

初一数学精编教案

目录

第 1 讲	代数式、代数式的值	2
第 2 讲	整式的加减	7
第 3 讲	幂的运算	11
第 4 讲	整式的乘法	14
第 5 讲	乘法公式	20
第 6 讲	因式分解 (1)	25
第 8 讲	因式分解 (2)	28
第 9 讲	整式的除法	36
第 10 讲	第九章复习	43
第 11 讲	分式的意义及基本性质	49
第 12 讲	分式的乘除	54
第 13 讲	分式的加减	57
第 14 讲	分式方程	61
第 16 讲	图形的运动	65
第 17 讲	期末复习	69
第 18 讲	期末复习	73

第 1 讲 代数式、代数式的值

【知识点梳理】

代数式——用运算符号和括号把数或表示数的字母连接成的式子叫做代数式。

单项式——由数与字母的积或字母与字母的积所组成的代数式。

系数——单项式中的数字因数。

次数——一个单项式中，所有字母的指数的和。

多项式——有几个单项式的和组成的代数式。

项——在多项式中的每个单项式叫做这个多项式的项。

常数项——不含字母的项。

多项式的次数——次数最高项的次数。

整式——单项式和多项式的统称。

同类项——所含的字母相同，且相同字母的指数也相同的单项式叫做同类项。

合并同类项的法则——把同类项的系数相加的结果作为合并后的系数，字母和字母的指数不变。

【经典例题】

★一、选择

1. 下列代数式符合书写规范的是…………… ()

- (A) $8\frac{3}{4}ab^2$ (B) $-\frac{3x}{y}$ (C) $xy5$ (D) $x+3$ 千米

2. 在 x^2y , $-\frac{1}{3}$, $\frac{2x+3}{4}$, $\frac{3}{n}$, x 五个代数式中，单项式有…………… ().

- (A) 1 个; (B) 2 个; (C) 3 个; (D) 4 个.

3. 下列各式去括号错误的共有…………… ()

① $a+(b+c)=a+b+c$ ② $a-(b+c-d)=a-b-c-d$

③ $a+2(b-c)=a+2b-c$ ④ $a^2-[-(-a+b)]=a^2-a-b$

- (A) 1 个; (B) 2 个; (C) 3 个; (D) 4 个.

4. 下列各组单项式中是同类项的是…………… ()

- (A) $5x^2y$ 和 $6a^2b$; (B) $0.2m^2n^3$ 和 $\frac{1}{5}m^3n^2$; (C) $\frac{11}{6}a$ 和 $\frac{11}{6}b$; (D) pq 和 qp

5. 当 $x=-2$ 时，代数式 $-x^2+1$ 的值为…………… ()

(A) 5; (B) -5; (C) 3; (D) -3.

6. 若多项式 $8x^2 + mxy - 5y + xy - 8$ 中不含 xy 的项, 则 m 的值是………… ()

(A) 0 (B) 1 (C) -1 (D) 5

★一、填空:

1、式子 $(3\frac{2}{3}a^3 + b^2 \div c) \times 5 \times c$ 的正确写法是_____。

2、在边长为 a 米的正方形中, 画一个最大的圆, 用代数式表示这个圆的周长是_____, 当 $a = 2$ 时圆的周长等于_____。

3、某商品现在售价 a 元, 比原价降低了 25%, 原售价用代数式表示为_____。

★★4、小张将 a 元钱存入银行, 年利率为 3%, 一年后取钱, 扣除 20% 的利息税, 则税后利息是_____。

5、下列式子是代数式的有_____。

① $\frac{16a+14b}{3}$ ② $(-x^2)^3$ ③ $\frac{x^2+y^2}{x-1}$ ④ $y \leq -1$ ⑤ $x+y=0$ ⑥ $\frac{n(n+1)}{2}$ ⑦ $s = \frac{1}{2}ah$

6、已知代数式 $2x^2 + 3x + 7$ 的值是 8, 则代数式 $4x^2 + 6x + 200 =$ _____。

7、 2^3m^2 是_____次单项式; $\frac{a-a^2+a^3-3^4}{2}$ 是_____次_____项式。

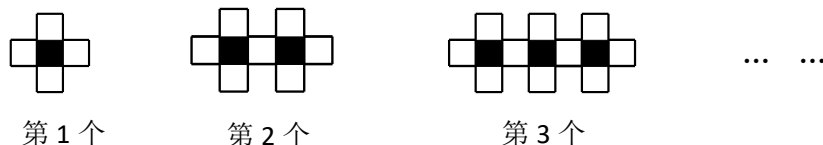
8、按 y 降幂排列: $2x^3 - y^3 - 4xy^2 + 3x^2y$ _____。

★★9、含字母 x 和 y , 且系数为 1 的四次单项式有_____。

10. 若 $-2x^3y^m$ 与 $3x^n y^2$ 是同类项, 则 $m+n =$ _____。

★★ 11. 多项式 $(2a^2 - 3a - 1)$ 与 $(-a^3 - a^2 - 1)$ 的差是_____。

★★ 12. 用黑白两种颜色的正方形纸片, 按黑色纸片数逐次加 1 的规律拼成一系列图案:



第 1 个

第 2 个

第 3 个

第 n 个图案含有白色纸片_____张。

三、简答题:

★2、有 a 名男生和 b 名女生在社区做义工, 他们为建花坛搬砖, 男女生平均每人分别搬了 40 块和 30 块, 平均每个义工搬了几块砖? 此代数式是整式吗?

★★1、已知扇形的面积是 S ，此扇形所在的圆的半径是 r ，求扇形的周长。

★★3、设 m 、 n 表示正整数，那么多项式 $x^m + y^n - x^{m+n}$ 是几次几项式？

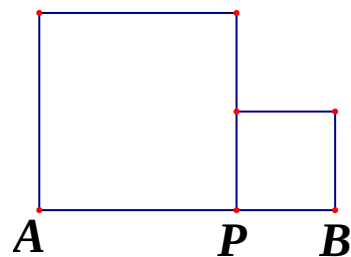
★★★4、若多项式 $5x^2y^{|m|} + (n-3)y^2 - 2$ 是关于 x 、 y 的四次二项式，求 $m^2 - 2|m|n + n^2$ 的值

★★★★5. 如图， $AB = a$ ， P 是线段 AB 上一点，分别以 AP 、 BP 为边作正方形。

(1) 设 $AP = x$ ，求两个正方形的面积之和 S （用含 x 的代数式表示）；

(2) 当 $x = \frac{1}{2}a$ 时，两个正方形的面积之和为 S_1 ；当 $x = \frac{1}{3}a$ 时，两个正方形的面

积之和为 S_2 ，试比较 S_1 与 S_2 的大小。



四、课后练习

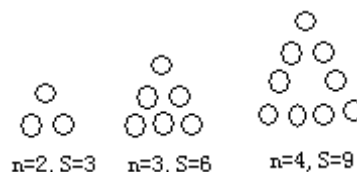
9.1 字母表示数

★1、设某数为 a ，用 a 表示下列各数：

- (1) 某数的 20% _____；(2) 比某数少 20% _____
 (3) 某数的 $\frac{1}{2}$ 与 -3 的差 _____；(4) 某数的相反数与 3 的差的倒数 _____

★2. 用若干个大小相同的小正方形依次拼成大的正方形，使得每条边上都有 n 个小正方形，
 请用一个含有 n 的式子来表示四周一圈的小正方形个数.

