

1. 在 $\square ABCD$ 中，下列结论中正确的是 ()

(A) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} = \vec{0}$; (B) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} = \vec{0}$;

(C) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$; (D) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$.

2. 如果 C 是线段 AB 的中点，那么下列结论中正确的是 ()

A. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}$; B. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC} = \vec{0}$;

C. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}$; D. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC} = \vec{0}$.

3. 下列关于向量的等式中, 正确的是 ()

- (A) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$; (B) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$;
(C) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CB}$; (D) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$.

4. 已知向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$, 则 ()

- (A) $\vec{a} = \vec{b}$ (B) $\vec{a} = -\vec{b}$ (C) $\vec{a} \parallel \vec{b}$ (D) 以上都有可能

5. 下列判断中, 不正确的是 ()

- (A) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$; (B) 如果 $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$, 那么 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$;

- (C) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{c} + \vec{b} + \vec{a}$; (D) $\vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c}$.

二、填空题

6. 与 $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BC}$ 相等的向量是_____.

7. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} =$ _____.

8. 与 $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BD}$ 相等的向量是_____.

9. 计算: $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA} =$ _____.

10. 如图, 点 D 、 E 、 F 分别是 $\triangle ABC$ 三边的中点, 则向量 $\overrightarrow{DF}$ 的相等向量是_____,
相反向量是_____, 平行向量是_____ (各写一个).

11. 已知等边 $\triangle ABC$ 的边长为 1, 则 $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}| =$ _____.

12. 已知正方形 $ABCD$ 边长为 1, 则 $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}| =$ _____.

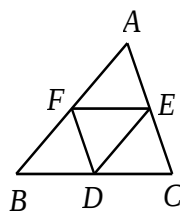
三、解答题

13. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 点 E 在边 AD 的延长线上, $DE = AD$, 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$,

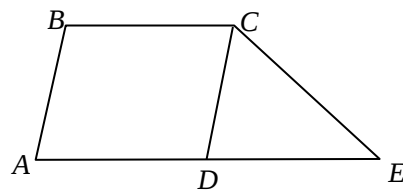
(1) 试用向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 表示下列向量:

$\overrightarrow{CD} =$ _____; $\overrightarrow{EC} =$ _____;

(2) 求作: $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC}$ 、 $\overrightarrow{EC} + \overrightarrow{EA}$. (保留作图痕迹, 不要求写作法, 写出结果).



第 10 题



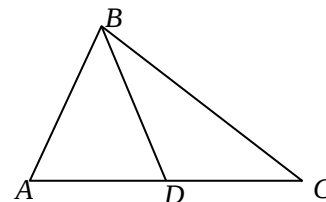
第 13 题

14. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, 点 D 为边 AC 的中点, 设 $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BD} = \vec{b}$, (1) 试用向

量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 表示下列向量: $\overrightarrow{AB} =$ _____; $\overrightarrow{CB} =$ _____;

- (2) 求作: $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AC}$ 、 $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{AC}$.

(保留作图痕迹, 不要求写作法, 写出结果).

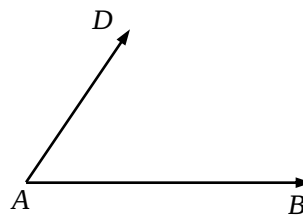


第 14 题

15. 如图, 已知向量 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$

- (1) 求作向量 $\overrightarrow{AC} = \vec{a} + \vec{b}$ (保留作图痕迹, 不要求写作法);

- (2) 在(1)所作的图形中, 若点 E 在线段 AB 上, 点 F 在线段 CD 上, 且 $AE = 2EB$, $CF = 2FD$, 联结 EF , 试在图中作出向量 $\vec{b} - \overrightarrow{EF}$.

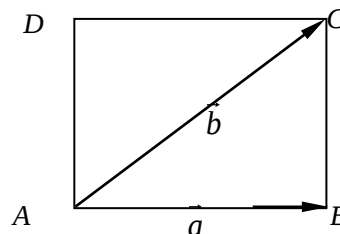


第 15 题

16. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, $AB = 2$, 记 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$.

- (1) 画向量 $\overrightarrow{OM} = \vec{a} + \vec{b}$;

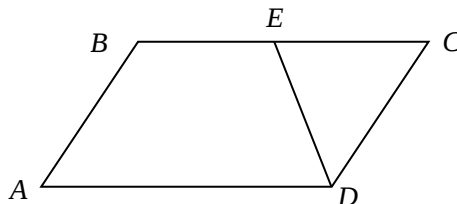
- (2) 求 $|\overrightarrow{OM}| =$ _____.



第 16 题

17. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 点 E 是 BC 边的中点, 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BE} = \vec{b}$,

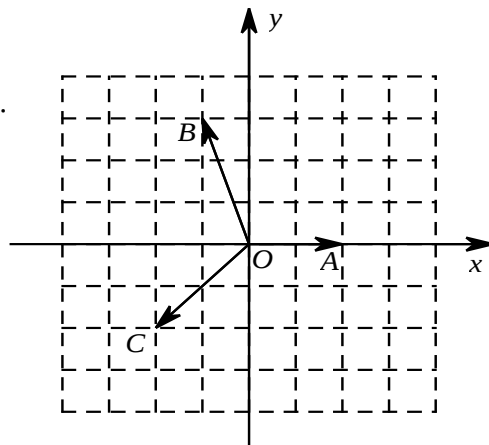
- (1) 写出所有与 $\overrightarrow{BE}$ 互为相反向量的向量: _____;
- (2) 试用向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{DE}$, 则 $\overrightarrow{DE} =$ _____;
- (3) 在图中求作: $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BE}$ 、 $\overrightarrow{EC} + \overrightarrow{ED}$. (保留作图痕迹, 不要求写作法, 写出结果).



第 17 题

18. 如图, 在平面直角坐标系中, O 为原点, 点 A 、 B 、 C 的坐标分别为 $(2, 0)$ 、 $(-1, 3)$ 、 $(-2, -2)$.

- (1) 在图中作向量 $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$;
- (2) 在图中作向量 $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}$;
- (3) 填空: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} =$ _____.



第 18 题

第 13 讲 四边形专题复习课（一）

知识梳理：

多边形：n 边形从一个顶点出发有 $n-3$ 条对角线，共有 $\frac{n(n-3)}{2}$ 条对角线

多边形内角和定理：n 边形的内角和 $(n-2) \times 180^\circ (n \geq 3)$

多边形的外角和与它的边数无关，多边形的外角和恒等于 360°

四边形知识（从定义、性质、判定、对称性四方面总结）

一、平行四边形的定义、性质及判定

定义：两组对边平行的四边形是平行四边形.

性质：(1) 平行四边形的对边相等且平行；

(2) 平行四边形的对角相等，邻角互补；

(3) 平行四边形的对角线互相平分.

判定：(1) 两组对边分别平行的四边形是平行四边形；

(2) 两组对边分别相等的四边形是平行四边形；

(3) 一组对边平行且相等的四边形是平行四边形；

(4) 两组对角分别相等的四边形是平行四边形；

(5) 对角线互相平分的四边形是平行四边形.

对称性：平行四边形是中心对称图形，对称中心是对角线的交点.

二、矩形的定义、性质及判定

定义：有一个角是直角的叫做矩形.

性质：矩形的四个角都是直角，矩形的对角线相等.

判定：(1) 有一个角是直角的平行四边形叫做矩形；

(2) 有三个角是直角的四边形是矩形；

(3) 两条对角线相等的平行四边形是矩形.

对称性：矩形是轴对称图形也是中心对称图形，有两条对称轴，对称中心是对角线的交点.

三、菱形的定义、性质及判定

定义：有一组邻边相等的平行四边形叫做菱形.

性质：(1) 菱形的四条边都相等；

(2) 菱形的对角线互相垂直，并且每一条对角线平分一组对角；

(3) 菱形被两条对角线分成四个全等的直角三角形；

(4) 菱形的面积等于两条对角线长的积的一半；

判定：(1) 有一组邻边相等的平行四边形叫做菱形；

(2) 四条边都相等的四边形是菱形；

(3) 对角线互相垂直的平行四边形是菱形.

对称性：菱形是轴对称图形也是中心对称图形，有两条对称轴，对称中心是对角线的交点.

