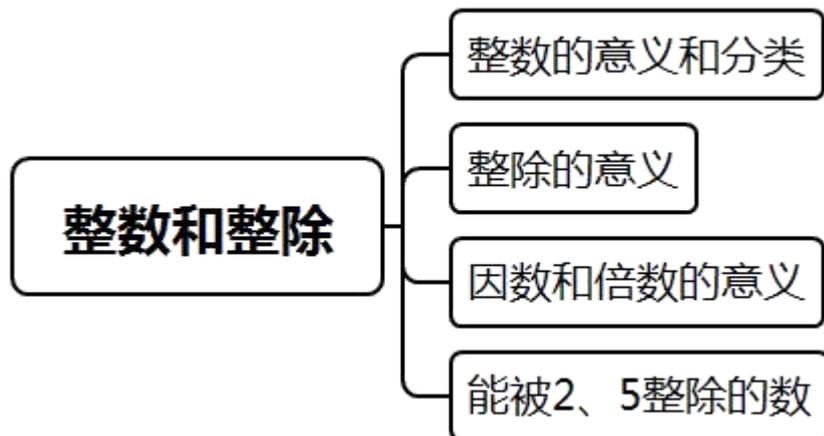


第一讲 整数和整除

【内容分析】

整数和整除是六年级数学上学期第一章第一节内容，主要对整数的分类和整除的概念进行讲解，重点是整除的概念理解，难点是整除条件的归纳总结。通过这节课的学习一方面为我们后期学习公因数和公倍数提供依据，另一方面也为后面学习有理数奠定基础。

【知识结构】



模块一：整数的意义和分类

1、整数的意义和分类

- (1) 自然数：零和正整数统称为自然数；
- (2) 整数：正整数、零、负整数，统称为整数。

$$\text{整数} \begin{cases} \text{正整数} \\ \text{零} \\ \text{负整数} \end{cases} \text{自然数}$$

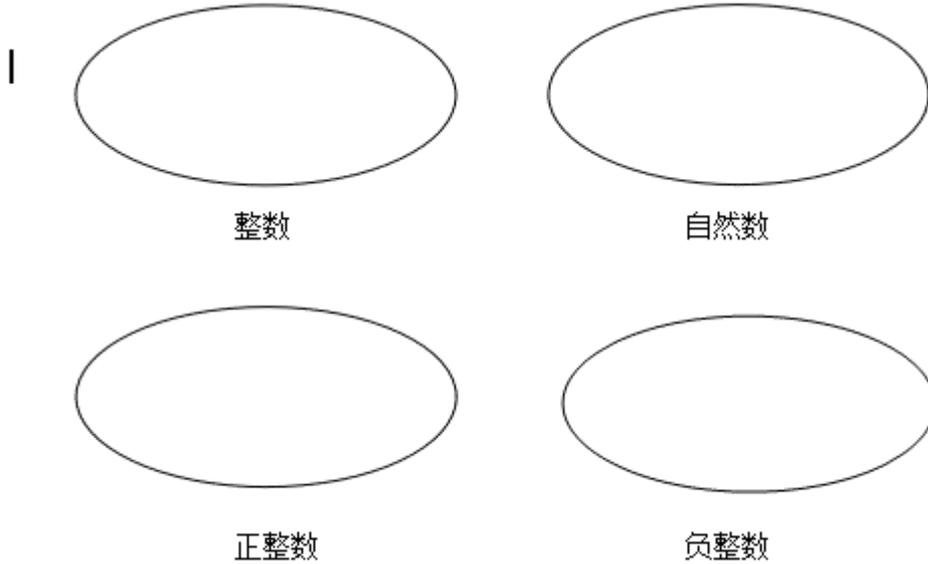
【例1】判断题（若是正确的，请说明理由；若是错误的，请把它改正确）。

- (1) 最小的自然数是 1 ；
- (2) 最小的整数是 0；
- (3) 非负整数是自然数；
- (4) 有最大的正整数，但没有最小的负整数；
- (5) 有最小的正整数，但没有最大的负整数。

【难度】★

【例2】把下列各数放入相应的圈内：

$$15, -1, -0.2, 0, -63, 0.7, 13, -0.2323\dots, \frac{3}{5}.$$



【难度】★

- 【例 3】(1) 试说说正整数、负整数、零、自然数、整数之间的关系；
 (2) 试比较正整数、负整数、零的大小；
 (3) 试比较负整数、自然数的大小。

【难度】★★

【例 4】五个连续的自然数，已知中间数是 a ，那么其余四个数分别是_____、_____、_____、_____。若这五个连续自然数的和是 20，试求这五个数。

【难度】★★

【例 5】有三个自然数，其和是 13，将它们分别填入下式的三个括号中，满足等式要求：
 $() - 1 = () \div 5 = () + 2$ ，试求这三个自然数。

【难度】★★★

模块二：整除的意义

1、整除的意义

整数 a 除以整数 b ，如果除得的商是整数而余数为零，我们就说 a 能被 b 整除；或者说 b 能整除 a 。

【例 6】老师问：“当 $a = 4.5$ 时， $b = 0.9$ 时， a 能被 b 整除吗？”

一个同学回答：“因为商是 5，是整数，所以 a 能被 b 整除。”

你认为对吗？

【难度】★

【例 7】下列各组数中，如果第一个数能被第二个数整除，请在下面的 () 内打“√”，

不能整除的打“×”.

18 和 9 ()

15 和 30 ()

0.4 和 4 ()

14 和 6 ()

17 和 35 ()

9 和 0.5 ()

【难度】★

【例 8】已知下列除法算式:

$57 \div 7 = 8 \dots 1;$

$21 \div 7 = 3;$

$22 \div 0.2 = 110;$

$22 \div 5 = 4.4;$

$0 \div 3 = 0;$

$2 \div 4 = 0.5.$

(1) 表示能除尽的算式有哪几个?

(2) 哪些算式中可以说被除数能被除数整除?

【难度】★

【例 9】把表示下列算式的序号填入适当的空格内.

(1) $30 \div 10;$

(2) $7 \div 25;$

(3) $35 \div 0.1;$

(4) $18 \div 3;$

(5) $0.4 \div 2;$

(6) $3.9 \div 0.3;$

(7) $27 \div 9;$

(8) $16 \div 4.$

除数能整除被除数的: _____;

能够除尽的: _____.

【难度】★★

【例 10】若两个整数 a 、 b ($a > b$) 都能被整数 c 整除, 它们的和、差、积也能被 c 整除吗?

为什么?

【难度】★★

【例 11】一个两位数, 能被 5 整除, 其个位数字减十位数字的差是正整数中最小的偶数, 求

这个两位数.

【难度】★★

【例 12】15 支铅笔分给几个学生, 每人发的一样多且不止 1 支, 并且正好分完, 可以分给

几个人? 每人几支? 有几种分法?

【难度】★★

【例 13】2015 年的教师节是星期四, 老师们可以好好庆祝一下自己的节日了, 同学们, 明

年呢? 我们能否不查日历, 就能知道 2016 年的教师节是星期几呢?

【难度】★★★

【例 14】学校有 10 个兴趣小组, 各组的人数如下表:

组别	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
人数	3	11	6	8	10	12	4	7	13	8

一天下午，学校同时举办语文写作和英语听力两个讲座，已知有 9 个小组去听讲座，其中听英语讲座的人数是听语文讲座人数的 6 倍，还剩下一个小组在教室里讨论问题，这一组是第几组？

【难度】★★★

模块三：因数和倍数的意义

1、因数和倍数的意义

整数 a 能被整数 b 整除， a 就叫做 b 的**倍数**， b 就叫做 a 的**因数**（也称为**约数**）。

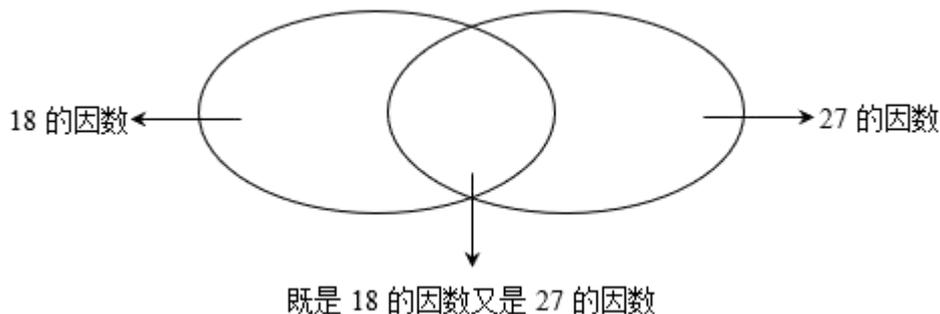
【例 15】有一个算式 $63 \div 7 = 9$ ，则可以说_____能被_____整除，也可以说_____能整除_____，还可以说_____和_____是_____的因数，_____是_____和_____的倍数。

【难度】★

【例 16】分别写出 12、19 和 36 的因数，再分别写出这三个数的倍数（倍数只需从小到大依次写 3 个）。

【难度】★

【例 17】在圈内填写满足条件的数：



【难度】★

【例 18】下列各数中是否含有相同的因数，若含有请指出。

(1) 6 和 9；

(2) 27 和 51。

【难度】★★

【例 19】从小到大依次写出 10 个 2 的倍数：_____；

从小到大依次写出 10 个 3 的倍数：_____；

其中_____既是 2 的倍数，又是 3 的倍数。

【难度】★★

【例 20】已知： $A = 2 \times 3 \times 5$ ， $B = 3 \times 3 \times 5$ ，则 A 和 B 相同的因数有哪些？

【难度】★★

【例 21】一个正整数只有 2 个因数而且这个数比 10 小，这个数可以是多少？

【难度】★★

【例 22】两个 2 位数的积是 216，这两个数的和是多少？

【难度】★★

【例 23】1 到 100 之间，因数个数是奇数的自然数有哪些？

【难度】★★

【例 24】李明去儿童乐园玩，儿童乐园是 1 路车和 13 路车的始发站，1 路车每 5 分钟发车一次，13 路车每 6 分钟发车一次。现在这两路车同时发车以后，至少再经过多少分钟又同时发车？

【难度】★★

【例 25】用 16 块面积是 1 平方厘米的正方形，可以拼成多少种形状不同的长方形？它的长和宽分别是多少厘米？

【难度】★★★

【例 26】一筐苹果，2 个一拿或 3 个一拿或 4 个一拿或 5 个一拿都正好拿完没有余数，问这筐苹果最少有多少个？

【难度】★★★

【例 27】小明有一本共 126 张纸的记事本，他依次将每张纸的正反面编页码，即由第 1 页一直编到 252 页。如果从这本记事本中撕下 31 张纸，并将它们的页码相加，和是否可能等于 2010？