★★3. 下列每个图是由若干盆花组成的形如三角形的图案，每条边（包括两个顶点）有 n ($n > 1$) 个盆花，每个图案盆花的总数是 S 。按此规律推算， S 与 n 之间有怎样的关系？（用式子表示出这种关联）



9.2 代数式

★1、下列式子中，符合代数式书写要求的是 ()

- (A) $-\frac{a^3b}{5}$ (B) $4\frac{2}{3}abc$ (C) $\frac{3}{4}ba^2c$ (D) $-a \times b \div c$

★2、 x 与 y 的差的倒数，用代数式表示为 ()

- (A) $\frac{1}{x+y}$ (B) $\frac{1}{x-y}$ (C) $\frac{1}{x+y}$ (D) $\frac{1}{x} + y$

3. ★★一个人上山和下山的路程都是 s ，如果上山的速度为 a ，下山的速度为 b ，此人上下山的平均速度是_____。

4. ★★某厂今年总产值为 m 元，计划明年总产值增加 5%，则明年总产值为_____元

5. ★★一批运动装按原价的八五折出售，每套 a 元，则每套运动装的原价为_____

元

6. ★★某市出租车收费标准:起步价 10 元,3 千米后每千米单价 2 元,则某人乘坐出租车 $x(x>3)$ 千米的付费为_____元。
7. ★★某商品原来的价格为 a 元,近一个月来,由于季节原因连续两次降价,平均每次的降幅为 20%,问现在的价格为_____元。

9.3 代数式的值

★1、当 x 分别取下列值时,求代数式 $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ 的值:

(1) $x = -2$; (2) $x = \frac{1}{2}$ 。

★2. 在一长宽分别是 a 米 b 米的长方形绿化地中间圆形区域计划做成花坛,它的半径是 r 米,其余部分种草,

(1) 需种植绿草的面积是多少平米?

(2) 当 $a=10$, $b=4$, $r=\frac{2}{3}$ 时,求需种植绿草的面积(结果保留 π)

★★3、已知: $2x^2 + 5x = 6$, 求: 代数式 $2x^3 + 5x^2 - 6x + 9$ 的值。

9.4 整式

1. 判断下列代数式中哪些是单项式, 哪些是多项式?

$$-3m^2n^3, \frac{-2a-5b+3c^2}{7}, -\frac{2}{3}, \frac{a+b}{3a}, -\frac{2}{\pi}, -\frac{2}{x}$$

2. 单项式 $-\frac{x^2y}{2}$ 的系数是_____, 次数是_____

3. 如果多项式 $-\frac{x^2y^{a+1}}{2} + 3xy$ 是三次多项式, 则 $(a+1)^2 =$ _____

4. $3x^2y - 2xy - 3x + 7$ 的二次项是_____, 二次项系数是_____

5. 多项式 $\frac{x^2y - 2^3y^2 + 3z}{-3}$ 是_____次_____项式。

6. 将多项式 $xy^2 - 2x^2y + x^3 - 1$ 按字母 x 降幂排列 _____。

9.5 合并同类项

1. 已知 $2x^2y$ 和 $(m-2)x^2y$ 是同类项, 则 m 的取值范围是_____

2. 合并同类项

(1) $x^3 + 2x^2 - 5x + 4x^2 - 6x^3$

(2) $5(x-y)^2 - (x-y) - 8(x-y)^2 - 3(x-y)$

★★3. 求多项式 $2x^2 - 3xy + y^2 - 2xy - 2x^2 + 5xy - 2y + 1$ 的值, 其中 $x = -\frac{222}{71}$, $y = -1$

第2讲 整式的加减

【知识点梳理】

同类项概念：同类项就是_____相同且_____相同。

合并同类项的法则：把同类项的_____的结果作为合并后的系数，字母和字母的指数_____。

去括号法则：

括号前面是“+”号，去掉“+”号和括号，括号里的各项不变号；

括号前面是“-”号，去掉“-”号和括号，括号里的各项都变号。

【典型例题】

★一、判断：下列各题合并同类项的结果对不对？不对的，指出错在哪里。

(1) $3a+2b=5ab$ ()

(2) $5y^2-2y^2=3$ ()

(3) $4x^2y-5y^2x=-x^2y$ ()

(4) $a+a=2a$ ()

(5) $7ab-7ba=0$ ()

(6) $3x^2+2x^3=5x^5$ ()

★二、选择题

1. 下列代数式 $\frac{x+a}{2}$, $2x^3y$, n , $\frac{1}{3-b}$, -1 , a , $3x^2-x+1$ 中，单项式有…().

(A) 1个; (B) 2个; (C) 3个; (D) 4个.

2. 下列各组单项式中是同类项的是 ().

(A) $5x^2y$ 和 $6a^2b$; (B) $0.2m^2n^3$ 和 $\frac{1}{5}m^3n^2$; (C) $\frac{11}{6}a$ 和 $\frac{11}{6}b$; (D) pq 和 qp

3. 下列说法正确的是 ()

(A) 两个字母相同的单项式可以合并成一个单项式。()

(B) 两个字母相同，次数也相同的单项式是同类项。()

(C) 常数项必须绝对值相同才能合并。()

(D) 合并同类项就是合并含有相同字母的单项式。()

★三、填空题：

1) 两个单项式 $x^{n+2}y^2$ 与 $\frac{1}{2}x^4y^m$ 是同类项， $m=$ _____, $n=$ _____。

2) 当 $a=$ _____, $b=$ _____, 单项式 $\frac{2}{3}x^{a-1}y^{b+1}$ 与 $\frac{1}{2}x^{b+2}y^{3a}$ 是同类项。