要判定四边形是菱形的方法是：

法一：先证出四边形是平行四边形，再证出有一组邻边相等。

法二：先证出四边形是平行四边形，再证出对角线互相垂直。

法三：只需证出四边都相等。(这是判定定理 1)

四、正方形定义、性质及判定

定义：有一组邻边相等并且有一个角是直角的平行四边形叫做正方形。

性质：(1) 正方形四个角都是直角，四条边都相等；

(2) 正方形的两条对角线相等，并且互相垂直平分，每条对角线平分一组对角；

(3) 正方形的一条对角线把正方形分成两个全等的等腰直角三角形；

(4) 正方形的对角线与边的夹角是 45° ；

(5) 正方形的两条对角线把这个正方形分成四个全等的等腰直角三角形。

判定：(1) 先判定一个四边形是矩形，再判定出有一组邻边相等；

(2) 先判定一个四边形是菱形，再判定出有一个角是直角。

对称性：正方形是轴对称图形也是中心对称图形，有四条对称轴，对称中心就是两对角线的交点。

要判定四边形是正方形的方法有

方法一：第一步证出有一组邻边相等；第二步证出有一个角是直角；第三步证出是平行四边形。(这是用定义证明)

方法二：第一步证出对角线互相垂直；第二步证出是矩形。(这是判定定理 1)

方法三：第一步证出对角线相等；第二步证出是菱形。(这是判定定理 2)

五、梯形的性质及判定

定义：一组对边平行，另一组对边不平行的四边形是梯形。

两腰相等的梯形是等腰梯形；一腰垂直于底的梯形是直角梯形。

等腰梯形的性质：(1) 等腰梯形的两腰相等；

(2) 等腰梯形同一底上的两个角相等；

(3) 等腰梯形两条对角线相等；等腰梯形是轴对称图形。

等腰梯形的判定：(1) 两腰相等的梯形是等腰梯形；

(2) 同一底上的两个角相等的梯形是等腰梯形；

(3) 两条对角线相等的梯形是等腰梯形。

等腰梯形是轴对称图形，有一条对称轴。

六、中位线

三角形的中位线定义：连结三角形两边中点的线段叫做三角形的中位线。

说明：三角形的中位线与三角形的中线不同。

梯形的中位线：连结梯形两腰中点的线段叫做梯形中位线。

三角形中位线定理：三角形的中位线平行于第三边，并且等于第三边的一半。

梯形中位线定理：梯形中位线平行于两底，并且等于两底和的一半。

四边形知识常见考法

能够对特殊四边形的判定方法与联系深刻理解. 掌握平行四边形、矩形、菱形、正方形、等腰梯形的概念、性质和常用判别方法, 特别是梯形添加辅助线的常用方法. 掌握三角形中位线和梯形中位线性质的推导和应用.

会画出四边形全等变换后的图形, 会结合相关的知识解题. 结合几何中的其他知识解答一些有探索性、开放性的问题, 提高解决问题的能力. 同时, 四边形的概念建立在三角形的基础上, 是知识的拓展与深化. 研究它的性质, 常常是将四边形转化成若干三角形, 通过三角形的性质来研究, 或者是运用作辅助线的方法将四边形转化成三角形和平行四边形来讨论.

至于矩形、菱形、正方形的性质是在平行四边形的基础上扩充的. 它们的判定方法也是在平行四边形的基础上增加一些特定的条件. 梯形也是一种特殊的四边形, 它是平行四边形和三角形知识的综合.

通过适当的添设辅助线, 把梯形转化为三角形、平行四边形的组合图形, 再运用三角形、平行四边形的知识解决梯形的有关问题.

课堂练习:

一: 填空题

- 1、七边形自一个顶点出发可以引_____条对角线, 七边形共有_____条对角线.
- 2、若一个多边形最多有 35 条对角线, 则它是_____边形.
- 3、一个正多边形的每一个内角都等于与之相邻的外角的 2 倍, 那么它是正_____边形.
- 4、若一个四边形的四个内角的度数比为 1: 3: 4: 2, 则四个内角的度数分别为_____.
- 5、已知 $\square ABCD$ 的面积为 10cm^2 , 点 E 是 CD 边上任意一点, 那么 $\triangle ABE$ 的面积是_____ cm^2 .
- 6、平行四边形 $ABCD$ 中, 若 $\angle A$ 的补角与 $\angle B$ 互余, 则 $\angle D$ 的度数是_____.
- 7、平行四边形 $ABCD$ 的周长是 18, 三角形 ABC 的周长是 14, 则对角线 AC 的长是_____.
- 8、平行四边形相邻两边之比为 3:5, 它的周长是 32cm, 则这个平行四边形较长边长为_____cm.
- 9、已知矩形 $ABCD$ 的面积是 24cm^2 , 若 $BC=6\text{cm}$, 则对角线的长为_____cm.
- 10、已知矩形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 交于 O 点, 若 $\angle BOC=120^\circ$, $AB=3\text{cm}$, 则矩形的面积为_____ cm^2 .
- 11、已知菱形 $ABCD$ 中, E 是 BC 的中点, 若 $S_{\triangle ABE}=2$, 则 $S_{ABCD}=\underline{\hspace{2cm}}$.
- 12、已知菱形 $ABCD$ 中, $\angle A=60^\circ$, $AB=2$, 则 $S_{ABCD}=\underline{\hspace{2cm}}$.
- 13、已知一个矩形与一个正方形的面积相等, 若矩形的长与宽的比为 2: 1, 那么正方形的边长与矩形的宽的比为_____.

二: 判断题

- 14、一组对边平行, 另一组对边相等的四边形必是平行四边形. ()
- 15、若一个四边形 $ABCD$ 中, $AB=BC$, $CD=AD$, 则它必是平行四边形. ()

- 16、若四边形中有一组对边相等且有一组对角相等，则它是平行四边形. ()
- 17、有两组内角分别相等的四边形是平行四边形. ()
- 18、对角线相等的四边形是矩形. ()
- 19、对角互补的四边形是矩形. ()
- 20、一组边相等的平行四边形是菱形. ()
- 21、对角线互相垂直的四边形是菱形. ()
- 22、菱形的对角线互相垂直. ()
- 23、两条对角线互相平分且相等的四边形是矩形. ()
- 24、有一个角是直角的一组邻边相等的平行四边形是正方形. ()

三：选择题：

- 25、下列四边形中，既是中心对称图形，又是轴对称图形，而且有四条对称轴的是 ().

A. 平行四边形； B. 矩形； C. 菱形； D. 正方形.

26. 下列命题中正确的是 ().

- A. 对角线相等的四边形是矩形；
B. 对角线互相平分且相等的四边形是矩形；
C. 对角线垂直的四边形是矩形；
D. 对角线相等且垂直的四边形是矩形.

- 27、如图，矩形 ABCD 中，DE ⊥ AC 于 E，且 ∠ADE : ∠EDC = 3 : 2，
则 ∠BDE 的度数为 ().

A. 36° ; B. 18° ; C. 27° ; D. 9° .

- 28、具备下列条件的四边形，不能断定为菱形的是 ().

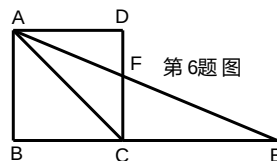
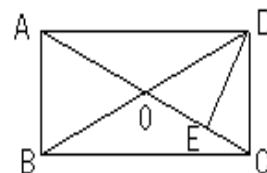
- A. 对角线互相垂直平分； B. 四条边都相等；
C. 对角线垂直的平行四边形； D. 对角线垂直且相等.

- 29、平行四边形 ABCD 的对角线 AC、BD 相交于点 O，下列条件中，**不能**判定它为菱形的是 ().

A. AB=AD； B. AC ⊥ BD； C. ∠A=∠D； D. CA 平分 ∠BCD.

- 30、如下图所示，在正方形 ABCD 的边 BC 的延长线上取一点 E，使 CE=AC，AE 交 CD 于点 F. 那么，∠AFC=().

A. 112.5° ; B. 120° ;
C. 135° ; D. 150° .



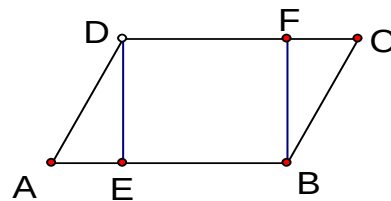
- 31、已知菱形的周长为 $8\sqrt{5}$ ，面积为 16，则这个菱形较短的对角线长为 ().