【难度】★★★

【例 28】我们知道，每个正整数都有因数，对于一个正整数 a ，我们把小于 a 的正的因数叫做 a 的真因数。如 10 的正因数有 1、2、5、10，其中 1、2、5 是 10 的真因数。把一个正整数 a 的所有真因数的和除以 a ，所得的商叫做 a 的“完美指标”。如 10 的“完美指标”是 $(1+2+5) \div 10 = \frac{4}{5}$ 。一个正整数的“完美指标”越接近 1，我们就说这个数越“完美”。如

8 的“完美指标”是 $(1+2+4) \div 8 = \frac{7}{8}$ ，10 的“完美指标”是 $\frac{4}{5}$ ，因为 $\frac{7}{8}$ 比 $\frac{4}{5}$ 更接近 1，所

以我们说 8 比 10 完美。

根据上述材料，回答下面问题：

(1) 5 的“完美指标”是_____；

(2) 6 的“完美指标”是_____；

(3) 9 的“完美指标”是_____。

(4) 试找出比 20 大，比 30 小的正整数中，最“完美”的数。

【难度】★★★

第二讲 能被 2、5 整除的数及分解素因数

1、能被 2 整除的数

能被 2 整除的数的特征：个位上是 0, 2, 4, 6, 8 的整数；

能被 2 整除的整数叫做偶数，不能被 2 整除的整数叫做奇数。

2、能被 5 整除的数

能被 5 整除的数的特征：个位上是 0 或 5 的整数。

3、能同时被 2、5 整除的数

能同时被 2 和 5 整除的数的特征：个位上是 0 的整数。

【例 1】已知：11, 15, 32, 56, 19, 123, 312, 566, 787, 哪些是奇数？哪些是偶数？

【难度】★

【例 2】已知：17, 25, 70, 98, 105, 370, 952, 其中能被 5 整除的数有_____。

【难度】★

【例 3】在圈内写出满足条件的数：12, 25, 40, 75, 80, 94, 105, 210, 354, 465, 760。

【难度】★

【例 4】三个连续的偶数的和是 54, 则其中最小的一个是_____。

【难度】★★

【例 5】请判断下列算式的结果是偶数还是奇数，偶数则打“√”，奇数则打“×”。

()	()	()
()	()	()
()	()	()

【难度】★★

【例 6】的和是奇数还是偶数？请说明理由。

【难度】★★★

【例 7】用 0、1、2、3 这四个数字排成一个四位数，要使这个数有因数 2，有几种不同的排法？要使这个数能被 5 整除，有几种不同的排法？

【难度】★★★

【例 8】下面的乘式的积中，末尾有多少个 0？

.

【难度】★★★

素数与合数

1、素数与合数

(1) 素数：一个正整数，如果只有 1 和它本身两个因数，则叫做素数，也叫做质数；

(2) 合数：一个正整数，如果除了 1 和它本身以外还有别的因数，则叫做合数；

(3) 1 既不是素数，也不是合数；正整数可分为：1、素数和合数三类。

【例 9】判断 37, 39, 47 和 49 是素数还是合数。

【难度】★

【例 10】下列各数中，哪些是素数？哪些是合数？

6, 13, 18, 31, 51, 67, 87, 120.

【难度】★

【例 11】根据要求填空：在 1, 2, 9, 21, 43, 51, 59, 64 这八个数中：

- (1) 是奇数又是素数的数是 ()；
- (2) 是奇数不是素数的数是 ()；
- (3) 是素数而不是奇数的数是 ()；
- (4) 是合数而不是偶数的数是 ()。

【难度】★

【例 12】已知字母 p 、 q 分别代表一个素数，并且 $p + q = 99$ ，你能知道 p 、 q 这两个数相乘的积是多少吗？

【难度】★★

【例 13】判断题（若是正确的，请说明理由；若是错误的，请把它改正确）。

- (1) 所有的偶数是合数，所有的奇数是素数；
- (2) 某数是 3 的倍数，这个数一定是合数；
- (3) 一个合数至少有 3 个因数；
- (4) 在所有的素数中，只有 2 是偶数，其余的素数都是奇数；
- (5) 一个自然数，如果不是素数，就一定是合数；
- (6) 两个素数的和一定是合数；
- (7) 大于 2 的合数都是偶数；
- (8) 一个大于 1 的自然数，如果有小于本身的因数，那么这个数一定是合数。

【难度】★★

【例 14】用 10 以内的质数组成一个三位数，使它能同时被 3、5 整除，这个数最小和最大分别是多少？

【难度】★★

【例 15】一个两位质数，交换个位与十位上的数字，所得的两位数仍是质数，这个数是多少？

【难度】★★

【例 16】已知一个长方形的长和宽都是质数厘米，并且周长是 36 厘米。问这个长方形的面积至多是多少个平方厘米？

【难度】★★★

【例 17】三个素数的和是 100，这三个素数的积最大是多少？

【难度】★★★

【例 18】若三个素数的乘积恰好等于它们的和的 11 倍，那么这三个素数各是几？

【难度】★★★

分解素因数

1、分解素因数

每个合数都可以写成几个素数相乘的形式，其中每个素数都是这个合数的因数，叫做这个合数的素因数。

把一个合数用素因数相乘的形式表示出来，叫做分解素因数。

2、口算法分解素因数

例如： .

3、短除法分解素因数

形如右图，

这种在左侧写除数，下方写商的除法格式叫做“短除法”。

用短除法分解素因数的步骤如下：

- (1) 先用一个能整除这个合数的素数（通常从最小的开始）去除；
- (2) 得出的商如果是合数，再按照上面的方法继续除下去，直到得出的商是素数为止；
- (3) 然后把各个除数和最后的商按从小到大的顺序写成连乘的形式。

【例 19】把 24 分解素因数的正确算式是（ ）

- A. $24=2 \times 2 \times 2 \times 3$ B. $24=3 \times 2 \times 2 \times 2$
C. $24=2 \times 3 \times 2 \times 2$ D. $24=2 \times 2 \times 3 \times 2$

【难度】★

【例 20】在等式 $4 \times 6 = 2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 3$ 中，4 和 6 都是（ ），2 和 3 都是（ ）

- A. 素因数 B. 素数 C. 因数 D. 合数

【难度】★

【例 21】把以下各数分解素因数：

35, 72, 105, 108, 238.

【难度】★

【例 22】请把 2、3、5、7、14、15 这六个数分成两组，使每组数的乘积相等。

【难度】★★

【例 23】如果 S 表示全部素因数的和，如 $24=2 \times 2 \times 2 \times 3$ ，试求 S 的值。

【难度】★★

【例 24】下面的算式里，□里数字各不相同，求这四个数字的和。

$$\square\square \times \square\square = 1995.$$

【难度】★★

【例 25】有 168 颗糖，平均分成若干份，每份不得少于 10 颗，也不能多于 50 颗。共有多少种分法？

【难度】★★

【例 26】把一篮苹果分给 4 人，使四人的苹果数一个比一个多 2，且他们的苹果个数之积是 1920。这篮苹果共有多少个？

【难度】★★

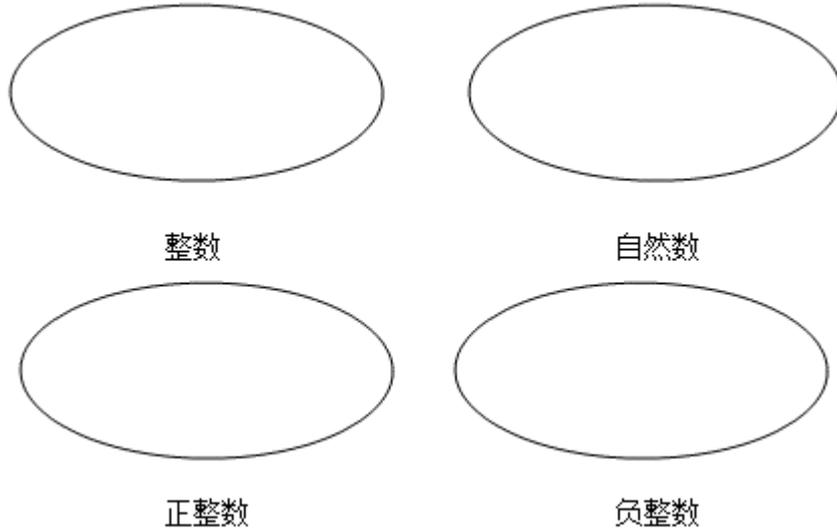
【例 27】有 4 个人都属鸡，而且生日都是 3 月 20 日。某年，他们的年龄数的乘积为 207025，他们的年龄数之和是 102。则 n 等于几？

【难度】★★★

第三讲 数的整除单元小结

【习题 1】 先把下列各数放入正确的圈内，然后把这数按照从小到大的顺序排列，并说明其中最小的正整数，最小的自然数，最大的负整数分别是哪个？

-1, 2, -0.3....., 15, -0.7, 0, 3.83, 0.3, 1, 4.732732....., -8, 10.



【难度】★

【习题 2】 一个三位数 $46\square$ ，能被 2 整除时， \square 中最大填_____；能被 5 整除时， \square 中最小填_____。

【难度】★

【习题 3】 判断题：

- (1) 若 $m \div n = 2$ ，则 n 一定能整除 m 。（ ）
- (2) 整数 a 的最大因数正好等于整数 b 的最小倍数，则 a 一定大于 b 。（ ）
- (3) 因为 $6.3 \div 7 = 0.9$ ，所以 6.3 是 7 的倍数。（ ）
- (4) 因为整数 7421 中包含了数字 2，所以 7421 一定能被 2 整除。（ ）

【难度】★★

【习题 4】 已知 $A = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ ，那么 A 的全部因数的个数是()

- A. 10 个 B. 12 个 C. 14 个 D. 16 个

【难度】★★

【习题 5】 一个正整数既是 48 的因数，又是 3 的倍数，这个数可以是多少？

【难度】★★

【习题 6】 如果 (n) 表示 n 的全部因数的和，如 $(4) = 1 + 2 + 4 = 7$ ，则 $(18) - (21) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【难度】★★★

【习题7】 用0、2、5、8这四个数字组成的四位数中，能被2整除的数有多少个？

【难度】★★★

【习题8】 先把一个数的末位非零的数字割去，并在上位加上所割去数的4倍，然后再将和数的末位数割去，并在上位加上所割去数的4倍，这样继续下去，直到能够很容易看出和数是不是13的倍数为止。若是13的倍数，则这个数就是13的倍数。试判断下列各数，哪些是13的倍数？（写出具体过程）

(1) 9062;

(2) 12805;

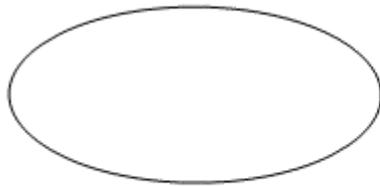
(3) 158506.