3) $-\frac{3}{7}xy + \frac{5}{6}x^2y - \frac{5}{6}yx^2 - \frac{5}{7}xy$ 合并同类项后得_____。

4) 比 $-x^2 + x - 5$ 小 $x^2 - 4$ 的多项式是_____。

5) $3xy - 3x^2 + y^2 + \underline{\hspace{2cm}} = x^2 - 4xy$

6) $a^2 - b^2 + 2b - 12 = a^2 - (\underline{\hspace{2cm}})$ 。

7) 甲的个位数字是 y ，十位数字是 x ，乙数的个位数字是 x ，十位数字是 y ，求甲与乙的 3 倍的和 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

★★8) 甲、乙两地相距 S 千米，汽车以每小时 x 千米的速度从甲地到乙地去，走了 y 小时还没到达，汽车这时把速度每小时增加 2 千米才按时到达乙地，用代数式表示从甲到乙一共用的时间为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

★四. 计算

1. $x^3 + 2x^2 - 5x + 4x^2 - 6x^3$; 2. $2a^2 - 3a + \frac{1}{2}a^2 - \frac{2}{3}a$.

3. $a^2b - 3ab^2 - 2(a^2b - 2ab^2)$ 4. $\frac{1}{2}xy^2 + 3(x^2y - xy^2) - \left(-\frac{1}{4}x^2y + 2xy^2\right)$

五、简答题:

★★1) 若 $A = -2ab + b^2 - a^2$, $B = a^2 - 2ab + b^2$, 化简 $A - [B - 2(A - B)]$, 并求当 $a = -\frac{1}{3}$ 时的值。

2) 已知关于 x 、 y 的单项式 $bm x^{a+1}y$ 与 $-ax^2y^{b+3}$ 是同类项，且合并结果为 0，求 m 的值。

★★★3) 已知 $a+b=7$, $ab=10$, 求代数式 $(5ab+4a+7b) + (6a-3ab) - (4ab-3b)$ 的值.

★★★4) 已知 $|a+2| + \left(b - \frac{1}{4}\right)^2 = 0$, 求 $(a^2b - 2ab) - (3ab^2 + 4ab)$ 的值

★★★5) 化简并求值: $a + (a-b) + (a-2b) + (a-3b) + (a-4b) + \dots + (a-99b)$
(当 $a=0.25$, $b=0.001$ 时)

★★6) 一辆汽车上山的速度是 v , 沿原路返回的速度是上山速度的 2 倍, 则这辆车上山、下山的平均速度是多少? 请用代数式来表示。

六、反馈练习

$$\star_1. (a+2b-3c)-(-5a+6b-7c) \quad \star_2. \frac{1}{3}x-\left[2x-(x^2+\frac{1}{2}x-3)\right]-(2x^2+2)$$

$$\star_3. 2(x^2+3x-5)-\frac{2}{3}(-2x^2+7x-8)+(x^3-2x)$$

$$\star\star_4. \text{已知 } A=4a+3ab-\frac{1}{2}b, \quad B=-2a-\frac{3}{2}ab+\frac{1}{3}b, \quad \text{求 } A-B \text{ 的差}$$

$$\star\star_5. \text{先化简, 再求值: } 2a^2-2[3a-2(-a^2+2a-1)-2], \text{ 其中 } a=\frac{1}{2}.$$

$$\star\star\star_6. \text{化简并求值}$$

$$2(a^2b-ab^2)+\left[\frac{2}{3}a^2b-\frac{1}{2}(a^2b-ab^2)\right]-\left[\frac{1}{2}ab^2+\frac{5}{3}(a^2b-ab^2)\right]$$

并求当 $a=1, b=-2$ 时的值。

第3讲 幂的运算

【知识点梳理】

1、同底数幂的乘法法则:

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ (m, n 都是正整数). 同底数幂相乘, 底数不变, 指数相加.

注意: ①底数 a 可以是任意有理数, 也可以是单项式、多项式、相反数. ②逆用 $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$

2、幂的乘方法则: $(a^m)^n = a^{mn}$ (m, n 都是正整数). 幂的乘方, 底数不变, 指数相乘.

逆用: $a^{mn} = (a^m)^n = (a^n)^m$

3. 积的乘方法则: $(ab)^n = a^n \cdot b^n$ (n 为正整数) 即积的乘方, 等于把积的每一个因式分别乘方, 再把所得的幂相乘. 逆用: $a^m b^m = (ab)^m$

【典型例题】

一、选择

★1. 下列等式成立的是..... ()

(A) $x^2 + x^2 = x^4$; (B) $x^2 \cdot x^3 = x^6$;

(C) $(b^3)^m = b^{3m}$; (D) $(-a)^2 = -a^2$.

★2. 下列运算正确的是..... ().

(A) $(-x^3)^2 = x^6$; (B) $(-a^3) \cdot a^3 = a^6$;

(C) $x^2 + x^3 = x^5$; (D) $4a^2 - (2a)^2 = 2a^2$.

★3. 如果 x 和 y 互为倒数, 那么 $x^{2019} \cdot (-y)^{2020}$ 的值为..... ().

A. x B. $-x$ C. y D. $-y$

★★4. 已知 $a^x = 5, a^y = 3$, 则 a^{x+2y} 的值是..... ()

(A) 15 (B) 30 (C) 45 (D) 以上都不对

二、化简:

★1. (1) $(a-b)^2 \cdot (b-a)^3$ ★(2) $x^2 \cdot x^3 + (-x)^5 + (x^2)^3$

★(3) $5xyx^2y + \frac{1}{2}xy$ ★(4) $x^2 \cdot x^3 + (-x)^5 + (x^2)^3$

$$\star(5). (-x)^3 \cdot (x^2)^5 \cdot x - (-x^4)^2 \cdot (-x^6) \quad \star\star(6) (-2a^2b)^3 + 8(a^2)^2 \cdot (-a)^2 \cdot (-b)$$

3

$$\star\star(7) (-3a^2)^3 \cdot a^3 + (-4a)^2 \cdot a^7 - (5a^3)^3. \quad \star(8) \left[\left(-\frac{2}{3}\right)^8 \times \left(\frac{3}{2}\right)^8 \right]$$

7;

$$\star(9) 8^{1999} \cdot (0.125)^{2000};$$

$$\star\star(10) \left(0.5 \times \frac{11}{3}\right)^{2019} \times \left(-2 \times \frac{3}{11}\right)^{2018}$$

三、简答题

$\star 1.$ 已知 $a^m = 8$, $a^n = 6$, 求 a^{m+n} 的值

$\star\star 2.$ 已知 $2^a = 3$, $3^a = 4$, 求 6^a .