A. 4； B. 8； C. $4\sqrt{5}$ ； D. 10.

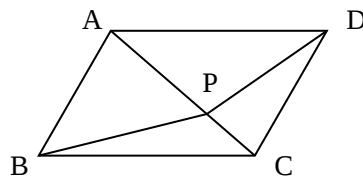
四：解答题

- 32、已知：平行四边形 ABCD 中，AE ⊥ BC 于点 E，AF ⊥ CD 于点 F，若 ∠EAF=30 度，AE=3，AF=4，
求：平行四边形 ABCD 的周长.

- 33、如图，平行四边形 $ABCD$ 中， $DE \perp AB$ 于点 E ， $BF \perp CD$ 于点 F ，
求证：四边形 $DEBF$ 是矩形。



- 34、如图，平行四边形 $ABCD$ 中， P 是 AC 上一点。 求证： $S_{\triangle APD} = S_{\triangle ABP}$ 。



第十四讲 四边形专题复习课（二）

课堂练习：

一：选择题

1、矩形 ABCD 的长为 5，宽为 3，点 E、F 将 AC 三等分，则 $\triangle BEF$ 的面积为 ()。

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{5}{3}$ C. $\frac{5}{2}$ D. 5

2、E 为矩形 ABCD 的边 CD 上的一点， $AB=AE=4$ ， $BC=2$ ，则 $\angle BEC$ 是 ()。

- A. 15° B. 30° C. 60° D. 75°

3、下列叙述错误的是 ()。

- A. 平行四边形的对角线互相平分 B. 对角线互相平分的四边形是平行四边形
C. 矩形的对角线相等 D. 对角线相等的四边形是矩形

4、下列命题中，正确命题是 ()

- A. 两条对角线相等的四边形是平行四边形；
B. 两条对角线相等且互相垂直的四边形是矩形；
C. 两条对角线互相垂直平分的四边形是菱形；
D. 两条对角线平分且相等的四边形是正方形。

5、下列命题是假命题的是 ()

- A. 四个角相等的四边形是矩形 B. 对角线互相平分的四边形是平行四边形
C. 四条边相等的四边形是菱形 D. 对角线互相垂直且相等的四边形是正方形。

6、菱形的边长为 5，一条对角线长为 8，另一条对角线长为 ()

- A. 4 B. 6 C. 8 D. 10

7、若正方形的对角线长为 2cm ，则这个正方形的面积为 ()

- A. 4cm^2 B. 2cm^2 C. $\sqrt{2}\text{cm}^2$ D. $2\sqrt{2}\text{cm}^2$

8、已知：①平行四边形；②矩形；③菱形；④正方形；⑤等腰直角三角形；⑥圆。

这六种图形中既是中心对称图形，又是轴对称图形，

且至少有两对称轴的图形有 ()

- A. 2 种 B. 3 种 C. 4 种 D. 5 种

9、如图，正方形 ABCD 中，E 为边 CD 上一动点，延长 BC 至 F，使 $CF=CE$ ，连接 DF，BE 与 DF 相交于 G，下列结论正确的个数为 ()

- ① $BE=DF$ ； ② $BG \perp DF$ ； ③ $\angle F + \angle CEB = 90^\circ$ ； ④ $\angle FDC + \angle ABG = 90^\circ$

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

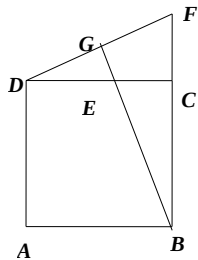
二：填空题

10、矩形相邻两边的比为 2：3，面积为 54，则矩形的周长为_____

11、菱形的一边与两条对角线所构成的两角比 5：4，则它的各内角度数为_____

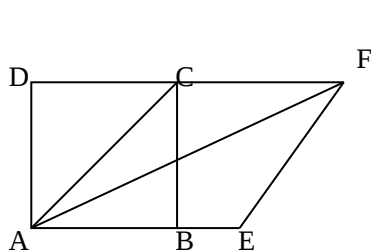
12、菱形的两条对角线长之比是 5：3，它们的差是 4 厘米，则这个菱形的面积是_____

13、已知 $\square ABCD$ 的对角线 AC，BD 交于点 O， $\triangle AOB$ 的面积为 2，那么 $\square ABCD$ 的面积为_____

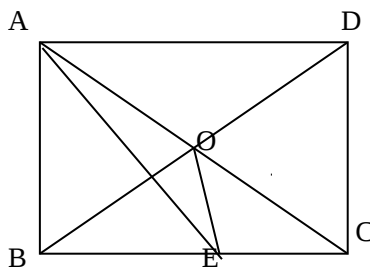


14、在菱形 ABCD 中，AC、BD 相交于点 O，且 CA: BD=1: $\sqrt{3}$ ，若 AB=2，则菱形 ABCD 的面积为_____.

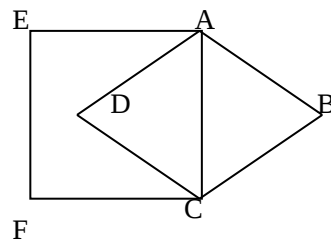
15、如图，以正方形 ABCD 的对角线 AC 为一边作菱形 AECF，则 $\angle FAB=$ _____.



第 15 题图



第 16 题图



第 17 题图

16、如上中图，在矩形 ABCD 中，对角线 AC、BD 相交于点 O， $\angle AOB=60^\circ$ ，AE 平分 $\angle BAD$ ，AE 交 BC 于 E，则 $\angle BOE$ 的度数是_____.

17、已知：如上右图菱形 ABCD 中， $\angle B=60^\circ$ ，AB=4，则以 AC 为边长的正方形 ACEF 的周长为_____

18、菱形的面积为 48，一条对角线长为 12，则菱形的高为_____.

19、在梯形 ABCD 中，AB//CD，对角线 AC、BD 相交于点 O。若 $\triangle AOD$ 的面积等于 6，

则 $\triangle BOC$ 的面积等于_____

20、在梯形 ABCD 中，AD//BC，AC=20，BD=15，梯形的高为 12，则 AD+BC=_____

21、在直角梯形 ABCD 中，AD//BC (AD<BC)， $\angle B=90^\circ$ ， $\angle C=30^\circ$ ，AD=3，CD=8，则 BC=_____，
梯形 ABCD 的面积等于_____

22、等腰梯形的一个较小的内角为 60° ，上底和下底分别是 8 cm 和 20 cm，则它的腰长等于_____

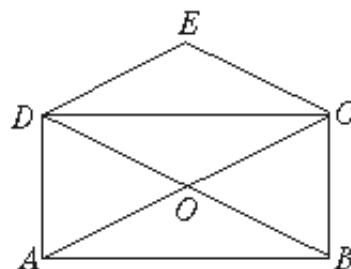
23、在等腰梯形 ABCD 中，AB//CD，AB=2CD， $\angle A=60^\circ$ ，对角线 AC 和 BD 交于 O，AB=10 cm，则梯形 ABCD 的周长等于_____，面积等于_____

24、等腰梯形的腰为 12cm，上底长为 15cm，上底与腰的夹角为 120° ，那么这个梯形的下底为_____.