【难度】★★★

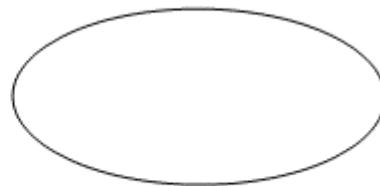
【作业1】 是否存在最小的正整数，负整数，自然数；是否存在最大的正整数，负整数，自然数？如果有，请写出是哪个数。

【难度】★

【作业2】 78的因数有哪些？把其中的奇数和偶数分别填入相应的圈内。



奇数



偶数

【难度】★★

【作业3】 求26以内能被5整除的所有数的和。

【难度】★★

【作业4】 在黑板上，先写出三个自然数1、3、5，然后任意擦去其中的一个，换成所剩两个数的和。照这样进行100次后，黑板上留下的三个数中有几个奇数？它们的乘积是奇数还是偶数？

【难度】★★

【作业5】 求1000以内能同时被3、5整除的数中，最大的奇数与最小的偶数的和。

【难度】★★★

【作业6】 一个大于1的自然数 a ，只有两个因数，那么 $3a$ 有几个因数？

【难度】★★★

【作业 7】 张阿姨是公共汽车售票员，她的票夹上有 5 角、1 元、1 元 5 角三种车票，她习惯把钱都放在车厢售票员位置的小桌上，这样就可以随时算出有没有差错。有一次她数了数桌上的硬币，是 36 枚 1 角。她对司机说：“我今天我肯定出了差错了”，你知道为什么吗？

【难度】★★★

【作业 8】 凡一个数的奇位数字的和同它的偶位数字的和相减（大的和减去小的和），所得的差是 0 或是 11 的倍数时，这个数就是 11 的倍数。下列各数，哪些是 11 的倍数？

(1)64273 (2)208549 (3)77360822

【难度】★★★

第四讲 公因数和最大公因数

1、公因数

几个数公有的因数，叫做这几个数的公因数。

2、最大公因数

几个数的公因数中，最大的一个叫做这几个数的最大公因数。

3、两个数互素

如果两个整数只有公因数 1，那么称这两个数互素。

4、求最大公因数

求几个数的最大公因数，只要把它们所有公有的素因数连乘，所得的积就是它们的最大公因数。

【例 1】 求出下列各组数的公因数。

(1) 14 和 42; (2) 121 和 44; (3) 28 和 56; (4) 17 和 9.

【难度】 ★

【例 2】 指出下列哪组中的两个数互素。

(1) 3 和 5; (2) 6 和 9; (3) 14 和 15; (4) 18 和 1.

【难度】 ★

【例 3】 找出下列各数的公因数与最大公因数。

(1) 84、28、60; (2) 12、16、20.

【难度】 ★

【例 4】 下列说法中，正确的个数有 () 个

- ① 2 是 4 和 16 的一个公因数;
- ② 12 是 24 和 36 的最大公因数;
- ③ 如果两个数互素，那么这两个数一定都是素数;
- ④ 1 和任何正整数互素.

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

【难度】 ★★

【例 5】 已知 a 都为自然数，且 $a < b$ ，那么 a 和 b 的最大公因数是多少？

【难度】 ★★

【例 6】 已知两个数的积是 5766，它们的最大公因数是 31，求这两个数。

【难度】 ★★

【例 7】 将长、宽、高分别是 120 厘米，90 厘米，60 厘米的长方体木料锯成同样大小的正方体木块，而没有剩余，锯成的木块棱长最长是多少？共可以锯成多少块？

【难度】 ★★

【例 8】 学校买来 40 支圆珠笔和 50 本练习本，平均奖给四年级三好学生，结果圆珠笔多 4 支，练习本多 2 本，四年级有多少名三好学生，他们各得到什么奖品？

【难度】 ★★

【例 9】 幼儿园一个班买书，如买 35 本，平均分给每个小朋友差一本，如买 56 本，平均分给每个小朋友后还剩 2 本，如买 69 本，平均分给每个小朋友则差 3 本。这个班的小朋友最多有几人？

【难度】★★★

【习题 1】 下列说法中，正确的个数有（ ）个

- ①一个自然数，不是质数就是合数； ②任何一个自然数至少有 2 个因数；
③90 分解素因数是 $90=5 \times 2 \times 9$ ； ④两个素数的和一定是偶数；

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

【难度】★

【习题 2】 将 20 写成两个质数之和，这两个质数最大乘积是多少？

【难度】★

【习题 3】 下列各数中是否含有相同的公因数，若含有请指出，并求出最大公因数。

- (1) 6 和 9； (2) 27 和 51； (3) 28、42 和 56.

【难度】★

【习题 4】 已知两个数的和是 107，它们的乘积是 1992，这两个数分别是多少？

【难度】★★

【习题 5】 两个正整数的和是 50，他们的最大公因数是 5，这两个数的差的最大值是几？

【难度】★★

【习题 6】 王老师带领一班同学去植树，学生恰好分成 4 组。如果王老师和学生每人植树一样多，那么他们一共植了 539 棵。这个班有多少个学生？每人植树多少棵？

【难度】★★

【习题 7】 某农副食品店销售三级别的大米，已知一级大米 150 斤，二级大米 180 斤，三级大米 210 斤的价格都是 450 元，现需将这三种大米分别按整斤数装袋，要求每袋的价格都相等，那么每袋的价格最低是多少元？

【难度】★★

【习题 8】 “九九重阳节敬老节”将至，幸福小区组织一批老年人决定分乘若干辆至多可乘 44 人的大巴前去郊游。如果打算每辆车坐 22 个人，就会有 1 个人没有座位；如果少开一辆车，那么，这批老人刚好平均分乘余下的大巴。那么有多少个老人？原有多少辆大巴？

【难度】★★★

【习题 9】 甲乙两人射箭，规定每射一箭得到的环数是 0~10 这 10 个数中的一个整数，他们各射 5 靶，每人得到的环数之积刚好都是 1764，但是甲的总环数比乙少 4 环，求甲、乙各自的总环数。

【难度】★★★

【习题 10】 有四个数，已知 的最大公因数是 60， 的最大公因数是 96，这四个数的最大公因数是多少？

【难度】★★★

第五讲 公倍数与最小公倍数

1、公倍数与最小公倍数

公倍数：几个整数公有的倍数叫做它们的公倍数；

最小公倍数：几个整数公有的倍数中，最小的一个叫做它们的最小公倍数。

2、最小公倍数的求法

求两个整数的最小公倍数，只要取它们所有公有的素因数，再取它们各自剩余的素因数，将这些数连乘，所得的积就是这两个数的最小公倍数；

如果两个整数中某一个数是另一个数的倍数，那么这个数就是它们的最小公倍数；

如果两个数互素，那么它们的乘积就是它们的最小公倍数。

【例 1】用短除法求 18 和 24 的最大公因数和最小公倍数。

【难度】★

【例 2】用分解素因数的方法求 24 和 90 的最大公因数和最小公倍数。

【难度】★

【例 3】求下列各组数的最小公倍数。

(1) 8 和 15；

(2) 9 和 45；

(3) 19 和 21。

【难度】★

【例 4】若 $a = 2^m \cdot 3^n$ ， $b = 2^p \cdot 3^q$ ，则 m, n 的最小公倍数为_____。

【难度】★

【例 5】求 10, 12 和 15 的最小公倍数。

【难度】★★

【例 6】已知三个连续奇数的和是 15，那么这三个奇数的最小公倍数是多少？

【难度】★★

【例 7】两个数的积是 144，它们的最小公倍数是 36，这两个数各是多少？

【难度】★★

【例 8】甲、乙两户人家相邻而居，甲每 6 天去超市购物一次，乙每 7 天去同一家超市购物一次，元旦这一天两户人家都去这家超市购物，再经过多少天他们又会在同一天都去超市？

【难度】★★

【例 9】已知三个连续偶数的最小公倍数是 24，则这三个连续偶数分别是什么？

【难度】★★★

【例 10】3 月 12 日植树节，六（2）班同学在 400 米跑道的一侧每隔 4 米种一棵树，当种好第 31 棵树时，觉得树与树之间间隔太密，于是改为每隔 6 米种一棵树，那么有多少棵树不需要移动呢？

【难度】★★★

【例 11】幼儿园一个班买书，如买 35 本，平均分给每个小朋友差一本；如买 56 本，平均分给每个小朋友后还剩 2 本；如买 69 本，平均分给每个小朋友则差 3 本。这个班的小朋友最多有几人？

【难度】★★★

【例 12】某工厂承包了学校的桌椅制作任务，一张桌子配一把椅子，某车间有甲、乙两组，

甲组人员做桌子，每人每天可以做 6 张桌子；乙组每人每天可以做 9 把椅子，为了使生产均衡，每天的桌子、椅子数量刚好配套。该车间至少安排多少人员？（不考虑其他因素）

【难度】★★★

模块二：最大公因数与最小公倍数综合

1、两数的最大公因数与最小公倍数的关系

已知数 a 和数 b ，两数的最大公因数为 m ，最小公倍数为 n ，则：

【例 13】求下列各组数的最大公因数和最小公倍数。

(1) 48 和 18；

(2) 27 和 81.

【难度】★

【例 14】求下列各组数的最大公因数和最小公倍数。

(1) 4、8 和 12；

(2) 15、75 和 90.

【难度】★

【例 15】如果甲数 a ，乙数 b ，那么甲数与乙数的最大公因数是_____，最小公倍数是_____.