★★★3. $(a^3 \cdot a^x)^y = a^{20}$, 当 $x = 2$ 时, 求 y 的值.

★★4. 若 $2 \cdot 8^n \cdot 16^n = 2^{22}$, 求正整数 n 的值.

五、反馈练习★★

计算: (1) $(5a^2 - 2a) - (a^2 - 5a + 1)$ (2) $x \cdot (-x)^2 \cdot x^3 + 3(x^2)^3 + 5(-x^3)^2$

(3) $(-x^4)^5 + (x^{10})^2 - 3[(-x)^2]^4$; (4) $3(x^2)^2 \cdot (x^2)^4 - (x^5)^2 \cdot (x^2)^2$;

(5) $x^2 \cdot (x^2)^8 - 2[(x^2)^3]^3 + x^6 \cdot (x^3)^4$. (6) $[(a-b)(b-a)^2]^4$.

(7) $a^3 \cdot a^4 \cdot a + (a^2)^4 + (-2a^4)^2$; (8) $(a+b)^2 \cdot (-a-b)^3 \cdot [(b+a)^2]^3 \cdot (-b-a)^4$

9. 若 $2^m \cdot 2^n = 16$, 求 $4(m+n)^2$ 的值.

第 4 讲 整式的乘法

【知识点梳理】

(1)、单项式与单项式相乘的法则：

单项式与单项式相乘，把它们的系数、同底数幂分别相乘的积作为积的因式，其余字母连同

它的指数不变，也作为积的因式。如： $6a^2 \cdot 4ab^3 = (6 \times 4)(a^2 \cdot a)b^3 = 24a^3b^3$

(2)、单项式与多项式相乘的法则：

单项式与多项式相乘，用单项式乘以多项式的每一项，再把所得的积相加。

即： $m(a+b+c) = ma + mb + mc$

(3) 多项式乘以多项式：

多项式与多项式相乘，先用一个多项式的每一项乘以另一个多项式的每一项，再把所得的积相加。

注意：多项式乘以多项式的结果能合并的一定要合并同类项。

【典型例题】**一、选择题**

★1. 化简： $(-2a) \cdot a - (-3a)^2$ 的结果是..... () .

(A) a^2 ; (B) $7a^2$; (C) $-5a^2$; (D) $-11a^2$.

★2. 下列运算正确的是..... () .

(A) $(a+b)^2 = a^2 + b^2$; (B) $(a-b)^2 = a^2 - b^2$;
(C) $(a+m)(b+n) = ab + mn$; (D) $(m+n)(-m+n) = -m^2 + n^2$.

★3. 计算： $2x^2 \cdot 5xy^3 =$ _____.

★4. 计算： $-2x \cdot (x^2 + 3x - 5) =$ _____.

★5. 计算： $(x + 2y)(x - 8y) =$ _____.

★6. 计算： $(-a^5)^4 \cdot (-a^2)^3 =$ _____.

★7. 计算： $(-9a^2b^3) \cdot 8ab^2 =$ _____.

★8. 计算： $-2a^2(3ab^2 - 5ab^3) =$ _____.

★9. 计算： $2x^2 \cdot 5xy^3 =$ _____.

★10. 计算: $-2x \cdot (x^2 + 3x - 5) =$ _____.

★11. 计算: $(x + 2y)(x - 8y) =$ _____.

★12. 计算: $[-(a - b)^3]^2 \cdot (a - b)^4 =$ _____.(结果用幂的形式表示)

★二、计算:

(1) $2x \cdot 5x^4$

(2) $(-2x^3y^4)^3 \cdot (-x^2y)^2$

(3) $(-3xy)^2 \cdot (-2x^2y - \frac{1}{3}xy^2)$

(4) $(\frac{2}{3}m^2n - \frac{1}{6}m^3n^2) \cdot (-12mn^2)$

(5) 计算: $2ab(a + 2b - 3) + 3a \cdot (-2b)$

(6) $(-2x + 5y)(3x - 2y)$

(7) $(2x - 3y)(-4x^2 + 6xy + 9y^2)$

(8) $2(x - 1)(x + 2) - x(x - 3);$

★★三. 计算:

$$(1) (-3z)^3 \cdot (3x^3y)^2 \quad (2) (-4a^2xy^2) \cdot (-7a^4x^2y)^3;$$

$$(3) 2(x-y)^2[-2(x-y)^3] \quad (4) \left(-\frac{1}{3}x^2y^3\right)^2 \cdot \left[-\frac{3}{2}(xy^2)^3\right] \cdot (-0.4xy)^2$$

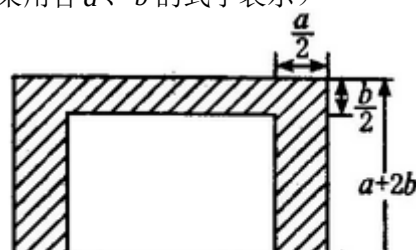
$$(5) 4(xy)^3x^2y^4 + \left(-\frac{3}{5}xy^3\right)^2 \cdot \frac{5}{3}x^3y; \quad (6) 3(x^2y^2z)^2x^3y^6z + \left(-\frac{2}{3}x^2y^3z\right)^3 \cdot \frac{5}{3}xy.$$

$$\star\star\star. (7) [3(x+y)^2 \cdot a^2] \cdot [-2(x+y) \cdot ab^3]$$

四、简答题

$$\star\star\star. 1. \text{已知: } (2x^3y^2) \cdot (-3x^m y^3) \cdot (5x^2y^n) = -30x^7y^8, \text{ 求 } m+n \text{ 的值.}$$

$\star\star\star 2.$ 某零件如图所示, 求图中阴影部分的面积 S . (结果用含 a 、 b 的式子表示)



★★★3、若一个二次三项式 $x^2 + 2x + 3$ 与一个二项式 $ax + b$ 相乘，其积中的二次项系数为 1，且不出现一次项，求 a ， b 的值。

五、反馈练习

(1) $\left(\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}x^2\right)$;

(2) $2ab \cdot (3a^2b - 2ab^2)$;

(3) $\left(\frac{1}{4}x - \frac{2}{3}x^2y\right) \cdot (-12xy)$.