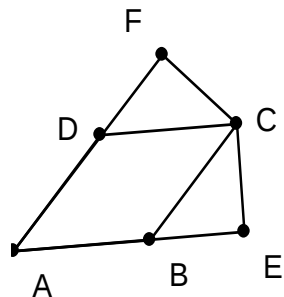
三：解答题

25、已知：如图，矩形 ABCD 的对角线相交于点 O，DE//AC，CE//DB，DE、CE 交于 E，

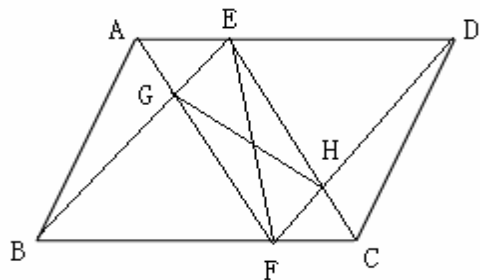
求证：四边形 DOCE 是菱形。



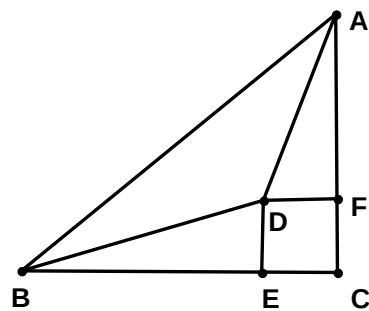
26、如图，菱形 $ABCD$ 中， $CE \perp AB$ 交 AB 的延长线于点 E ， $CF \perp AD$ 交 AD 的延长线于点 F ，请你猜想 CE 与 CF 的大小关系？并说明理由。



27、如图，平行四边形 $ABCD$ 中， E 、 F 分别在 AD 、 BC 上， $AE=CF$ ， AF 与 BE 交于点 G ， CE 与 DF 交于点 H ，求证： EF 与 GH 互相平分。



28、如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $\angle BAC$ 、 $\angle ABC$ 的角平分线交于点 D ， $DE \perp BC$ 于 E ， $DF \perp AC$ 于 F 。问四边形 $CFDE$ 是正方形吗？请说明理由。

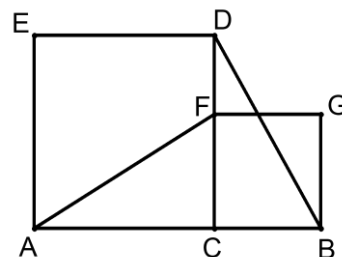


29、如图，C 是线段 AB 上一点，分别以 AC、BC 为边在线段 AB 同侧作正方形 ACDE 和 BCFG，连接 AF、BD。

(1)AF 与 BD 是否相等？为什么？

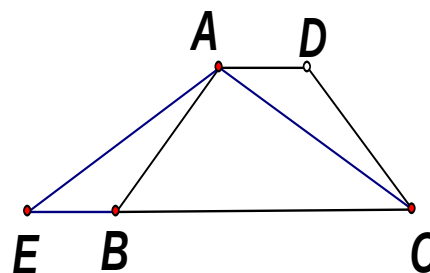
(2)如果点 C 在线段 AB 的延长线上，(1)中的结论是否成立？

请作图，并说明理由。



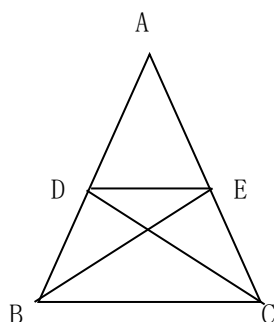
30、如图：等腰梯形 ABCD 中，AD//BC，AB=CD，延长 CB 到 E，使 EB=AD，连结 AE。

试证明：AE=AC。



31、如图，在三角形 ABC 中，AB=AC，CD、BE 是 AB、AC 上的高，联结 DE。

求证：四边形 BEFD 是等腰梯形。



第十五讲 概率

一：选择题

- 1、下列事件中，必然事件是（ ）
 - A. 中秋节晚上能看到月亮
 - B. 今天考试小明能得满分
 - C. 早晨的太阳从东方升起
 - D. 明天气温会升高
- 2、下列事件是必然事件的是()
 - A. 明天是晴天
 - B. 打开电视，正在播放广告
 - C. 两个负数的和是正数
 - D. 三角形三个内角的和是 180°
- 3、下列事件中确定事件是（ ）
 - A. 掷一枚均匀的硬币，正面朝上
 - B. 买一注福利彩票一定会中奖
 - C. 把 4 个球放入三个抽屉中，其中一个抽屉中至少有 2 个球
 - D. 掷一枚六个面分别标有 1, 2, 3, 4, 5, 6 的均匀正方体骰子，骰子停止转动后奇数点朝上。
- 4、下列事件中，是必然事件的是（ ）
 - A. 购买一张彩票中奖一百万元
 - B. 打开电视机，任选一个频道，正在播新闻
 - C. 在地球上，上抛的篮球会下落
 - D. 掷两枚质地均匀的正方体骰子，点数之和一定大于 6
- 5、下列说法正确的是（ ）
 - A. 一颗质地均匀的骰子已连续抛掷了 2000 次，其中，抛掷出 5 点的次数最少，则第 2001 次一定抛掷出 5 点；
 - B. 某种彩票中奖的概率是 1%，因此买 100 张该种彩票一定会中奖；
 - C. 天气预报说明天下雨的概率是 50%，所以明天将有一半时间在下雨；
 - D. 从一副扑克牌中随机抽取一张牌，抽到梅花与抽到方块的概率相同。
- 6、掷一枚普通的骰子，那么下列事件中是随机事件的为（ ）
 - A. 点数小于 1；
 - B. 点数大于 1；
 - C. 点数小于 7；
 - D. 点数大于 7.
- 7、下列事件中，属于确定事件的事件有几件？…（ ）
 - (1) 有人把石头孵成了小鸡.
 - (2) 从长度分别为 15cm、20cm、30cm、40cm 的 4 根小木棒中，任取 3 根为边组成三角形.
 - (3) 两个非零实数的积为正.
 - (4) 在装有 10 个红球的口袋内，摸出一个红球.

- A. 1; B. 2; C. 3; D. 4.

8、下列事件中，属必然事件的是 ()

- A. 掷一枚骰子，点数为 3 的一面朝上；
B. 在一副扑克牌中随意抽 7 张牌，其中有 4 张是 Q；
C. 从 1、3、5、7 四个数中，随意取两个数，这两个数之和为偶数；
D. 同时掷两枚骰子，这两枚骰子的点数相乘的积为 40.

9、下列成语所描述的事件是必然发生的是 ()

- A. 水中捞月 B. 拔苗助长 C. 守株待兔 D. 瓮中捉鳖

10、从一副扑克牌中任意抽出一张牌，抽得下列牌中概率最大的是 ()

- A. 小王 B. 大王 C. 10 D. 黑桃

二：填空题

11、一个不透明的箱子里有 10 个球（颜色不同，大小一样），任意摸一个球，恰好是蓝色球的概率为 $\frac{1}{5}$ ，则箱子内蓝色球有 _____ 个；

12、在一副没有大小王的扑克牌中，将所有的牌背面朝上，那么抽到“牌面为 8”的概率是 _____ 抽到“牌面是红桃”的概率是 _____ 抽到“牌面是黑桃 k”的概率是 _____ ；

13、六张完全相同的卡片上，分别画有圆、矩形、菱形、等边三角形、等腰梯形、正方形，现从中随机抽取一张，卡片上所画的图恰好为中心对称图形的概率为 _____ ；

14、甲、乙两人一起做游戏，他们约定用“锤子、剪刀、布”的方式确定游戏的先后顺序，那么甲取胜的概率是 _____ ；

15、抛掷两枚均匀的正方体骰子，把两枚骰子朝上的点数相加，则下列事件按发生的概率由小到大重新排列为 _____ （填写序号）

- ① 和为 1 ② 和为 6 ③ 和为 12 ④ 和大于 1

三：解答题

16、不透明的口袋里装有红、黄、蓝三种颜色的小球若干个（除颜色外其余都相同），其中红球 2 个（分别标有 1 号、2 号），篮球 1 个。若从中任意摸出一个球，它是篮球的概率为 $\frac{1}{4}$ 。

(1) 求袋中黄球的个数；

(2) 第一次任意摸出一个球（不放回），第二次再摸出一个球，请用画树状图或列表格的方法，求两次摸到不同颜色球的概率。

17、有两个不透明的布袋，其中一个布袋中有一个红球和两个白球，另一个布袋中有一个红球和三个白球，它们除了颜色外其他都相同。在两个布袋中分别摸出一个球，

- (1) 用树形图或列表法展现可能出现的所有结果；
- (2) 求摸到一个红球和一个白球的概率。

18、有两组卡片，第一组三张，卡片上分别写着 A、B、B，第二组四张卡片，分别写着 A、B、C、D，现在从每组卡片中各抽取一张。

- (1) 用树形图表示出所有结果；
- (2) 求出两张都是 B 的概率。

第十六讲 期末复习（一）

课堂练习：

一：选择题

1、下列说法正确的是 ()