【难度】★

【例 16】已知甲、乙两数的最大公因数是 3，最小公倍数是 30，甲数是 6，乙数是多少？

【难度】★★

【例 17】判断下列说法是否正确，对的打“√”，错的打“×”，并说明理由。

(1) 两个数的公倍数的个数是有限的。()

(2) 30 是 15 和 10 的最小公倍数。()

(3) 如果较大数能被较小数整除，那么较小数就是这两个数的最大公因数，较大数就是这两个数的最小公倍数。()

(4) 不相同的两个数的最小公倍数一定比它们的最大公因数大。()

【难度】★★

【例 18】两个数的最大公因数是 4，最小公倍数是 252，其中一个数是 28，另一个是多少？

【难度】★★

【例 19】先求出 8 和 10 的最大公因数和最小公倍数，并把最大公因数和最小公倍数相乘，再把 8 和 10 相乘，你发现了什么？

请用你所发现的规律接下面的问题：

(1) 甲、乙两数的最大公因数是 3，最小公倍数是 30，已知甲数是 6，那么乙数是多少？

(2) 甲、乙两数的最大公因数是 3，最小公倍数是 90，已知甲数是 18，那么乙数是多少？

【难度】★★

【例 20】已知两个数的最大公因数是 6，最小公倍数是 144，求这两个数的和是多少？

【难度】★★

【例 21】两个数的最小公倍数是 140，最大公因数是 4，且小数不能整除大数，这两个数分别是多少？

【难度】★★

【例 22】在长 1.5 千米的公路一边，等距离种树（两端都种），开始每隔 10 米种一棵，后来改成每隔 12 米种一棵，不用改种的树有多少棵？

【难度】★★★

【例 23】张三、李四、王五三位同学分别发出新年贺卡 a 、 b 、 c 张。如果已知 a 、 b 、 c 的最小公倍数为 60， a 和 b 的最大公因数为 4， b 和 c 的最大公因数为 3，那么张三发出的新年贺卡共有多少张？

【难度】★★★

【例 24】甲、乙、丙三人绕操场竞走，他们走一圈分别需 1 分钟、1 分 15 秒、1 分 30 秒。问：三人同时从起点出发，多长时间后他们又在起点相会？（从起点出发后最近的一次相会）

【难度】★★★

第六讲 数的整除整章复习

【知识点归纳】

1. 整除的意义：整数 a 除以整数 b ，如果除得的商是整数而余数为零，我们就说 a 能被 b 整除，或者说 b 能整除 a 。
2. 整除的条件：除数，被除数都是整数，
被除数除以除数，商是整数而且余数是零。
3. 因数和倍数：整数 a 能被整数 b 整除， a 就是 b 的倍数， b 叫做 a 的因数(约数)。
4. 能被 2，5 整除的数的特征：
个位上是 0，2，4，6，8 的整数都能被 2 整除。
个位上是 0，5 的整数能被 5 整除。
5. 偶数和奇数：能被 2 整除的整数叫偶数，不能被 2 整除的整数叫奇数，其中零是偶数。
6. 素数(质数)：一个正整数，如果只有 1 和它本身两个因数，这样的数叫做素数，也叫做质数。
7. 合数：一个正整数，如果除了 1 和它本身两个因数以外还有别的因数，这样的数叫做合数。
8. 1 既不是合数也不是素数。
9. 把一个合数写成几个素因数相乘的形式，叫做分解素因数。
10. 最大的公因数：几个数公有的因数，叫做这几个数的公因数，其中最大的那个叫做这几个数的最大公因数。
11. 互素：如果两个整数只有公因数 1，那么称这两个数互素。
12. 两个整数中，如果某个数是另一数的因数，那么这个数就是这两个数的最大公因数，如果这两个数互素，那么它们的最大公因数就是 1。
13. 最小的公倍数：几个整数的公有的倍数，叫做这几个数的公倍数，其中最下的一个叫做这几个数的最小公倍数。
14. 求两个整数的最小公倍数：只要取它们所有公有的素因数，再取它们各自剩余的素因数，将这些数连乘，所得的积就是这两个数的最小公倍数。

【典例精析】

★一、整数

- 1、下列说法中，错误的是：()
A. 最小的整数是 0 B. 最大的正整数不存在
C. 最大的负整数是 -1 D. 最大的自然数不存在
- 2、最小的正整数是_____，最大的负整数是_____。
- 3、把下列各数填入相应的横线上：-3, 18, -143, 0, 5, 100.
负整数：_____；正整数：_____；整数：_____。

★二、整除

- 4、下列各组数中，第一个数能被第二个数整除的是：()
A. 4 和 12 B. 24 和 5 C. 35 和 8 D. 91 和 7

5、除式 $9 \div 1.5 = 6$ 表示 ()

- A. 9 能被 1.5 整除 B. 1.5 能整除 9
C. 9 能被 1.5 除尽 D. 以上说法都不确切

6、28 能被 a 整除，a 一定是 ()

- A. 4 或 7 B. 2、4 或 7
C. 2、4、7、14 或 28 D. 1、2、4、7、14 或 28

7、 $18 \div 9 = 2$ ，我们就说____能被____整除或____能整除____。

8、能整除 14 的数是_____。

★三、因数和倍数

9、6 的因数有 ()

- A. 8 个 B. 6 个 C. 4 个 D. 2 个

10、6 的倍数有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 无数个

11、已知 14 能整除 a，那么 a 是 ()

- A. 1 和 14 B. 2 和 14 C. 14 的因数 D. 14 的倍数

12、下列说法错误的是 ()

- A. 一个数的因数的个数是有限的，最小的是 1，最大的是它本身
B. 一个正整数的倍数的个数是无限的，最小的是它本身
数，又是 16 的倍数，这个数就是 16

★四、能被 2、5 整除的数

13、末位数字是_____的数一定能被 2 整除。

14、能同时被 2、5 整除的数，它的个位上的数必是_____。

15、能被 5 整除的最大的两位数是_____，最小的两位数是_____。

16、奇数与偶数的积必定是_____。

17、两个连续自然数的和是_____。

18、写出 100 以内能同时被 2、3、5 整除的数_____。

★五、分解素因数

把下列各数进行分解素因数

18=

27=

54=

108=

★六、最大公因数和最小公倍数

1、求下列各数的最大公因数和最小公倍数

(1) 36 和 48

(2) 54 和 72

(3) 18 和 72

(4) 17 和 68

2、一张长方形纸，长 96 厘米，宽 60 厘米，如果把它裁成同样大小且边长为整厘米的最大正方形，且保持纸张没有剩余，每个正方形的边长是几厘米？每个正方形的面积是多少？可以裁多少个这样的正方形？

3、张林、李强都爱在图书馆看书，张林每 4 天去一次，李强每 6 天去一次，有一次他们两人在图书馆相遇，至少再过多少天他们又可以在图书馆相遇？

★★4、有一盘水果，3 个 3 个地数余 2 个，4 个 4 个数余 3，5 个 5 个数余 4 个，问个盘子里最少有多少个水果？

★★5、有一个电子表，每走 9 分钟亮一次灯，每到整点响一次铃，中午 12 点整，电子表既响铃又亮灯，请问下一次既响铃又亮灯的是几点钟？

★★6、数学兴趣小组有 24 个男同学，20 个女同学，现要分成小组，每个小组男、女同学人数分别相同，最多可以分成多少个小组？每组至少有多少个男同学？多少个女同学？

★★7、有 38 支铅笔和 41 本练习本平均奖给若干个好少年，结果铅笔多出 3 支，练习本还缺 1 本。得奖的好少年有多少人？

★★★8、(1) 在 1 后面添上三个数字，组成一个四位数，使他分别能被 3、5、7 整除，满足条件的最大的四位数为_____

(2) 已知 M 分解素因数后 $M = a \times b \times c \times d$ ，其中 a, b, c, d 都是素数，那么在 M 的所有因数中是合数的有_____个。

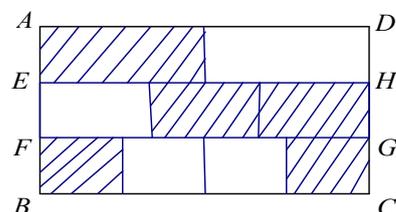
理由：

(3) 若质数 m, n 满足 $5m + 7n = 129$ ，则 $m + n =$ _____。

理由：

★★★9、夏令营活动，午餐时每人发一个饭碗，恰好能每两个发一个菜碗，每三个人发一个汤碗，一共用去 88 个碗，这次夏令营共有多少人参加？

★★★10、如图，将长方形 $ABCD$ 平均分成三个小长方形，再将三个小长方形分别平均分成 2 份、3 份、4 份，试问阴影部分面积是长方形 $ABCD$ 面积的几分之几？



第八讲 分数与除法、分数的基本性质

【知识点归纳】

1、分数的基本性质：分数的分子和分母都乘以或都除以同一个不为零的数，所得的分数与

原分数的大小相等。即： $\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a \div n}{b \div n} (b \neq 0, k \neq 0, n \neq 0)$ ，如： $\frac{2}{5} = \frac{2 \times 3}{5 \times 3} = \frac{6}{15}$ ，

$$\frac{8}{60} = \frac{8 \div 4}{60 \div 4} = \frac{2}{15}。$$

2、分子和分母互素的分数，叫做最简分数。如 $\frac{5}{6}$ ，其中5和6互素， $\frac{5}{6}$ 是最简分数。

3、把一个分数的分子与分母的公因数约去的过程，称为约分。如： $\frac{12}{18} = \frac{\cancel{2} \times 2 \times \cancel{3}}{\cancel{2} \times 3 \times \cancel{3}} = \frac{2}{3}$ 。

4、将异分母的分数分别化成与原分数大小相等的同分母的分数，这个过程叫做通分。

【例题分析】

★【例题1：】在括号内填入适当的数： $\frac{5}{6} = \frac{(\quad)}{24}$ 。

★【例题2：】试举出三个与分数 $\frac{18}{48}$ 相等的分数：

【巩固练习】

1、在括号内添入适当的数，使等式能够成立：

$$\frac{21}{28} = \frac{(\quad)}{7}, \quad \frac{21}{28} = \frac{(\quad)}{36};$$

$$3 \div 4 = \frac{(\quad)}{8} = (\quad)\% = \frac{15}{(\quad)}$$

★★【例题3】写出几个与 $\frac{12}{18}$ 相等且分母比18小的分数。哪一个是最简分数？

★★【例题4】 将分数 $\frac{28}{36}$ 约分，并化成最简分数

★★★【例题5】把下列结果用最简分数表示：

(1) 24平方厘米是1平方米的几分之几？

(2) 小杰一天睡觉9小时，9小时是一天24小时的几分之几？

【巩固练习】

★1、指出下列分数哪些是最简分数，并把不是最简分数的分数化成最简分数：

$$\frac{9}{24}, \frac{57}{18}, \frac{13}{17}, \frac{51}{36}, \frac{15}{35}, \frac{31}{81}, \frac{34}{51}。$$

★2、将下列分数化成最简分数

$$(1) \frac{8}{12} \quad (2) \frac{6}{12} \quad (3) \frac{15}{25} \quad (4) \frac{24}{16}$$

★3、25分钟是1 小时的_____。（填分数）

★4、一段绳子长13米，平均分成六份，其中一份是_____米，每份是全长的_____

★5、3中含有_____个 $\frac{1}{3}$

★6、把下列结果用最简分数表示：

(1) 12厘米是1米的几分之几？

(2) 9分钟是4小时的几分之几？

★★★【例题6】

小杰家去年下半年用电的情况统计如下：

月份	7	8	9	10	11	12
用电量（千瓦时）	205	217	136	95	77	80

- (1) 用电量最多月份的用电量占第三季度用电总量的几分之几？
(2) 第三季度用电量占下半年用电量的几分之几？

巩固练习：

- ★1、一套西服原来成本是 280 元，由于面料价格调整，现在成本提高到 304 元问现在成本增
加的数额占原来成本的几分之几？

★★

四、解答题

13. 用 9 公斤花生榨 4 公斤花生油.