(4) $\left(-\frac{4}{3}x^2y^2\right)\left(\frac{3}{4}x^2 + xy - \frac{2}{5}y^2\right)$

$$(5) \left(\frac{2}{3}a^2b^2\right)\left(\frac{3}{2}ab+6a\right)-\frac{3}{2}ab^2(a^2b+2a^2). \quad (6) (x+3)(x-4);$$

$$(7) \left(\frac{1}{2}x+4\right)\left(6x-\frac{3}{4}\right);$$

$$(8) \left(\frac{1}{3}x-\frac{1}{2}y\right)\left(\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}y\right).$$

$$(9) 3xy(x+y)^2-(3x^2+xy)(xy+3y^2);$$

$$(10) (3x^2+2)(5x^4+2x^2+3)-(5x^4+x^2+3)(3x^2+3).$$

11、 $(y-2x+3)(y-2x-3)$ 的展开式是几次几项式？

第 5 讲 乘法公式

【知识点梳理】

1. 平方差公式: $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

2. 完全平方公式: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

【典型例题】

一、选择题

★1. 下列多项式乘以多项式能用平方差公式计算的是 ()

(A) $(-a+3b)(-a-3b)$;

(B) $(a+3b)(-a-3b)$;

(C) $(a-3b)(-a+3b)$;

(D) $(-a-3b)(-a-3b)$.

★2. 下列多项式中可以用完全平方公式计算的是 ()

(A) $(a-2b)(2a-b)$;

(B) $(a-2b)(-2b-a)$;

(C) $(-a-2b)(-2b+a)$;

(D) $(a-2b)(2b-a)$.

★★3. $(-2-3x^2)^2$ 计算结果正确的是 ().

(A) $9x^4 - 12x + 4$;

(B) $9x^4 + 12x^2 + 4$;

(C) $9x^4 - 12x - 4$;

(D) $-9x^4 - 12x - 4$.

★二. 计算:

(1) $(\frac{1}{3}a + \frac{1}{2}b)(\frac{1}{3}a - \frac{1}{2}b)$

(2) $(2x+3y)(-2x+3y)$

(3) $(-2a-3b)(2a-3b)$

(4) $(2x-3y)(3x+2y)$

(5) $(a+2)(a-2)(a^2+4)$

(6) $(\frac{1}{9}+x^2)(\frac{1}{3}-x)(\frac{1}{3}+x)$

(7) $(a-b)(a+b)-(a+3b)(a-3b)$

(8) $(x^2+2)(x^2-2)-(x-2)(x+2)$

★ (9) 103×97

★ (10) $10\frac{1}{7} \times 9\frac{6}{7}$

★★ (11) $5678 \times 5680 - 5679^2$

★★★ (12) $(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)+1$

三、计算：★

(1) $(-3a+2b)^2$

(2) $(-a-b)^2$

(3) $(\frac{1}{4}a - \frac{2}{3}b)^2$

(4) $(-2a + \frac{1}{2}b)^2$

简便计算：(5) 10.2^2

(6) $(99\frac{1}{4})^2$

★★ (7) $99^2 - 98 \times 100$

★★★ (8) $(2a + 3b)^2 (3b - 2a)^2$.

四、计算：★★

(1) $(a - 2b + c)^2$

(2) $(2x - y - 1)(2x + y + 1)$

(3) $(-a - b + c)(-a + b + c)$

(4) $(2x + 1)^2 (2x - 1)^2$

五、简答题

★★1. 解方程： $(x + \frac{1}{2})^2 - (x + \frac{1}{2})(x - \frac{1}{2}) = 1$

★★2. 已知 $a - b = 2, ab = 1$, 求 $(a + b)^2$

★★3. 已知 $a(a + 1) - (a^2 + b) = 2$, 求 $\frac{a^2 + b^2}{2} - ab$ 的值

★★4. 已知 $x + \frac{1}{x} = 3$, 求 $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 的值

五、反馈练习★

1. $(\frac{1}{2}t + 3)(\frac{1}{2}t - 3)(\frac{1}{4}t^2 - 9)$

2. $(t - 1)(t + 1)(t^2 + 1)(t^4 + 1)$

3. $(x + 4y)(x - 4y) - (-4x + y)(-4x - y)$

4. $(x - 3)(x + 2) - (x + 3)^2$

5. $(x + \frac{1}{2})^2 + (x - \frac{1}{2})^2 + (x + \frac{1}{2})(x - \frac{1}{2})$

6. $(x + 3y)^2 + 2(x - y)(x + y) + (x - 3y)^2$

★★7、(1) 25.2×24.8

(2) 103×97

(3) 102^2

(4) 99.8^2

★★8. $(x + 2y + 3)^2$

9. $(3a - 2b + c)(c - 3a + 2b)$

★★10. 解不等式: $9(x - 2)^2 < (3x + 4)(3x - 4)$

11. 已知 $a + b = 4$, $a^2 + b^2 = 14$, 求 $a^2b^2, (a - b)^2$ 的值.

第6讲 因式分解（1）

【知识点梳理】

1、因式分解的概念：

把一个多项式化为几个整式的积的形式，叫做把这个多项式因式分解，也叫做把这个多项式分解因式。

注：因式分解和整式乘法的过程刚好相反。

因式分解的方法：

1、提取公因式法

(1) 一个多项式中每一项都含有的因式叫做这个多项式的公因式。

(2) 如果一个多项式的各项含有公因式，那么可以把该公因式提取出来作为多项式的一个因式，提出的公因式后的式子放在括号里，作为另一个因式。这种分解因式的方法叫做提取公因式法。

(3) 提取的公因式，应该是各项系数的最大公因数（系数都是整数时）与各项都含有的相同字母的最低次幂的积。

2、公式法：

(1) 平方差公式

逆用乘法公式将一个多项式分解因式的方法叫做公式法。

由平方差公式反过来可得： $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ 。这个公式叫做因式分解的平方差公式。

(2)、完全平方公式

由乘法公式中完全平方公式： $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

反过来可得： $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$
 $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$

这两个公式叫做因式分解的完全平方公式。

(3) 十字相乘法

(4) 分组分解法

【典型例题】

★例 1：下列等式中，哪些从左到右的变形是因式分解？为什么？

(1) $1+2x+3x^2 = 1+x(2+3x)$

(2) $3x(x+y) = 3x^2 + 3xy$

(3) $6a^2b+3ab^2-ab = ab(6a+3b-1)$

(4) $3xy-4x^2y+5x^2y^2 = xy(3-4x+5xy)$

:

★2：下列各式从左到右的变形是因式分解的是 ()

(A) $a(a+b)=a^2+ab$; (B) $24=2\times 2\times 2\times 3$;

(C) $a^2+2a+1=a(a+2)+1$; (D) $2a^2-6ab=2a(a-3b)$.

★★3. 把多项式 $(x-y)^2-(y-x)$ 分解因式应为..... ().