(A) 方程 $x^2 + 2\sqrt{2}x = 1$ 是无理方程 (B) $\sqrt{x+2} = -1$ 不是无理方程

(C) 方程 $\frac{1}{\sqrt{x}} = 1$ 是分式方程 (D) $\frac{x^2}{x} = 1$ 是分式方程

2、下列方程组中，是二元二次方程组的是 ()

(A) $\begin{cases} x+y=4 \\ \sqrt{x}=9 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x+y=5 \\ 8-3z^2=5x \end{cases}$ (C) $\begin{cases} xy=7 \\ x=16 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} \frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2} = 2 \\ y = x-3 \end{cases}$

3、下列方程有实数解的是 ()

(A) $\frac{x}{x-1} = \frac{1}{x-1}$ (B) $\sqrt{x-1} + 4 = 0$ (C) $x^2 - x + 7 = 0$ (D) $\sqrt{x-2} = x-3$

4、如果关于 x 的方程 $(m+3)x = 6$ 有解，那么 m 的取值范围是 ()

(A) $m > -3$ (B) $m = -3$ (C) $m \neq -3$ (D) 任意实数

5、某工程队修筑一段长 200 米的公路，实际施工时平均每天比计划多修 5 米，

结果提前 2 天完成任务，修筑这段公路实际用了多少天？

解法 1: 设修筑这段公路实际用了 x 天，由题意得 $\frac{200}{x} - \frac{200}{x+2} = 5$

解法 2: 设原计划每天修 x 米，由题意得 $\frac{200}{x} - \frac{200}{x+5} = 2$

解法 3: 设原计划修筑这段公路用 x 天，由题意得 $\frac{200}{x} + 5 = \frac{200}{x-2}$

解法 4: 设实际每天修 x 米，由题意得 $\frac{200}{x} = \frac{200}{x-5} - 2$

上述四种方法中，列方程正确的个数是 ()

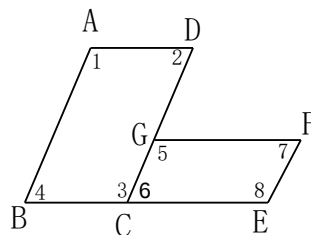
(A) 1 个 (B) 2 个 (C) 3 个 (D) 4 个

6、如上右图，四边形 ABCD 和 CEFG 都是平行四边形，下面

等式中正确的是 ()

(A) $\angle 1 + \angle 8 = 180^\circ$ (B) $\angle 2 + \angle 8 = 180^\circ$

(C) $\angle 4 + \angle 6 = 180^\circ$ (D) $\angle 1 + \angle 5 = 180^\circ$



7、下列命题中是真命题的个数 ()

- ①一组对角相等，另一组对角相等的四边形是平行四边形；
- ②对角线相互垂直且相等的四边形是平行四边形；
- ③一组对角相等，一组对边平行的四边形是平行四边形；
- ④平行四边形的两条对角线把平行四边形分成的四个小三角形的面积相等。

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

8、等腰梯形的高是 4，梯形的中位线为 4，则对角线与下底的夹角为 ()

(A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 90°

9、正方形、矩形、菱形都具有的特征是 ()

- (A) 对角线互相平分； (B) 对角线相等；
- (C) 对角线互相垂直； (D) 对角线平分一组对角。

10、已知 $\triangle ABC$ 的周长为 50，中位线 $DE=8$ ， $DF=10$ ，则另一条中位线 EF 的长是 ()

(A) 7 (B) 5 (C) 9 (D) 10

二、填空题

11、方程 $\sqrt{x-2} \cdot \sqrt{x+4} = 0$ 的解是_____。

12、方程组 $\begin{cases} x+y=4 \\ xy=-5 \end{cases}$ 的解是_____。

13、若关于 x 的方程 $1 + \sqrt{x-1} = k$ 有实数根，则实数 k 的取值范围是_____。

14、用换元法解方程 $x^2 - x - 1 = \frac{6}{x^2 - x}$ 时，如果设 $y = x^2 - x$ ，那么原方程可变形为关于 y 的整式方程是_____。

15、把方程 $x^2 - 5xy - 6y^2 = 0$ 转化成两个二元一次方程是_____和_____。

16、若关于 x 的分式方程 $\frac{m}{x-4} = \frac{6+x}{4-x}$ 在转化过程中出现增根，则 $m =$ _____。

17、在 $\square ABCD$ 中，若 $\angle A : \angle B = 3 : 2$ ，则 $\angle C =$ _____。

18、菱形 $ABCD$ 中，若 $AC=24\text{cm}$ ， $BD=10\text{cm}$ ，则菱形 $ABCD$ 的面积等于_____ cm^2 。

19、是四边形 $ABCD$ 两条对角线的交点，且 $OA=OB=OC=OD$ ，则四边形 $ABCD$ 是_____形。

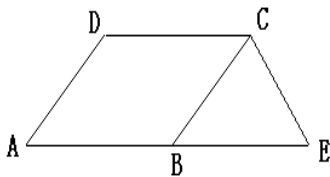
20、顺次连结矩形各边中点所得图形是_____。

顺次联结等腰梯形各边中点所得的四边形是_____。

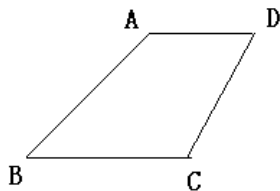
21、已知梯形 $AECD$ 中 $AE \parallel CD$ ，点 B 在边 AE 上， $BC \parallel AD$ ，如果把图中的线段

都画成有向线段，则 (1) 与 $\vec{CD}$ 相等的向量是_____

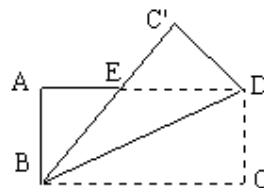
(2) 写出 2 对相反向量_____ (3) 写出 $\vec{AB}$ 与平行的向量_____



第 21 题



第 22 题



第 23 题

22、在梯形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, $\angle B = 45^\circ$, $\angle C = 60^\circ$, $AB = 8$, 则 $CD =$ _____.

23、如图, 将矩形纸片沿对角线 BD 折叠, 使点 C 落在 C' 处, BC' 交 AD 于 E, 若 $\angle EBD = 20^\circ$, $\angle C' DE$ 的度数是_____.

三: 解方程

24、 $\frac{2x}{x^2 + 2x - 3} + \frac{1}{x + 3} = 1$

25、 $\begin{cases} x^2 - 4y^2 = 0 \\ x^2 + 6xy + 9y^2 = 25 \end{cases}$

26、 $\sqrt{29 - x} - 1 = x$

27、 $\sqrt{2x - 4} - \sqrt{x + 5} = 1$

28、某城市美化工程招标时, 有甲、乙两个工程队投标. 甲队单独完成这项工程比乙队单独完成这项工程要少 30 天; 若由甲队先做 20 天, 剩下的工程由甲、乙合做 24 天可完成.

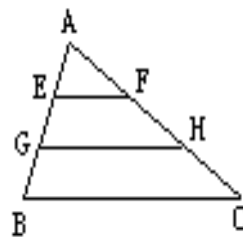
(1) 求甲、乙两队单独完成这项工程需要多少天? (6 分)

(2) 已知, 甲队施工一天, 需付工程款 3.5 万元, 乙队施工一天需付工程款 2 万元. 若该工程计划在 70 天内完成, 在不超过计划天数的前提下, 是由甲队或乙队单独完成该工程省钱? 还是由甲乙两队全程合作完成该工程省钱?

四：解答题

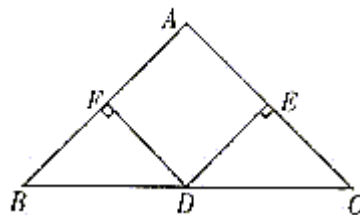
29、在 $\triangle ABC$ 中， $AE=EG=GB$ ， $AF=FH=HC$ ，若 $GH=10\text{cm}$ ，

求 EF 、 BC 的长.