- (1) 平均每公斤花生可以榨出多少公斤花生油？
(2) 如果要榨出 1 公斤花生油需要多少公斤花生？（结果用分数表示）

14. 用不同的方法把一个矩形分成面积相等的 4 份（至少用四种不同方法）



第 14 题

第九讲 分数与除法、分数的基本性质小结、复习

【知识点归纳】

1. 两个正整数 p 、 q 相除，可以用分数 $\frac{p}{q}$ 表示。即 $p \div q = \frac{p}{q}$ ，其中 p 为分子， q 为分母。

2. 分数的基本性质：分数的分子和分母都乘以或都除以同一个不为零的数，所得的分数与原

分数的大小相等。即： $\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a \div n}{b \div n}$ ($b \neq 0, k \neq 0, n \neq 0$)，如： $\frac{2}{5} = \frac{2 \times 3}{5 \times 3} = \frac{6}{15}$ ，

$$\frac{8}{60} = \frac{8 \div 4}{60 \div 4} = \frac{2}{15}。$$

3. 分子和分母互质的分数，叫做最简分数。如 $\frac{5}{6}$ ，其中 5 和 6 互质， $\frac{5}{6}$ 是最简分数。

4. 把一个分数的分子与分母的公因数约去的过程，称为约分。如： $\frac{12}{18} = \frac{\cancel{2} \times 2 \times \cancel{3}}{\cancel{2} \times 3 \times \cancel{3}} = \frac{2}{3}$ 。

5. 将异分母的分数分别化成与原分数大小相等的同分母的分数，这个过程叫做通分。

6. 分数大小的比较：先通分，使分数的分母相同，然后比较两个分数的分子，分子大的分数

原分数就较大。如比较 $\frac{5}{6}$ 和 $\frac{7}{8}$

第一步：通分，6 和 8 的最小公倍数是 24，通分后 $\frac{5}{6} = \frac{5 \times 4}{6 \times 4} = \frac{20}{24}$ ， $\frac{7}{8} = \frac{7 \times 3}{8 \times 3} = \frac{21}{24}$ 。

第二步：比较分子大小， $21 > 20$

第三步：得出结论， $\frac{21}{24} > \frac{20}{24}$ ，所以 $\frac{7}{8} > \frac{5}{6}$ 。

【例题分析】

【例 1】★ (1) 将下列数化成最简分数：

$$\frac{12}{18}$$

$$\frac{22}{55}$$

$$\frac{16}{12}$$

$$\frac{0.5}{10}$$

★★ (2) 按规律填空：

$$3 \div 4 = \frac{(\quad)}{36} = \frac{12}{(\quad)} = \frac{(\quad)}{4} = (\quad) \div 48$$

$$\frac{3}{7} = \frac{3+3}{7+(\quad)} = \frac{3+(\quad)}{7+21}$$

【例 2】★★ 比较下列分数的大小：

$$\frac{6}{24}$$

$$\frac{4}{8}$$

$$\frac{9}{24}$$

$$\frac{13}{18}$$

$$\frac{60}{72}$$

$$\frac{35}{45}$$

【巩固练习】

比较下面每组中几个分数的大小：

★ (1) 请将下列分数按从小到大的顺序排列：

$$\frac{3}{8}, \frac{18}{19}, \frac{4}{7}, \frac{2}{5}, \frac{7}{13}$$

(2) 用 < 联结

★★★ (1) $\frac{15}{23}$, $\frac{10}{17}$ 与 $\frac{12}{19}$

(2) $\frac{2006}{2007}$ 与 $\frac{2007}{2008}$

(3) ★★★★★ 比较大小：

1. $\frac{6}{17}$ 和 $\frac{13}{34}$

2. $\frac{4}{123}$ 和 $\frac{5}{213}$

3. $\frac{999}{9999}$ 和 $\frac{9999}{99999}$

4. $\frac{4149}{4151}$ 和 $\frac{44149}{44151}$

【例 3】★★ ① 比 $\frac{1}{3}$ 大 而 比 $\frac{2}{5}$ 小，且分子是 8 的分数有几个？请一一写出来？

② 你能写出几个比 $\frac{1}{4}$ 小 而 比 $\frac{1}{5}$ 大的分数？

【巩固练习】

★(1) 一个分数的分母比分子大 8，化简后得 $\frac{4}{5}$ ，若将原分数的分子、分母均加上 10，这时这个分数是多少？化简后的分数是多少？

(2) 一个分数的分子与分母的和是 60，把这个分数约分后是 $\frac{3}{7}$ ，这个分数是多少？

(3) 写出一个大于 $\frac{1}{6}$ 且小于 $\frac{1}{5}$ 的分数。

(4) 分数 $\frac{15}{56}$ 的分子加上什么数后，结果等于 $\frac{9}{14}$ ？

(5) 用至少 3 种方法比较 $\frac{2}{3}$ 和 $\frac{3}{4}$ 的大小。

★★★【例 4】甲、乙两位工人开展劳动比赛，甲 15 分钟做了 25 个零件，乙 12 分钟做了 18 个零件，那么谁的加工速度更快？为什么？

【巩固练习：】

★★ (1) 某食堂运来 8 吨煤，9 个月烧完，平均每月烧这堆煤的 $\frac{(\quad)}{(\quad)}$ ，平均每月烧 (\quad) 吨。

★★ (2) 1 千克的 $\frac{5}{6}$ 和 (\quad) 千克的 $\frac{1}{6}$ 相等。

★★ (3) $\frac{8}{9}$ 和 $\frac{7}{8}$ 这两个分数中，分数值较大的数是 (\quad) ，分数单位较大的数是 (\quad) 。

★★ (4) 小华看一本 70 页的书，已经看了 19 页，看了的页数占全书的 $\underline{\hspace{2cm}}$ ，没看的页数占全书的 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

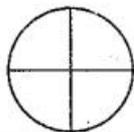
★★ (5) 六(1)班共有 36 名同学，其中男同学有 20 名，那么男同学人数占女同学人数的 $\underline{\hspace{2cm}}$ ；女同学人数是男同学人数的 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

★★ (6) 把 4 米长的一条绳子，平均截成 5 段，每段长 (\quad) 米，每段占这条绳子的 $\frac{(\quad)}{(\quad)}$ 。

★★★

11. 在分数 $\frac{4}{6}$ 、 $\frac{12}{15}$ 、 $\frac{8}{10}$ 、 $\frac{20}{30}$ 、 $\frac{16}{20}$ 中, 哪些分数在数轴上可用同一点表示?

12. 下面所给图形面积为 1, 请在图中用斜线画出阴影部分, 使阴影部分的面积等于图形右边所给出的分数.



($\frac{18}{36}$)



($\frac{2}{3}$)

第 12 题

四、解答题

13. 六(1)班投票选举“三好学生”, 小杰得了全部选票的 $\frac{1}{3}$, 小雯得到了全部选票的 $\frac{1}{2}$, 小明得了全部选票的 $\frac{1}{6}$, 问: 还有其他小朋友得到选票吗? 试说明理由.

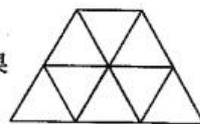
14. 已知字母 A 、 B 是两个不同的且小于 10 的自然数, 若 $\frac{B}{A \times A} = \frac{1}{8}$, 则求 A 、 B 的值.

★★★

四、解答题

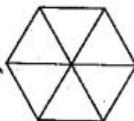
13. 一个分数,分子与分母的积是 500,将它化成最简分数是 $\frac{4}{5}$,试求出原分数.

14. 本题中的两个图形都可以看作是由相同的“△”拼成的,如果



表示总

体 1,那么



用最简分数表示是多少?

★★

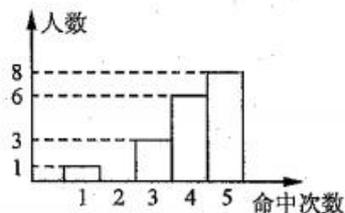
11. 一天,唐僧师徒四人分吃了一个大西瓜,唐僧吃了这个西瓜的 $\frac{1}{4}$,孙悟空和沙和尚都吃了这个西瓜的 $\frac{2}{8}$,猪八戒吃了这个西瓜的 $\frac{4}{16}$,他们四人谁吃得多?为什么?

★★

四、解答题

13. 篮球队进行投篮比赛,每人投5个球,命中次数的统计图如下图所示,根据图中信息回答下列问题.

- (1) 全部命中的人数是全队人数的几分之几?
- (2) 命中次数不低于3次的人数是全队人数的几分之几?



第13题

14. 某班数学测验成绩统计表如下,试根据表中数据回答下列问题:

成绩(分)	40~50	50~60	60~70	70~80	80~90	90~100
人数	2	4		8		3

(注:每个分数段含最低值不含最高值)

- (1) 如果全班有36名学生,那么不及格学生占全班人数几分之几?
- (2) 如果在这36人中60~70分有7人,那么,80分以及80分以上的人数占全班人数几分之几?

★★

13. 甲、乙两家文具店出售一种水笔,原来定价都为每打(12支)10元,现为了促销,甲店每打降价2元,乙店每打售价不变,但另赠送2支水笔.请问哪家店的水笔单价较便宜,为什么?

14. 在5、6、7、8、9这几个数字中,任意挑2个数字做分子和分母,能组成比 $\frac{7}{8}$ 小的分数吗?如果可以的话,请你全部写出来.



13. 我国国土面积按海拔高度划分的情况如下表:

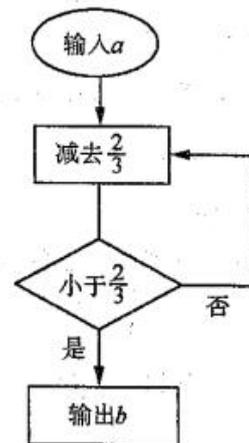
500 米以下 底丘、平原	500—1000 米 低山、丘陵	1001—2000 米 中高山区	2001—5000 米 高山高平原	5000 米以上 更高山区
$\frac{4}{25}$	$\frac{19}{100}$	$\frac{7}{25}$	$\frac{9}{50}$	$\frac{19}{100}$

- (1) 海拔在 1001 米以下的面积共占国土面积的几分之几?
 (2) 你还能提出什么数学问题? 对你提出的数学问题进行解答.

14. 根据右图所示的流程图列出算式, 并分别求出输出的结果 b .