(A) $(x-y)(x-y-1)$; (B) $(y-x)(x-y-1)$;

(C) $(y-x)(y-x-1)$; (D) $(y-x)(y-x+1)$.

★4. 下列多项式能用公式法进行因式分解的是..... ().

(A) x^2+4 ; (B) x^2+2x+4 ;

(C) $x^2-x+\frac{1}{4}$; (D) x^2-4y .

★5、分解因式:.

(1) $4a^2-6a$ (2) $4x^2y-12xy$

(3) $-5a^2x+15ax^2$ (4) $m(x-3)-n(3-x)$

★6、分解因式:

★ (1) $1-25x^2y^2$ (2) $4a^2-12a+9$ (3) $x^2y^2+4-4xy$

★★ (4) $81a^5b^5-ab$ (5) $16a^4-81y^4$ (6) $a(x^2+2xy)^2-ay^4$

★★★ (7) a^6-26a^3+169 (8) $(a+b)^2-2(a^2-b^2)+(a-b)^2$

反馈练习

一. 填空

1、 $2x^2 + 4x$ 的公因式是_____.

2、因式分解 $4x^2 - 16xy =$ _____.

3、因式分解 $-8a^2b + 12ab^2 =$ _____.

4、因式分解 $-x^2yz - xy^2z + xyz^2 =$ _____.

5. 多项式 $9a^2 - 6ab + 3a$ 提取公因式后, 另一个因式是_____.

6、按照完全平方公式填空:

(1) $x^2 - 5x +$ _____ $=$ _____;

(2) $a^4 + 12a^2 +$ _____ $=$ _____;

(3) $1 -$ _____ $+ 16n^2 =$ _____;

(4) $4x^2 +$ _____ $+ 49y^2 =$ _____;

★★7. 若 $9x^2 + mxy + 16y^2$ 是一个完全平方式, 那么 m 的值是_____

二、因式分解

(1) $2ax^3 + 6a^2x^2$;

(1) $-5a - 10ab + 15abc$

(3) $m^2(a-2) + m(2-a)$

(4) $4x^2 - 9y^2$

(5) $x^4 - y^4$;

(6) $x^2 + 8xy + 16y^2$;

(7) $(x-y)^2 - 12(x-y) + 36$

第8讲 因式分解（2）

【知识点梳理】

一、十字相乘法

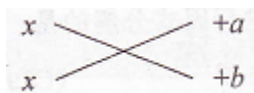
1. 二次三项式：多项式 $ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ ，称为字母 x 的二次三项式，其中 ax^2 称为二次项， bx 为一次项， c 为常数项。

2. 十字相乘法的依据：利用十字相乘法分解因式，实质上是逆用多项式的乘法法则。

如在多项式乘法中有： $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ ，

反过来，从因式分解的角度来看则有： $x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$ 。

3. 十字相乘法的定义：一般地， $x^2 + px + q = x^2 + (a+b)x + ab = (x+a)(x+b)$ 可以用



十字交叉线表示为：

利用十字交叉线来分解系数，把二次三项式分解因式的方法叫做十字相乘法。

4. 用十字相乘法分解的多项式的特征：

(1) 必须是一个二次三项式；

(2) 二次三项式中二次项系数为1时：常数项能分解成两个因数 a 和 b 的积，且这两个因数的和 $a+b$ 正好等于一次项系数，这种方法的特征是“拆常数项，凑一次项”。公式中的 x 可以表示单项式，也可以表示多项式。

(3) 二次三项式中二次项系数不为1时：一般地，对于二次三项式 $ax^2+bx+c(a \neq 0)$ ，如果二次项系数 a 可以分解成两个因数之积，即 $a=a_1 \times a_2$ ，常数项 c 可以分解成两个因数之积，即 $c=c_1 \times c_2$ ，把 a_1 、 a_2 、 c_1 、 c_2 排列如下：

$$\begin{array}{cc} a_1 & c_1 \\ \times & \\ a_2 & c_2 \end{array}$$

按斜线交叉相乘，再相加，得到 $a_1 \times c_2 + a_2 \times c_1$ ，若 $a_1 \times c_2 + a_2 \times c_1 = b$ ，那么二次三项式就可以分解为两个因式 a_1x+c_1 与 a_2x+c_2 之积，即 $ax^2+bx+c = (a_1x+c_1)(a_2x+c_2)$ 。

二、分组分解法

1. 分组分解：有的多项式既没有公因式，也不能直接运用公式分解因式，但是某些项通过适当的结合成为一组，利用分组可以进行局部分解，再综合起来，从总体上用前面学习的三种分解法——提取公因式法、公式法、十字相乘法继续进行分解，直到分解出最后结果。这种分解因式的方法叫做分组分解法。

2. 分组分解法比较灵活，其关键在于分组要合适，对前三种分解法要熟悉，大体上分组的原则有：(1) 分组后能直接提取公因式；(2) 分组后能直接运用公式法。

3. 常见的分组方法：

(1) **四项式：**①“二二”分组：分为两组，每组两项，每组先提公因式或公式法，再总体提公因式；

②“一三”分组：“三”是可用完全平方公式的三项式，整体用平方差公式继续分解因式。

※ (2) 五项式: “三二”分组: “三”是可用完全平方公式的三项式, “二”是可以提取公因式的二项式, 总体可以提取公因式.

※ (3) 六项式: “二二二”分组或“三三”分组或“三二一”分组.

【典型例题】

1、分解因式 (★(1)-(6), ★★(7)-(14)) :

(1) $x^2 + 3x + 2$

(2) $x^2 - 7x + 12$

(3) $x^2 + 8x + 12$

(4) $x^2 - 4x - 12$

(5) $x^2 - 11x - 12$

(6) $y^2 - 3y - 18$

(7) $-a^2 + 13a - 42$

(8) $x^2 + 5xy - 24y^2$

(9) $x^4 - 5x^2 - 36$

(10) $3x^3 - 6x^2 + 3x$

(11) $-x^2y + 6xy^2 + 7y^3$

(12) $2x^2 - x - 3$

(13) $5x^2 - 17xy - 12y^2$

(14) $(a + b)^2 - 4(a + b) + 3$

★2、分解因式:

(1) $ab + a + b + 1$

(2) $ax + ay + bx + by$

(3) $x^2 - x - 4y^2 - 2y$

(4) $x^2 + 4x - a^2 + 4.$

(5) $1 - x^2 - 9y^2 + 6xy$

(6) $x^2 - xy + \frac{1}{4}y^2 - 1$

(7) $2ac - 6ad + bc - 3bd$

(8) $x^3 - xyz + x^2y - x^2z$

(9) $4x^2 + 3y - x(3y + 4)$

(10) $a^2x^5 + a^2x^4 - a^2 - a^2x$

(11) $x^2 + 6xy + 9y^2 - 4x - 12y + 4$

★★3、【巩固练习】

(1) $123 \times 0.45 + 12.3 \times 6.7 - 123 \times 2.12$

(2) $2.85 \times 2.012 - 0.97 \times 2.012 - 0.88 \times 2.012$

(3) $4xy(x - y) - (y - x)^3$

(4) $a^2(x - y)^3 + b^2(y - x)^3$

(5) $ax^2 - bx^2 + a(1 - x) + bx - b$

(6) $(2y - x)^2 - 3(2y - x) - 4$

(7) $(x^2 + x)(x^2 + x - 1) - 2$

(8) $x^2 - 4xy + 4y^2 - 3x + 6y + 2$

(9) $(x^2 - x)(x^2 - x - 10) - 24$

(10) $(ax + by)^2 + (bx - ay)^2$

(11) $(x^2 + 4x)^2 - (x^2 + 4x) - 20$

(12) $(2x + 3y - 3)(2x + 3y + 7) - 11$

(13) $13.7 \times \frac{17}{31} + 19.8 \times \frac{17}{31} - 2.5 \times \frac{17}{31}$

(14) $9999 + 6666 \times 21 + 3333 \times 55$

(15) $-(-2)^{2005} + (-2)^{2006} + (-2)^{2007}$

(16) $800^2 - 1600 \times 798 + 798^2$

(17) $(3x - y)^2 - (2x - 3y)^2$

(18) $7(x - y) + \frac{1}{7}(y - x)^3$

$$(19) -\frac{1}{4}(xy+1)^2 + \frac{1}{16}(1-xy)^2$$

$$(20) 32(a-b)^2 - 18(a+b)^2$$

$$(21) -0.04x^2 - 0.2xy - \frac{1}{4}y^2$$

$$(22) (x+m)^2 - (y+n)^2 - 4(xm-yn)$$

$$(23) 4m^2 - 3n(4m-3n)$$

$$(24) x^{2n} - 5x^n - 24 \quad (n \text{ 为正整数})$$

$$(25) a^{n+2} + 4a^{n+1} + 4a^n \quad (n \text{ 为正整数})$$

$$(26) a^{n+2} - a^{n+1}b - 6a^nb^2 \quad (n \text{ 为正整数})$$

$$(27) 5x^2 + 12xy - 9y^2$$

$$(28) 2x^4 + 17x^2 + 15$$

【反馈练习】

1、分解因式：

(1) $x^2 + 9x + 18$

(2) $x^2 - 11x + 24$

(3) $x^2 + 2x - 35$

(4) $y^2 - 8y + 12$

(5) $x^2 - 7x - 60$

(6) $ax^2 + 2ax - 8a$

(7) $a^2b^2 - 7ab - 30$

(8) $a^4 - 13a^2b^2 + 36b^4$

(9) $3x^4 + 6x^2 - 9$

(10) $2x^2 - 3x - 9$

(11) $3y^2 + 11x + 10$

(12) $(2x + y)^2 + 6(2x + y) - 27$

★2、分解因式：

(1) $x^3 + 3x^2 + 3x + 9$

(2) $m^2x^2 + n^2y^2 - m^2y^2 - n^2x^2;$

(3) $3x^3 + 6x^2y - 3x^2z - 6xyz$

(4) $(pq + 1) - (p + q)$

(5) $4a^2 - bc - c^2 + 2ab$

(6) $a^2 - b^2 + 2bc - c^2$

(7) $x^2 - 4 + 4y^2 - 4xy$

(8) $4x^2 - 12xy - c^2 + 9y^2$

(9) $x^2 - 4y^2 - x - 2y$

(10) $\frac{1}{4}y + x^2 - y^2 - \frac{1}{64}$

★★★【拓展提高】

1、因式分解

(1) $ax^2 - bx^2 + a(1 - x) + bx - b$

(2) $m(x - y) + m^2 - xy$

(3) $a^2 + b^2 - x^2 - y^2 + 2ab + 2xy.$

(4) $x^2 + 4xy + 4y^2 - 15x - 30y - 16.$

(5) $\frac{2006^3 - 2 \times 2006^2 - 2004}{2006^3 + 2006^2 - 2007}$

(6) $4^{2005} + 12 \times 4^{2004} - 4^{2006}$

(7) $(x + 1)(x + 3)(x + 5)(x + 7) + 15$

(8) $x^2(x + y + z) + xyz$

2、已知 $x - 2y = -2$, $b = -4098$, 求 $2bx^2 - 8bxy + 8by^2 - 8b$ 的值.

3、已知 m 、 n 都是自然数, 且 $m(m - n) - n(n - m) = 12$, 求 m 、 n 的值.

4. $\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) \times \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) + \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right).$

5、 $4 \times 3^{2008} - 3^{2005}$ 能否被 321 整除? 为什么?

6、若 $x^2 + 5x - 990 = 0$, 求 $x^3 + 6x^2 - 985x + 1030$ 的值.

第9讲 整式的除法

【知识点梳理】

1、同底数幂的乘除法：

同底数幂的乘法		同底数幂的除法	
同底数幂乘法计算	1. $2^2 \cdot 2^3 = 2^{()}$	利用	1. $2^5 \div 2^2 = ()$
	2. $10^3 \cdot 10^4 = 10^{()}$	左边	2. $10^7 \div 10^3 = ()$
	3. $a^3 \cdot a^4 = a^{()}$	的计	3. $a^7 \div a^3 = ()$ ($a \neq 0$)
	4. $x^2 \cdot x^5 = x^{()}$	算结	4. $x^7 \div x^2 = ()$ ($x \neq 0$)
	5. $y^6 \cdot y^7 = y^{()}$	果进	5. $y^{13} \div y^6 = ()$ ($y \neq 0$)
	6. $(-2y)^3 \cdot (-2y)^6 = (-2y)^{()}$	行计	6. $(-2y)^9 \div (-2y)^6 = (-2y)^{()}$ ($y \neq 0$)
	7. $(x-y)^2 \cdot (x-y)^5 = (x-y)^{()}$	算	7. $(x-y)^7 \div (x-y)^2 = (x-y)^{()}$ ($x \neq y$)
同底数幂乘法法则	$a^m \cdot a^n = a^{()}$ (m, n 为正整数, $a \neq 0$) 同底数相乘, 底数_____, 指数_____.	同底数幂除法法则	$a^m \div a^n = a^{()}$ (m, n 为正整数且 $m > n$, $a \neq 0$) 同底数幂相除, 底数_____, 指数_____.