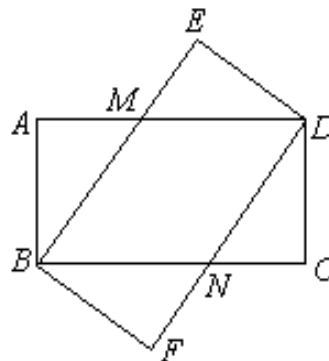
30、已知：如图， D 是 $\triangle ABC$ 的 BC 边上的中点， $DE \perp AC$ ， $DF \perp AB$ ，垂足分别是 E 、 F ，且 $BF=CE$ 。

求证：（1） $\triangle ABC$ 是等腰三角形；（2）当 $\angle A=90^\circ$ 时，试判断四边形 $AFDE$ 是怎样的四边形，证明你的结论.



31、已知：如图，四边形 $ABCD$ 、 $DEBF$ 都是矩形， $AB=BF$ ， AD 、 BE 交于 M ， BC 、 DF 交于 N 。求

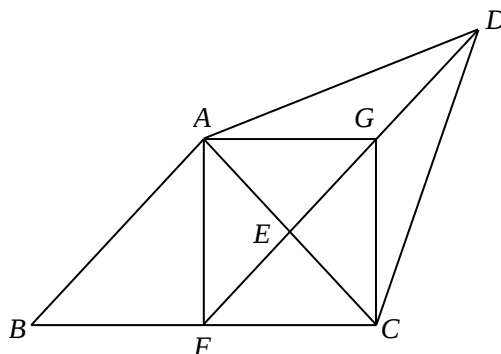
证：四边形 $BMDN$ 是菱形。



32、如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AD = CD$ ，点 E 是边 AC 的中点，联结 DE ， DE 的延长线与边 BC 相交于点 F ， $AG \parallel BC$ ，交 DE 于点 G ，联结 AF 、 CG 。

（1）求证： $AF = BF$ ；

（2）如果 $AB = AC$ ，求证：四边形 $AFCG$ 是正方形。

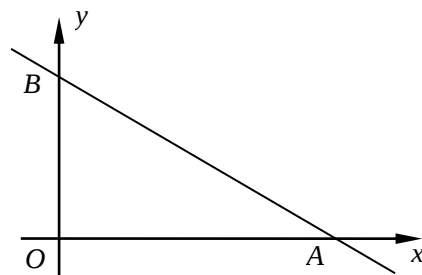


33、在直角坐标系中，已知点 A (-3, 0)，点 B (0, 4)，点 C 是 x 轴上一点，若△ABC 是等腰三角形，试求点 C 的坐标.

34、已知一次函数 $y = -\frac{1}{2}x + 4$ 的图像与 x 轴、y 轴分别相交于点 A、B. 梯形 AOB C 的边 AC = 5，且 $OA \parallel BC$.

(1) 求点 C 的坐标；

(2) 如果点 A、C 在一次函数 $y = kx + b$ (k 、 b 为常数，且 $k < 0$) 的图像上，求这个一次函数的解析式.



(第 34 题图)

第十七讲 期末复习（二）

课堂练习

一：选择题

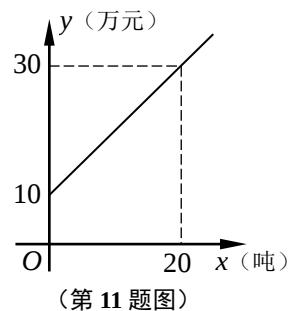
- 在平面直角坐标系中，直线 $y = -2x + 3$ 经过 ()
 (A) 第一、二、三象限； (B) 第一、二、四象限；
 (C) 第一、三、四象限； (D) 第二、三、四象限.
- 下列方程中有实数解的方程是 ()
 (A) $x^3 + 1 = 0$ ； (B) $\frac{2}{x-2} = \frac{x}{x-2}$ ；
 (C) $\sqrt{x+3} + 5 = 0$ ； (D) $x^2 + 2x + 2 = 0$.
- 在四边形 $ABCD$ 中， AC 与 BD 相交于点 O ，要使四边形 $ABCD$ 是平行四边形应符合下列条件中的 ()
 (A) $AB \parallel CD$, $BC = AD$ ； (B) $AB = CD$, $OA = OC$ ；
 (C) $AB \parallel CD$, $OA = OC$ ； (D) $AB = CD$, $AC = BD$.
- 下列关于向量的等式中，正确的是 ()
 (A) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$ ； (B) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$ ；
 (C) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ ； (D) $\vec{a} + (-\vec{a}) = 0$.
- 下列事件中，属于确定事件的事件有几件？ ()
 (1) 在上海，早晨太阳从西边升起；
 (2) 投两枚硬币，两枚硬币的正面都朝上；
 (3) 从装有 10 个红球的口袋内，随机摸出一个球为红球；
 (4) 从长度分别为 15cm、20cm、30cm、40cm 的 4 根小木棒中，任取 3 根为边可以组成三角形.
 (A) 1 件； (B) 2 件； (C) 3 件； (D) 4 件.
- 顺次联结菱形各边中点所得到的四边形一定是 ()
 (A) 菱形； (B) 矩形； (C) 正方形； (D) 等腰梯形.
- 下列命题中，真命题的是 ()
 (A) 对角线相等的四边形是矩形；
 (B) 对角线互相垂直的四边形都是菱形；
 (C) 对角线互相平分的四边形是平行四边形；
 (D) 对角线互相垂直平分的四边形是正方形.

二、填空题：

- 一次函数 $y = x - 5$ 图像在 y 轴上的截距为_____.
- 已知一次函数 $y = (k-2)x + 4$ ， y 随 x 的增大而减小，那么 k 的取值范围是_____.
- 写出一个图像经过点 $(-1, 2)$ 的一次函数的解析式：_____.

11、方程 $\frac{1}{x} = \frac{x}{x+2}$ 的解是_____.

12、生产某种产品所需的成本 y (万元) 与数量 x (吨) 之间的关系如图所示, 那么生产 30 吨这一产品所需成本为_____万元.



13、抛一枚质地均匀的硬币, 正面朝上的概率为 $\frac{1}{2}$, 因此, 抛 20

次硬币, 必有 10 次正面朝上. _____ (填“对”或“错”).

14、从一副扑克牌中取出两组牌, 一组为黑桃 1、2、3, 另一组为方块 1、2、3, 从这两组牌中各摸出一张, 那么摸出的两张牌的牌面数字之和等于 4 的概率为_____.

15、方程 $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$ 的解是_____.

16、如果一个多边形的内角和等于 1620° , 那么这个多边形的边数是_____.

17、若直角梯形的两腰之比为 1:2, 则该梯形的最大内角为_____°, 最小的内角_____.

18、如果等腰梯形的锐角等于 60° , 它的两底分别为 15cm, 19cm, 则它的腰长为_____.

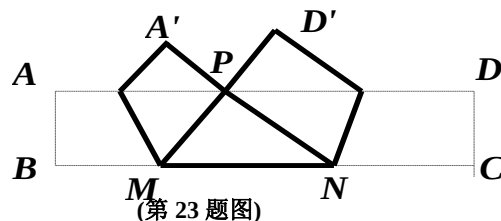
19、已知正方形 $ABCD$ 的边长等于 8cm, 那么边 AB 的中点 M 到对角线 BD 的距离等于_____cm.

20、已知: 在菱形 $ABCD$ 中, $AC = 10$, $BD = 24$, 那么菱形 $ABCD$ 的面积等于_____.

21、已知: 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = DC$, 对角线 $AC \perp BD$, 梯形高为 10 厘米, 那么它的中位线长为_____厘米.

22、已知直角梯形的一个锐角等于 45° , 它两底分别为 10cm、20cm, 那么这个直角梯形的面积为_____ cm^2 .

23、如图, 将矩形纸片 $ABCD$ 折叠, B 、 C 两点恰好重合落在 AD 边上点 P 处, 已知 $\angle MPN = 90^\circ$, $PM = 3$, $PN = 4$, 那么矩形纸片 $ABCD$ 的面积为_____.



三、简答题:

24、解方程: $2x + \sqrt{x-3} = 6$.