(1) $a = \frac{3}{4}$;

(2) $a = 2\frac{1}{2}$



第十讲 分数的加减法

【知识点归纳】

- 分数的加减法：
 - 同分母分数的加减法：分母不变，分子相加减后的结果作为分子。
 - 带分数的加减法：整数部分与整数部分相加减，分数部分与分数部分相加减。若被减数的分数部分不够减，则向被减数的整数部分借1。
- 分数的分类：
 - 分子比分母小的分数叫**真分数**，真分数小于1。
 - 分子比分母大或分子和分母相等的分数叫**假分数**，假分数大于1或等于1。
 - 一个整数(0除外)和一个真分数合成的数，叫做**带分数**。

【例题分析】

【例1】 ★ (1) 直接写得数：

$$\frac{1}{7} + \frac{3}{7} =$$

$$\frac{1}{6} + \frac{5}{6} =$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} =$$

$$\frac{3}{7} - \frac{1}{7} =$$

$$\frac{5}{6} - \frac{1}{6} =$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{4} =$$

$$\frac{5}{9} + \frac{2}{9} =$$

$$\frac{19}{24} - \frac{13}{24} =$$

$$\frac{8}{9} + \frac{4}{11} + \frac{1}{9} =$$

(2) ★把带分数 $3\frac{2}{5}$ 化成假分数是_____；把假分数 $\frac{32}{7}$ 化成带分数是_____；

(3) ★ $1\frac{5}{6} + \frac{1}{6} =$

$$1\frac{5}{6} - \frac{1}{6} =$$

$$1\frac{3}{4} + 3\frac{1}{4} =$$

$$3\frac{1}{6} - \frac{5}{6} =$$

$$7\frac{1}{4} - 6\frac{3}{4} =$$

(4) ★★简便方法计算,写出主要计算过程。

① $6.12 + \frac{3}{7} + 2.88 + \frac{4}{7}$

② $\frac{29}{24} - \left(\frac{5}{24} - \frac{4}{9}\right)$

$$\textcircled{3} 81\frac{13}{48} - (9\frac{13}{48} - 17\frac{11}{34})$$

$$\textcircled{4} \frac{7}{9} + \frac{3}{10} - \frac{2}{9} + \frac{17}{10}$$

$$\textcircled{5} 2\frac{1}{11} + 4\frac{4}{11} + 3\frac{7}{11}$$

【巩固练习】

★一、填空

1、计算： $\frac{2}{3} + \frac{1}{3} =$ _____； $\frac{4}{5} - \frac{2}{5} =$ _____；

2、计算： $7\frac{1}{5} - 3 =$ _____； $4 - 1\frac{3}{5} =$ _____；

3、分数 $\frac{37}{5}$ 介于哪两个整数之间_____；

4、比较大小： $\frac{3}{5}$ _____ $\frac{5}{8}$ ；

5、介于 $\frac{2}{5}$ 和 $\frac{3}{8}$ 之间，且分子为24的最简分数有_____；

6、一件工作15天可以完成，一天完成这项工作的_____；5天完成这项工作的_____；

7、一根铁丝长8米，平均分成6份，每份是全长的_____；每份的长度是_____米；

8、一个分母是5的真分数和另一个分母为3的假分数，如果它们的分子相同，那么这两个分数的分子可能是_____；

9、 $20\frac{7}{20}$ 减去_____的差是 $8\frac{1}{3}$ ；

二、选择题

★1、用 2、4、6、8 四个数字中的一个数字作分子，分母是 6 的真分数有 ()

A、1 个 B、2 个 C、3 个 D、0 个

★★2、 $1\frac{3}{5}$ 小时是 ()

A、1 小时 20 分 B、1 小时 36 分 C、1 小时 12 分 D、1 小时 50 分

3、若分子、分母都是素数，且分子与分母不相等，则该分数是 ()

A、真分数 B、假分数 C、带分数 D、最简分数

★★三、将下列假分数化为带分数，并在同一条数轴上标出相应的点：

$$\frac{7}{3}; \quad \frac{17}{5}; \quad \frac{3}{2};$$

★★四、计算：

$$(1) \frac{5}{8} + \frac{7}{12}$$

$$(2) 7\frac{1}{8} - 2\frac{5}{12}$$

$$(3) 3\frac{2}{3} + \frac{5}{7} + \frac{15}{14}$$

$$(4) 10\frac{3}{8} - 5\frac{1}{2} - 3\frac{9}{16}$$

$$(5) 9\frac{1}{4} + 2\frac{3}{5} - 8\frac{3}{8}$$

$$(6) 3\frac{3}{4} - 2\frac{1}{6} + 1\frac{1}{4}$$

★★★五、求 x 的值：(1) $\frac{8}{15} - x = \frac{1}{3}$

(2) $3\frac{2}{3} - x = 1\frac{1}{2} - \frac{3}{4}$

★★六、(1) 一个数加上 $\frac{1}{3}$ ，再减去 $\frac{5}{6}$ 等于 $\frac{1}{6}$ ，求这个数

(2) $9\frac{7}{20}$ 减去一个数的差是 $8\frac{1}{3}$ ，这个数是多少？

(3) 一个数减去 $\frac{5}{12}$ 与 $\frac{5}{18}$ 的差得 $\frac{1}{12}$ ，这个数是多少？

★★★七、把 20kg 豆油分别装在三个重量相等的瓶内，第一瓶连瓶重 $\frac{16}{3}$ kg，第二瓶连瓶重

$\frac{17}{3}$ kg, 第三瓶装了全部豆油的一半, 每个瓶重多少千克?

★★★★八、一个带分数, 它的分数部分的分子是 3, 把它化成假分数后, 分子是 28, 求这个带分数。

★★★

14. 将下列假分数化成带分数, 并在数轴上标出相应的点.

$$\frac{4}{3}$$

$$\frac{11}{4}$$

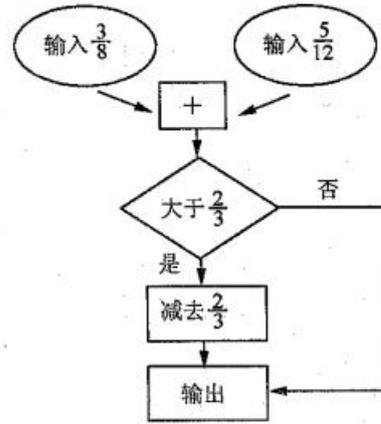
$$\frac{12}{5}$$

$$\frac{9}{2}$$

15. 当正整数 m 分别为何值时, 分数 $\frac{m}{4}$ 与 $\frac{1}{2}$ 的和分别是: (1) 真分数? (2) 假分数?

★★★

13. 根据下边的框图,列出算式,并写出输出结果.

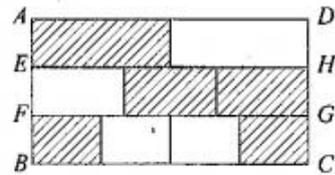


第 13 题

14. 篮球运动员姚明的身高是 $2\frac{13}{50}$ 米,巴特尔的身高是 $2\frac{1}{10}$ 米,小华的身高是 $1\frac{2}{5}$ 米,小亮的身高减去小华的身高所得的差正好是姚明的身高减去巴特尔的身高之差,试求小亮的身高是多少米?

★★★

6. 如图,将长方形 $ABCD$ 平均分成三个小长方形,再将三个小长方形分别平均分成 2 份、3 份、4 份,试问阴影部分面积是长方形 $ABCD$ 面积的几分之几?
7. 小红用 20 分钟走了 1 千米路,平均每分钟走几米?平均每分钟走了全程的几分之几?



第十一讲 分数的加减法 2

【知识点归纳】

分数的加减法：

- 1、同分母分数的加减法：分母不变，分子相加减后的结果作为分子。
- 2、异分母分数的加减法：通分将异分母分数化为同分母分数，然后计算。
- 3、带分数的加减法：整数部分与整数部分相加减，分数部分与分数部分相加减。若被减数的分数部分不够减，则向被减数的整数部分借1。

【例题分析】

【例 1】★计算：

$$(1) \frac{2}{3} + \frac{1}{4}$$

$$(2) \frac{3}{4} - \frac{5}{12}$$

$$(3) 2 - \frac{3}{7}$$

$$(4) \frac{2}{5} + \frac{1}{3}$$

$$(5) \frac{1}{2} + \frac{3}{5}$$

$$(6) \frac{6}{7} - \frac{5}{14}$$

【例 2】★★计算：(1) $1\frac{3}{10} - \frac{1}{2}$

(2) $1\frac{1}{5} + 3\frac{3}{4} + 5\frac{2}{5}$

【例 3】★★★★ (1) $2 - \frac{7}{16} + \frac{2}{15} - \frac{1}{16} + \frac{13}{15} - 1\frac{29}{30}$

★★★★★ (2) $99\frac{3}{4} + 199\frac{3}{4} + 2999\frac{3}{4} + 39999\frac{3}{4}$

【例 4】★★ 解方程: $x + \frac{3}{5} = \frac{11}{12}$

【巩固练习】

★★1. $\frac{3}{4} + 1\frac{5}{8} - \frac{1}{2} = \underline{\hspace{2cm}}$

★★2. 如果 $\frac{2}{3}$ 的分子加上 4, 那么分母应加上 , 分数的值不变.

★3. 填入带分数: $\frac{7}{3} = \underline{\hspace{2cm}}$, $\frac{37}{12} = \underline{\hspace{2cm}}$

★4. 填入假分数: $5\frac{7}{8} = \underline{\hspace{2cm}}$, $5\frac{1}{6} = \underline{\hspace{2cm}}$

★★5. $3\frac{1}{4} + 2\frac{1}{3} - 4\frac{5}{6} = \underline{\hspace{2cm}}$

★★6. 如果 $\frac{m}{8}$ 是假分数, $\frac{m}{9}$ 是真分数, 那么正整数 $m = \underline{\hspace{2cm}}$

★7. 真分数都小于 1 ()

★8. 假分数都不小于 1 ()

★9. 真分数的分子一定小于分母 ()

★10. 假分数的分子一定比分母大。 ()

★★★11. 下列各数中, 大于 $\frac{4}{3}$ 且小于 $\frac{3}{2}$ 的数是 ()

- A. $\frac{15}{12}$ B. $\frac{17}{12}$ C. $\frac{19}{12}$ D. $\frac{18}{12}$

★★12. 用 1, 2, 3, 4 四个数, 共可以组成几个分数值不等的真分数 ()

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

★★13. 一个数减去 $5\frac{2}{3}$ 所得的差是 $2\frac{1}{5}$, 设这个数为 x , 则下列方程中, 正确的是 ()

A. $x - 5\frac{2}{3} = 2\frac{1}{5}$ B. $5\frac{2}{3} - 2\frac{1}{5} = x$ C. $x + 5\frac{2}{3} = 2\frac{1}{5}$ D. $x = 5\frac{2}{3} + 2\frac{1}{5}$

★★14. 计算:

(1) $\frac{5}{8} + \frac{2}{5} - \frac{3}{16} - \frac{1}{4}$

(2) $12\frac{25}{36} - (2\frac{25}{36} + \frac{9}{14})$

(3) $2\frac{1}{3} + \frac{3}{2} + 4\frac{5}{6}$

(4) $5\frac{1}{8} - (3\frac{1}{6} - 1\frac{3}{4})$

★★★15. 解方程: $x + \frac{2}{3} = \frac{1}{12} + \frac{3}{4}$

★★16. 有两种货物，第一种货物的质量为 $1\frac{13}{15}$ 千克，第二种货物的质量为 $\frac{1}{5}$ 千克，两种货物一共的质量为多少千克？

★★17. 一件工作，甲独做 12 天可以完成，乙独做 10 天完成，如果两人一起做这件工作，2 天后还剩下几分之几？

★★★★18. 计算： $\frac{1}{2} + \frac{5}{6} + \frac{11}{12} + \dots + \frac{109}{110}$

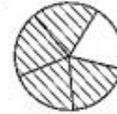
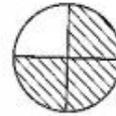
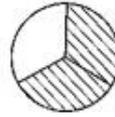
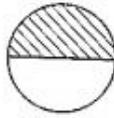
拓展训练：

★★★★19、计算： $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90}$

★★★★

6. 观察:

(1) 你能总结出什么规律?



(2) 比较 $\frac{2004}{2005}$ 与 $\frac{2005}{2006}$ 的大小.

7. 四个分数 $\frac{10}{17}$, $\frac{12}{19}$, $\frac{15}{23}$, $\frac{20}{33}$ 哪个分数最大? 哪个分数最小?

8. 比较分数 $\frac{4567}{4587}$ 和 $\frac{9876}{9896}$ 的大小.

9. 比较下列每组分数的大小:

(1) $\frac{23}{51}$ 和 $\frac{15}{34}$; (2) $\frac{33}{47}$ 和 $\frac{55}{72}$; (3) $\frac{1001}{999}$ 和 $\frac{10001}{9999}$.

课题 分数的乘法 讲义

【知识点归纳】

1. 含有带分数的乘法计算方法：一般先将带分数化成假分数，然后运用分数乘法法则计算。
2. 具体步骤：“一化（把带分数化为假分数）；二约（利用分数的基本性质约分）；三算（利用分数的乘法法则计算）；四化（假分数化为带分数或整数）。”

【例题一】计算：(1) $2\frac{3}{4} \times 3$ ； (2) $1\frac{2}{5} \times 2\frac{1}{3}$ ； (3) $3\frac{5}{12} \times 2\frac{1}{7}$ 。

解：(1) $2\frac{3}{4} \times 3 = \frac{2 \times 4 + 3}{4} \times 3 = \frac{11}{4} \times 3 = \frac{33}{4} = 8\frac{1}{4}$ 。

(2) $1\frac{2}{5} \times 2\frac{1}{3} = \frac{1 \times 5 + 2}{5} \times \frac{2 \times 3 + 1}{3} = \frac{7}{5} \times \frac{7}{3} = \frac{49}{15} = 3\frac{4}{15}$ 。

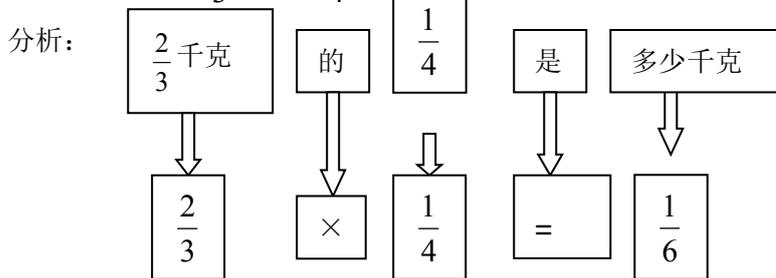
(3) $3\frac{5}{12} \times 2\frac{1}{7} = \frac{3 \times 12 + 5}{12} \times \frac{2 \times 7 + 1}{7} = \frac{41}{12} \times \frac{15}{7} = \frac{41 \times \overset{5}{\cancel{15}}}{\underset{4}{\cancel{12}} \times 7} = \frac{205}{28} = 7\frac{9}{28}$ 。

难度★

计算：(1) $\frac{4}{7} \times 10\frac{1}{2}$ ； (2) $\frac{15}{14} \times 2\frac{1}{10}$ ； (3) $1\frac{2}{5} \times 2\frac{1}{3}$ 。

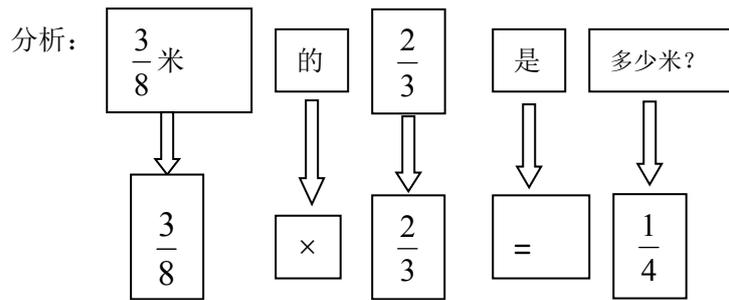
【知识点二】分数乘法应用题：“求一个数的几分之几是多少”用乘法。

【例题二】(1) $\frac{2}{3}$ 千克的 $\frac{1}{4}$ 是多少千克？



解： $\frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$ (千克)。 答： $\frac{2}{3}$ 千克的 $\frac{1}{4}$ 是 $\frac{1}{6}$ 千克。

(2) $\frac{3}{8}$ 米的 $\frac{2}{3}$ 是多少米？



解： $\frac{3}{8} \times \frac{2}{3} = \frac{3 \times 2}{8 \times 3} = \frac{1}{4}$ 。 答： $\frac{3}{8}$ 米的 $\frac{2}{3}$ 是 $\frac{1}{4}$ 米。

难度★

列式计算：

(1) $\frac{12}{5}$ 小时的 $\frac{7}{24}$ 是多少小时？

(2) $2\frac{2}{5}$ 米的 $\frac{3}{4}$ 是多少米？

(3) 一个正方形的边长是 $\frac{5}{6}$ 米，它的周长是多少米？

(4) 小杰每天看电视 $\frac{5}{6}$ 小时，五天共看电视多少小时？

难度☆☆

1. 计算:

(1) $2\frac{2}{3} \times \frac{6}{7}$;

(2) $2\frac{5}{6} \times 1\frac{2}{3}$;

(3) $\frac{3}{2} \times 1\frac{2}{3}$;

(4) $2\frac{2}{3} \times 3\frac{3}{4}$;

(5) $\frac{15}{14} \times 2\frac{1}{10}$;

(6) $1\frac{1}{5} \times \frac{7}{12}$.

2. 列式计算:

(1) $\frac{3}{4}$ 吨的 $\frac{7}{8}$ 是多少吨?

(2) 6 千克的 $\frac{2}{15}$ 是多少千克?

(3) $\frac{23}{10}$ 米的 $\frac{2}{3}$ 是多少米?

(4) $\frac{3}{5}$ 厘米的 $\frac{3}{5}$ 是多少厘米?

3. 列式计算: 长方形的长是 $\frac{5}{6}$ 米, 宽是 $\frac{4}{7}$ 米, 它的面积是多少平方米?

课 题 分 数 的 除 法 讲 义

【知识点归纳】

1. 除以一个不为零的数得到的商,叫做这个数的倒数.
2. 乘积是 1 的两个数,其中一个数就叫做另一个数的倒数.
3. 求一个不为 0 的分数的倒数,就是将这个分数的分子与分母位置互换.

【例题】求下列各数的倒数.

(1) 5; (2) $\frac{2}{3}$; (3) $\frac{5}{3}$; (4) $1\frac{1}{4}$; (5) 0.1.

解: (1) 把 5 看做 $\frac{5}{1}$, 再把 $\frac{5}{1}$ 的分子和分母位置互换, 就是 $\frac{1}{5}$; 所以, 5 的倒数是 $\frac{1}{5}$.

(2) 把 $\frac{2}{3}$ 的分子和分母位置互换, 就是 $\frac{3}{2}$; 所以, $\frac{2}{3}$ 的倒数是 $\frac{3}{2}$.

(3) 把 $\frac{5}{3}$ 的分子和分母位置互换, 就是 $\frac{3}{5}$; 所以, $\frac{5}{3}$ 的倒数是 $\frac{3}{5}$.

(4) 把 $1\frac{1}{4}$ 先化成假分数 $\frac{5}{4}$, 再把 $\frac{5}{4}$ 的分子和分母位置互换, 就是 $\frac{4}{5}$; 所以, $1\frac{1}{4}$ 的倒数是 $\frac{4}{5}$.

(5) 把 0.1 先化成带分数 $\frac{1}{10}$, 再把 $\frac{1}{10}$ 的分子和分母位置互换, 就是 10; 所以, 0.1 的倒数是 10.

【说明】把所有数都化成真分数或假分数, 然后再把它的分子和分母位置互换, 就得到了它的倒数.

难度★

求下列各数的倒数.

(1) 7; (2) $\frac{3}{8}$; (3) $\frac{5}{2}$; (4) $2\frac{2}{3}$; (5) 0.7.

难度★★

1. 求下列各数的倒数.

(1) 1; (2) 5; (3) 4; (4) 12.

2. 求下列各数的倒数.

(1) $\frac{1}{3}$; (2) $\frac{11}{7}$; (3) $\frac{5}{8}$; (4) $\frac{3}{2}$.

3. 求下列各数的倒数.

(1) $1\frac{1}{2}$; (2) $2\frac{3}{4}$; (3) $2\frac{1}{5}$; (4) $3\frac{3}{10}$.

4. 求下列各数的倒数.

(1) 0.2; (2) 0.5.

课 题 分 数、小 数 的 四 则 混 合 运 算 讲 义

【知识点归纳】

分数的四则混合运算顺序与整数的四则混合运算顺序**相同**。先_____，后_____（填“加”、“减”、“乘除”）。有括号的要**先算**括号内的。

【例题一】

1. 计算 $\frac{3}{7} \times \frac{5}{6} + \frac{5}{14} \div \frac{2}{3}$.

解：原式 $= \frac{3}{7} \times \frac{5}{6} + \frac{5}{14} \times \frac{3}{2}$ （利用分数除法法则：除以一个数等于乘以这个数的倒数）

$$= \frac{5}{14} + \frac{15}{28}$$

（先做乘法运算，能约分的要约分）

$$= \frac{10}{28} + \frac{15}{28}$$

（异分母分数加法法则：先通分，再按同分母分数加法运算）

$$= \frac{10+15}{28}$$

（同分母分数加法法则：分母不变，分子相加）

$$= \frac{25}{28}$$

（计算）

2. 计算 $\frac{3}{4} \times (2.5 - \frac{1}{4}) + \frac{5}{12} \div 0.25$.