25、解方程组:
$$\begin{cases} x^2 - xy - 2y^2 = 0, \\ 2x + y = 3. \end{cases}$$

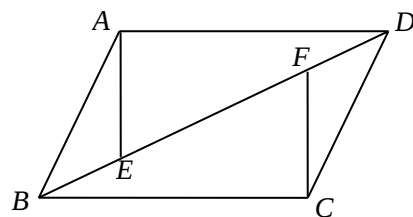
26、如图，已知：在 $\square ABCD$ 中，点 E 、 F 在对角线 BD 上，且 $BE = DF$ 。

(1) 在图中画出 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{BC}$ 的差向量并填空：

$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \underline{\hspace{2cm}};$$

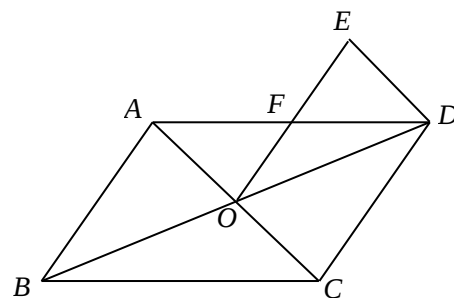
(2) 图中与 $\overrightarrow{BC}$ 平行的向量是：

$\underline{\hspace{2cm}}$ 。



(第 26 题图)

27、如图，已知：平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 的相交于点 O ，四边形 $OCDE$ 是平行四边形， AD 与 OE 相交于点 F 。求证： OE 与 AD 互相平分。



(第 27 题图)

四、解答题：

28、小明申请使用了某移动通信公司的手机来电畅听，这个公司推出的来电畅听业务规定：用户每月交费 16 元，可免费接听来电；而打出电话每分钟收费 0.13 元。

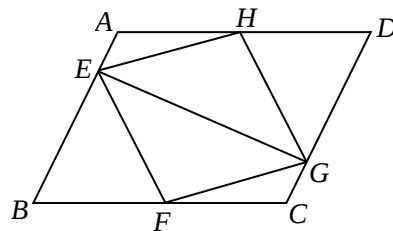
(1) 试求小明一个月手机的通话费（包括接听电话和打出电话） y （元）与打出电话时间 x （分钟）的解析式；

(2) 如果小明某个月的通话费是 42 元，试求小明该月打出电话的时间。

29、如图，已知：在平行四边形 $ABCD$ 中，点 E 、 F 、 G 、 H 分别在边 AB 、 BC 、 CD 、 DA 上， $AE = CG$ ， $AH = CF$ ，且 EG 平分 $\angle HEF$ 。

求证：(1) $\triangle AEH \cong \triangle CGF$ ；

(2) 四边形 $EFGH$ 是菱形。



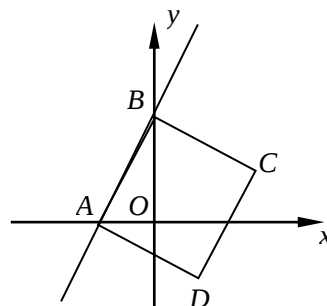
(第 29 题图)

30、某校学生在获悉青海玉树地震后，纷纷拿出自己的零花钱，参加赈灾募捐活动. (1) 班学生共募捐 840 元，(2) 班学生共募捐 1000 元，(2) 班学生的人均捐款数比 (1) 班学生的人均捐款数多 5 元，且人数比 (1) 班少 2 名，求 (1) 班和 (2) 班学生的人数.

31、如图，一次函数 $y = 2x + 4$ 的图像与 x 、 y 轴分别相交于点 A 、 B ，以 AB 为边作正方形 $ABCD$.

(1) 求点 A 、 B 、 D 的坐标；

(2) 设点 M 在 x 轴上，如果 $\triangle ABM$ 为等腰三角形，求点 M 的坐标.



(第 31 题图)

32、如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 P 是射线 BC 上的任意一点 (点 B 与点 C 除外)，联结 DP ，分别过点 C 、 A 作直线 DP 的垂线，垂足为点 E 、 F .

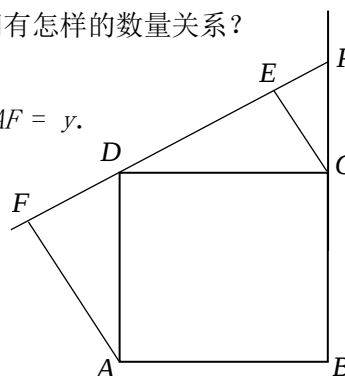
(1) 当点 P 在 BC 的延长线上时，那么线段 AF 、 CE 、 EF 之间有怎样的数量关系？

请证明你的结论；

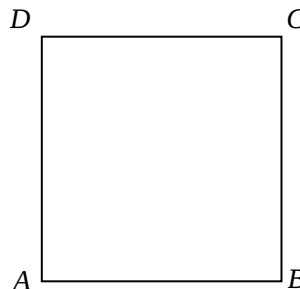
(2) 当点 P 在边 BC 上时，正方形的边长为 2. 设 $CE = x$ ， $AF = y$.

求 y 与 x 的函数解析式，并写出函数的定义域；

(3) 在 (2) 的条件下，当 $x = 1$ 时，求 EF 的长.



(第 32 题图)



(备用图)

第十八讲 期末复习 (三)

一、选择题:

1、一次函数 $y = (k-1)x + k$ 中, y 随着 x 的增大而减小, 那么 k 的取值范围是 ()

- A. $k < 0$; B. $k < 1$; C. $k > 0$; D. $k > 1$.

2、对于二项方程 $ax^n + b = 0 (a \neq 0, b \neq 0)$, 当 n 为偶数时, 已知方程有两个实数根,

那么 ab 一定 ()

- A. $ab < 0$ B. $ab \leq 0$ C. $ab > 0$ D. $ab \geq 0$

3、下列说法中, 正确的是 ()

- A. 方程 $\frac{2}{x} + \sqrt{3} = 0$ 是无理方程;
 B. 方程 $\sqrt{x-3} = x+1$ 变形所得的有理方程是 $x-3 = x^2 + 1$;
 C. 方程 $\frac{x-1}{x^2-x} = 0$ 有实数解;
 D. 方程 $\sqrt{2x+3} = x$ 的根只有 $x = 3$.

4、已知四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 下列结论中不正确的是 ()

- A. 当 $AB=BC$ 时, 它是菱形; B. 当 $AC \perp BD$ 时, 它是菱形;
 C. 当 $AC=BD$ 时, 它是正方形; D. 当 $\angle ABC = 90^\circ$ 时, 它是矩形.

5、若 $\vec{AB}$ 是非零向量, 则下列等式正确的是 ()

- A. $\vec{AB} = \vec{BA}$; B. $|\vec{AB}| = |\vec{BA}|$; C. $\vec{AB} + \vec{BA} = 0$; D. $|\vec{AB}| + |\vec{BA}| = 0$.

6、在 $\square ABCD$ 中, 下列结论中正确的是 ()

- A. $\vec{AD} + \vec{CB} = 0$; B. $\vec{AD} + \vec{CB} = \vec{0}$; C. $\vec{AB} + \vec{DC} = 0$; D. $\vec{AB} + \vec{DC} = \vec{0}$.

7、一组对边平行, 且对角线相等的四边形是 ()

- A. 等腰梯形; B. 矩形; C. 正方形; D. 等腰梯形或矩形.

8、在平行四边形、矩形、菱形、等腰梯形中任选两个图形, 那么下列事件中为

不可能事件的是 ()

- A. 这两个图形都是中心对称图形; B. 这两个图形都不是中心对称图形;
 C. 这两个图形都是轴对称图形; D. 这两个图形都是轴对称图形又是中心对称图形.

9、在投掷一枚硬币的游戏过程中, 已知“正面朝上”的概率为 50%, 那么下列说法正确的是 ()

- A. 投掷 100 次必有 50 次“正面朝上”; B. 投掷很多次的时候, 极可能出现“正面朝上”;
 C. 投掷 100 次可能有 50 次“正面朝上”; D. 投掷很多次的时候, 极少出现“正面朝上”.

二、填空题:

10、直线 $y = x - 3$ 与 x 轴的交点坐标为_____.

11、已知直线 $y = kx + b$ 平行于直线 $y = 3x - 4$, 且在 y 轴上的截距为 3, 那么这条直线的解析式是_____.

12、已知一次函数 $y = kx + 1$ 的图像不经过第三象限, 那么 k _____.

13、如果关于 x 的方程 $(a+2)x=8$ 无解，那么 a 应满足的条件是_____.

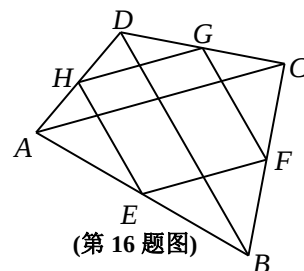
14、将分式方程 $\frac{1}{x+2} + \frac{4x}{x^2-4} = 1$ 去分母后，化为的整式方程是_____.

15、方程 $\sqrt{x+2} \cdot \sqrt{x-2} = 0$ 的根是_____.

16、事件“分式方程 $x + \frac{1}{x} = 0$ 在实数范围内有解”是_____事件
(选填“必然”、“不可能”、“随机”).

17、如果一个 n 边形的内角和等于 1080° ，那么 $n=$ _____.

18、任意四边形 $ABCD$ 各边中点分别是 E, F, G, H ，若对角线 AC 和 BD 的长都为 20，那么四边形 $EFGH$ 的周长是_____.



(第 16 题图)

19、已知直角梯形的一个锐角等于 45° ，它两底分别为 10cm 、 20cm ，

那么这个直角梯形的面积为_____ cm^2 .

三、解答题：

20、解方程组： $\begin{cases} x^2 - y^2 = 4 \\ x - y + 1 = 0. \end{cases}$

21、解方程： $\frac{x+2}{x-2} - \frac{16}{x^2-4} = \frac{3}{x+2}$

22、在 $\square ABFE$ 中，点 D 是 AE 的中点，且 $DC \parallel AB$ ，

(1) 与向量 $\vec{BD}$ 相等的向量是：_____

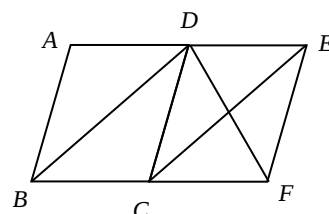
(2) 若 $\vec{AB} = \vec{a}$ ， $\vec{AD} = \vec{b}$ ，请用 $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ 表示： $\vec{DF} =$ _____；

$\vec{CE} =$ _____；

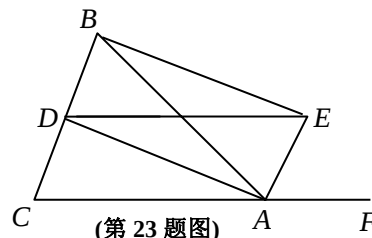
(3) 如果有 $\vec{c} = \vec{BD} + \vec{AC} - \vec{AB}$ ，请在原图上求作 $\vec{c}$ (不要求作法)。

23、如图，已知 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， AD 、 AE 分别是 $\angle BAC$ 和 $\angle BAC$ 外角的平分线，
且 $BE \perp AE$ 。

求证： $AB=DE$ 。



(第 22 题图)



(第 23 题图)

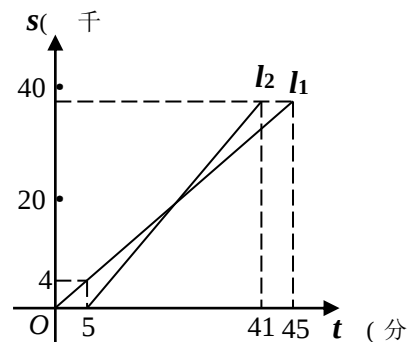
24、一个不透明口袋中装有红球 6 个，黄球 9 个，绿球 3 个，这些球除颜色处没有任何其他区别现．从中任意摸出一个球．

(1) 求摸到的是绿球的概率．

(2) 如果要使摸到绿球的概率为 25%，需要在这个口袋中再放入多少个绿球？

25、某校买了两种世博礼品共 30 个用作“六一节”表彰优秀学生的奖品，其中买海宝场馆磁贴用了 300 元，买世博四格便签本用了 120 元，海宝场馆磁贴每个比世博四格便签本贵 3 元。问海宝场馆磁贴、世博四格便签本的单价分别是多少？

26、上周六，小明一家共 7 人从南桥出发去参观世博会。小明提议：让爸爸载着爷爷、奶奶、外公、外婆去，自己和妈妈坐世博 41 路车去，最后在地铁 8 号线航天博物馆站附近汇合。图中 l_1 ， l_2 分别表示世博 41 路车与小轿车在行驶中的路程（千米）与时间（分钟）的关系，试观察图像并回答下列问题：



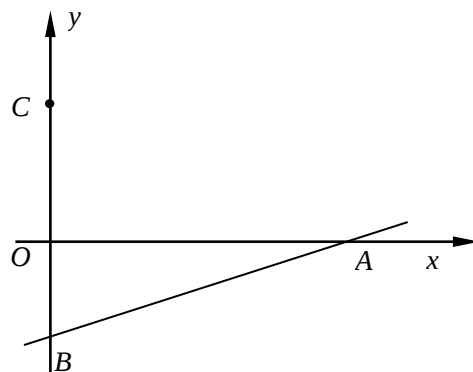
(第 26 题图)

(1) 世博 41 路车在途中行驶的平均速度为_____千米/分钟；
此次行驶的路程是_____千米。

(2) 写出小轿车在行驶过程中 s 与 t 的函数关系式：
_____，定义域为_____。

(3) 小明和妈妈乘坐的世博 41 路车出发_____分钟后被爸爸的小轿车追上了。

27、如图，一次函数 $y = \frac{1}{3}x + b$ 的图像与 x 轴相交于点 $A(6, 0)$ 、与 y 轴相交于点 B ，点 C 在 y 轴的正半轴上， $BC=5$ 。



(第 27 题)

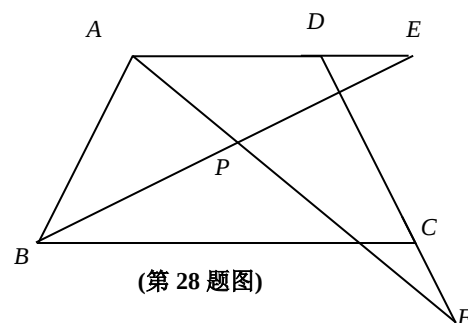
(1) 求一次函数的解析式和点 B 、 C 的坐标；

(2) 如果以 A 、 B 、 C 、 D 为点的四边形是等腰梯形，
求点 D 的坐标。

28、如图，在等腰梯形 $ABCD$ 中， $\angle C=60^\circ$ ， $AD \parallel BC$ ，且 $AD=AB=DC$ ， E 、 F 分别在 AD 、 DC 的延长线上，且 $DE=CF$ ， AF 、 BE 交于点 P 。

(1) 求证： $AF=BE$ ；

(2) 请猜测 $\angle BPF$ 的度数，并证明你的结论。

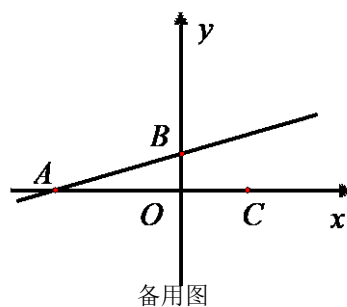
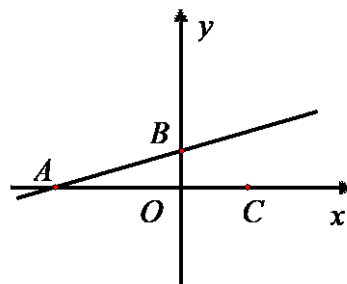


29、已知函数 $y = \frac{1}{3}x + 1$ 的图像与 x 轴、 y 轴分别相交于点 A 、 B 。点 C 的坐标为 $(2, 0)$ 。

(1) 求直线 BC 的函数解析式；

(2) 点 E 是直线 AB 上的一个点，且满足 $EA=EC$ ，求点 E 的坐标；

(3) 若点 A 、 B 、 C 、 D 恰好为平行四边形的四个顶点，直接写出所有满足条件的 D 点坐标。



30、已知：在矩形 $ABCD$ 中， $AB=10$ ， $BC=12$ ，四边形 $EFGH$ 的三个顶点 E 、 F 、 H 分别在矩形 $ABCD$ 边 AB 、 BC 、 DA 上， $AE=2$ 。

(1) 如图①，当四边形 $EFGH$ 为正方形时，求 $\triangle GFC$ 的面积；

(2) 如图②，当四边形 $EFGH$ 为菱形，且 $BF = a$ 时，求 $\triangle GFC$ 的面积

(用含 a 的代数式表示)；