解：原式 $= \frac{3}{4} \times (\frac{5}{2} - \frac{1}{4}) + \frac{5}{12} \div \frac{1}{4}$ （先将小数全部化成分数，能约分的先约分）

$$= \frac{3}{4} \times (\frac{10}{4} - \frac{1}{4}) + \frac{5}{12} \div \frac{1}{4}$$

（先算括号内的，异分母分数相减，先通分）

$$= \frac{3}{4} \times \frac{9}{4} + \frac{5}{12} \times 4$$

（除法运算转化成乘法运算）

$$= \frac{27}{16} + \frac{5}{3}$$

（先做乘法运算，能约分的要约分）

$$= \frac{81}{48} + \frac{80}{48}$$

（异分母分数相加，先通分）

$$= \frac{161}{48}$$

（同分母分数相加，分母不变，分子相减）

$$= 3\frac{17}{48}$$

（假分数化成带分数）

【练习一】

计算 1. $\frac{3}{5} \times \frac{2}{3} + \frac{6}{7} \div \frac{3}{14}$.

2. $1.25 \div (2\frac{2}{5} - \frac{1}{2}) + \frac{11}{10} \div 2$.

【知识点二】

整数运算律在分数运算中仍然适用.

1. 加法交换律: $a+b = \underline{\hspace{2cm}}$.
2. 加法结合律: $a+b+c = a + (\underline{\hspace{2cm}})$.
3. 乘法交换律: $a \times b = \underline{\hspace{2cm}}$.
4. 乘法结合律: $a \times b \times c = a \times (\underline{\hspace{2cm}})$.
5. 乘法分配律: $a \times (b+c) = a \times (\underline{\hspace{1cm}}) + a \times (\underline{\hspace{1cm}})$.

【例题二】 计算 $\frac{2}{3} \times (\frac{3}{8} + \frac{5}{6})$.

解法一: 原式 $= \frac{2}{3} \times (\frac{9}{24} + \frac{20}{24})$ (先算括号内的, 异分母分数相加, 先通分)

$$= \frac{2}{3} \times \frac{29}{24}$$

(同分母分数相加, 分母不变, 分子相加)

$$= \frac{29}{36}$$

(计算, 结果写成最简分数)

解法二: 原式 $= \frac{2}{3} \times \frac{3}{8} + \frac{2}{3} \times \frac{5}{6}$ (利用乘法分配律展开)

$$= \frac{1}{4} + \frac{5}{9}$$

(先做乘法运算)

$$= \frac{9}{36} + \frac{20}{36}$$

(异分母分数相加, 先通分)

$$= \frac{29}{36}$$

(同分母分数相加, 分母不变, 分子相加)

说明: 解法一是基本方法, 按照运算顺序进行计算. 解法二利用乘法分配律将原式展开, 发现 $\frac{2}{3} \times \frac{3}{8}$ 和 $\frac{2}{3} \times \frac{5}{6}$ 进行乘法运算时都可以先约分, 降低了计算量. 故合理运用运算法则, 常常可以简便运算.

【练习二】 运用乘法分配律进行计算

1. $12 \times (\frac{5}{6} + \frac{11}{24})$.

2. $\frac{3}{4} \times (\frac{7}{12} - \frac{2}{9})$.

1. 计算（难度★）

$$(1) \frac{15}{16} \div \frac{3}{2} - \frac{1}{4};$$

$$(2) 2 \div \frac{3}{4} - \frac{3}{5} \times \frac{5}{9};$$

$$(3) \frac{3}{4} \times \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{3} \right) + \frac{7}{8} \div \frac{1}{2};$$

$$(4) \left(2.2 + \frac{1}{10} \right) + \frac{2}{3} \times 6.9.$$

2. 利用乘法分配律计算（难度★★）

$$(1) \frac{4}{5} \times \left(\frac{15}{2} + 0.25 \right);$$

$$(2) \frac{11}{2} \times \left(\frac{25}{33} - \frac{5}{22} \right);$$

$$(3) \left(\frac{5}{2} + \frac{5}{3} + \frac{5}{6} \right) \times \frac{1}{10};$$

$$(4) \left(\frac{9}{24} - \frac{4}{15} \right) \div \frac{2}{3}.$$

知识点 1: 混合运算的一般原则

(1) 加减混合运算时, 只需将题目中的数同时化成小数或分数后再运算; 但当分数不能化成有限小数时, 则应同时化成分数后再运算.

(2) 乘除运算中, 一般将除法先转化为乘法, 小数转化为分数, 然后遵循先约分再运算的原则进行计算.

(3) 一般的运算顺序: 先乘除, 后加减; 若有括号, 则先算括号内.

【练习 1】 计算:

$$(1) \frac{1}{2} + 0.55 + \frac{2}{3};$$

$$(2) \frac{7}{8} - \frac{1}{4} - 0.3;$$

$$(3) 0.33 + \frac{2}{5} - \frac{3}{8};$$

$$(4) \frac{1}{3} - 0.75 + \frac{1}{2}.$$

【难度】★

【练习 2】 计算:

$$(1) \frac{3}{4} \times 0.7 \times \frac{16}{21};$$

$$(2) \frac{8}{25} \div \frac{2}{3} \div 0.8;$$

$$(3) 0.375 \div 3 \times \frac{3}{4};$$

$$(4) \frac{7}{9} \times 0.81 \div \frac{9}{10}.$$

【难度】★

【练习 3】 计算:

$$(1) 1.2 - \left(0.7 + \frac{5}{12}\right); \quad (2) \frac{1}{2} - \left(0.75 - \frac{2}{3}\right);$$

$$(3) 12 \times \left(\frac{2}{3} + 0.15\right); \quad (4) \frac{5}{3} \div \left(0.75 - \frac{1}{4}\right).$$

【难度】★★

【练习4】下列运算过程中，正确的是（ ）

$$A. \frac{2}{3} \div \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) = 1 + \frac{2}{3} \div \frac{1}{2}$$

$$B. 2 \div \frac{7}{3} \times \frac{3}{7} = 2$$

$$C. \frac{3}{5} \div \left(\frac{3}{13} \div \frac{6}{7}\right) = \frac{3}{5} \times \frac{3}{13} \times \frac{7}{6}$$

$$D. \left(\frac{3}{7} + \frac{3}{5}\right) \div \frac{21}{15} = \frac{3}{7} \times \frac{15}{21} + \frac{3}{5} \times \frac{15}{21}$$

【难度】★★

【练习5】甲数是 $40\frac{1}{3}$ ，乙数比甲数多它的 $\frac{2}{11}$ ，乙数是_____。

【难度】★★

【练习6】某数的2倍与 $5\frac{1}{3}$ 的差是4.25，求这个数。

【难度】★★

【练习7】六（2）班组织去苏州春游，上午7:30从学校坐大巴出发，用了 $\frac{5}{6}$ 个小时到达目

的地，中午利用了 0.5 个小时吃了午饭，下午回上海时用了 45 分钟，在 17:15 回到学校，则他们实际游玩的时间是多少小时？

【难度】★★

【练习 8】计算：

$$(1) 4\frac{2}{5} \div \frac{3}{2} - 1.4 \times \left(2 - \frac{4}{3}\right);$$

$$(2) 8.4 \times \frac{1}{4} - \frac{16}{25} \div \frac{4}{15} + 3\frac{1}{3} \times 0.9.$$

【难度】★★

【练习 9】计算： $\left(3\frac{3}{5} + 1\frac{5}{7}\right) \times 11\frac{2}{3} \div \left(1\frac{2}{9} - 1\frac{1}{18}\right).$

【难度】★★

【练习 10】计算： $1.5 \times \left[\frac{19}{21} \div 6\frac{1}{3} \times (0.7 - 0.66)\right] \times 4.9.$

【难度】★★★

【练习 11】规定： $a * b = (a - 2.5) - \left(1\frac{1}{8} - b\right)$ ，试计算： $5\frac{1}{4} * \left(3.5 * \frac{3}{16}\right).$

【难度】★★★

知识点 2: 分数小数的速算与巧算

1、常见的分数与小数的互化

在分数与小数的混合运算中, 要非常熟练的掌握一些简单的分数和小数之间的互化, 做到一看便知, 从而有效地提高运算的简便性和正确性. 如:

$$0.5 = \frac{1}{2}, \quad 0.2 = \frac{1}{5}, \quad 0.1 = \frac{1}{10}, \quad 0.05 = \frac{1}{20}, \quad 0.04 = \frac{1}{25}, \quad 0.02 = \frac{1}{50},$$
$$0.25 = \frac{1}{4}, \quad 0.75 = \frac{3}{4}, \quad 0.125 = \frac{1}{8}, \quad 0.375 = \frac{3}{8}, \quad 0.625 = \frac{5}{8}, \quad 0.875 = \frac{7}{8}.$$

2、凑整的思想

(1) 加法凑整: 若几个数相加的和是一个整数, 那么可将这几个数作为一组进行计算, 如: $0.25 + \frac{3}{4} = 1$; 减法亦然.

(2) 乘法凑整: 若几个数相乘的积是一个整数, 那么可将这几个数作为一组进行计算, 如: $0.25 \times 4 = 1$; 除法亦然.

3、乘法分配律的逆运用

乘法分配律: $(a+b) \times c = a \times c + b \times c$, 将等号的左边和右边调换位置后得到:

$$a \times c + b \times c = (a+b) \times c.$$

这一运用, 在速算和巧算中是很常用也很重要的方法, 例如:

$$\frac{2}{11} \times 0.9 + \frac{9}{11} \times 0.9 = \left(\frac{2}{11} + \frac{9}{11} \right) \times 0.9 = 0.9.$$

【练习 12】计算:

$$(1) 7\frac{11}{20} - 4.2 + 8\frac{9}{20};$$

$$(2) 0.6 + 8\frac{1}{3} - 11\frac{2}{3} + 4.4;$$

$$(3) \left(1\frac{1}{2} - 0.2 + \frac{3}{8}\right) - \left(0.375 + \frac{4}{5}\right).$$

【难度】★

【练习 13】计算：

$$(1) 0.5 \times 0.25 \times 0.125 \times 64;$$

$$(2) \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{6} - 0.625\right) \times 24.$$

【难度】★

$$\text{【练习 14】} \left(4.92 + 6\frac{2}{7} + 2.08 + 4\frac{5}{7}\right) \times \left(2\frac{1}{8} - 0.125 + 1\right).$$

【难度】★★

【练习 15】计算： $\left(3.91+3\frac{3}{7}+6.09+6\frac{4}{7}\right)\times\left(2\frac{1}{8}-1.125\right)+\left(1\div\frac{2}{3}-1.5\right)\times 6.04.$

【难度】★★