2、零指数幂的概念：

运用同底数幂的除法法则进行计算	运用除法的意义进行计算	对比第1列与第2列每一小题的结果, 你可以得出怎样的结论, 把你的结论写出来
1、 $5^2 \div 5^2 = 5^{() - ()} = 5^{()}$	1、 $5^2 \div 5^2 = 1$	1.
2、 $a^5 \div a^5$ ($a \neq 0$) $= a^{() - ()} = a^{()}$	2、 $a^5 \div a^5$ ($a \neq 0$) $= ()$	2.

零指数幂的意义：任何不等于零的数的零次幂为1，

即： $a^0=1$.

3、单项式除以单项式

单项式乘以单项式	单项式除以单项式
$3a^3 \cdot 4a^5 = (3 \times 4) \cdot (a^3 \cdot a^5) = 12a^{()}$	$12a^8 \div 3a^3 = \underline{\hspace{2cm}}$ $(12 \div 3) \cdot (a^8 \div a^3) = \underline{\hspace{2cm}}$

法则：两个单项式相除，把系数、同底数幂分别相除作为商的因式，对于只在被除式里含有的字母，则连同它的指数作为商的一个因式。

4、单项式除以单项式法则：

多项式除以单项式,先把多项式的每一项除以单项式,再把所得的商相加.

【经典例题】

★一、计算：

1、 $x^8 \div x^3$

2、 $(-a)^8 \div (-a)^5$

3、 $(-a)^8 \div (-a^5)$

4、 $(x-y)^7 \div (x-y)^6$

5、 $(x-y)^8 \div (y-x)^3$

6、 $(\pi - 3.14)^0$

7、 $a^3 \cdot a - a^5 \div a$

8、 $x^6 \div x^3 \cdot x^2$

9、 $(ab)^7 \div (ab) \div (ab)^4$

10、 $9(m-n)^6 \div 3(m-n)^3$

11、 $(7.895)^0 + (-0.125)^{2009} \times 8^{2009}$

12、 $(-5)^{n+1} \div [5(-5)^n]$

12、化简求值： $(x^2)^3 \div x^5 - (-x)^2 \cdot (-x^2) \div x^3$ ，其中 $x = 1$.

13、已知 $a^m = 6, a^n = 2$ ， m, n 为正整数，求 a^{m-n} 的值。

★二、计算：

1、 $0.5a^2b^2c^3 \div (-\frac{2}{5}ac^2)$

2、 $-\frac{2}{5}(b-a)^5c^2 \div (a-b)^2c$

3、 $18x^7y^6z^2 \div (3x^3y^2)^2$

4、 $27a^8 \div \frac{1}{3}a^3 \div 9a^2$

5、 $4ab - 4a^5b^3c^2 \div (-2a^2bc)^2$

6、 $[(a^3)^3 \cdot (-a^4)^3] \div (a^2)^3 \div (a^3)^2$

★三、计算：

1、 $(a^2b + 3ab) \div a$

2、 $(xy^3 - 2x^2y + xy) \div xy$

3、 $6a(2a^3 + 3xa^2 + 4a) \div 12a^2$

4、 $(18x^2y^2 - 30x^3y^2) \div 3x \div 2y^2$

四、解答题：

★1、若 $(x-2)^0 = 1$ ，求 x 的取值范围.

★2、已知 $3^m = 6, 9^n = 2$ ，求 $3^{2m-4n+1}$ 的值.

★3、化简求值：设 $a = \frac{1}{2}, b = \frac{4}{3}, n = 1$ ，求 $a^{2n+1}b^{3n-1} \div a^{n-1}b^{2n-3}$ 的值。

★4、某长方体的体积为 $2 \times 10^9 \text{cm}^3$ ，其底面长为 10^4cm ，宽为 $2 \times 10^2 \text{cm}$ ，求其高为多少厘米？

★★5、已知 $9^m \cdot 27^{m-1} \div 3^{2m}$ 的值为 27，求 m 的值。

★★6、化简求值：

$$(-4x^2) \div (-4x^2) + 12x^3y^2 \div (-4x^2y) - 24x^4y^3 \div (-4x^3y^2), x = -2, y = \frac{1}{4}$$

【反馈练习】

一、计算：

1、若 $(a+3)^0 = 1$ 成立，求 a 的取值范围。

2、 $(-2)^8 \div (-2)^5 \cdot (-2)$

3、 $-x^5 \div (-x)^2 \cdot (-x)^3$

4、 $(2a-b)^5 \div (b-2a)^2$

5、 $(a+b)^3 \div (a+b)^2 \cdot (a+b)^5$

6、 $-8a^4b^3 \div (-24a^3b^3)$

7、 $(4x^2y^3)^3 \div (2x^2y^2)^2$

8、 $(-\frac{3}{2}x^2y^3z)^3 \div (\frac{3}{4}x^4y^5)$

9、 $36a^2b^4m^7 \div 4a^2b^3m \div (-\frac{1}{2}bm^3)$

10、 $-a^2x^4y^3 \div (-\frac{5}{6}axy^2)$

11、 $(2ax)^2 \cdot (-\frac{2}{5}a^4x^3y^3) \div (-\frac{1}{2}a^5xy^2)$

12、 $18a^3b^2 \div (-6a^2b^2) + 48a^3b \div 6a^2b$

13、 $2a \cdot 3a^2 - 15a^5b^5 \div 5a^2b^5$

★★14、 $(4x^{n-1}y^{n+2})^2 \div (-x^{n-2}y^{n+1})$

15、 $(x^2 + 2xy + y^2) \div (x + y)$

16、 $(9p^2 - 6p + 1) \div (3p - 1)$

二、解答题：

★1、化简求值： $(-2a^3)^6 \div (-2a^3)^3$, $a = -\frac{1}{2}$.

★2、化简求值： $(-\frac{2}{3}x^3y^2)^2 \div (-\frac{4}{3}x^2y^2)$, $x = 2, y = -\frac{1}{2}$.

★3、化简： $(a^2 - a + 1)^m \cdot (a - a^2 - 1)^{2m} \div (a - a^2 - 1)^{3m}$ (m 是正整数).

★★4、如果 $m(x^a y^b)^3 \div (2x^3 y^2)^2 = \frac{1}{8}x^3 y^2$, 求 m, a, b 的值.

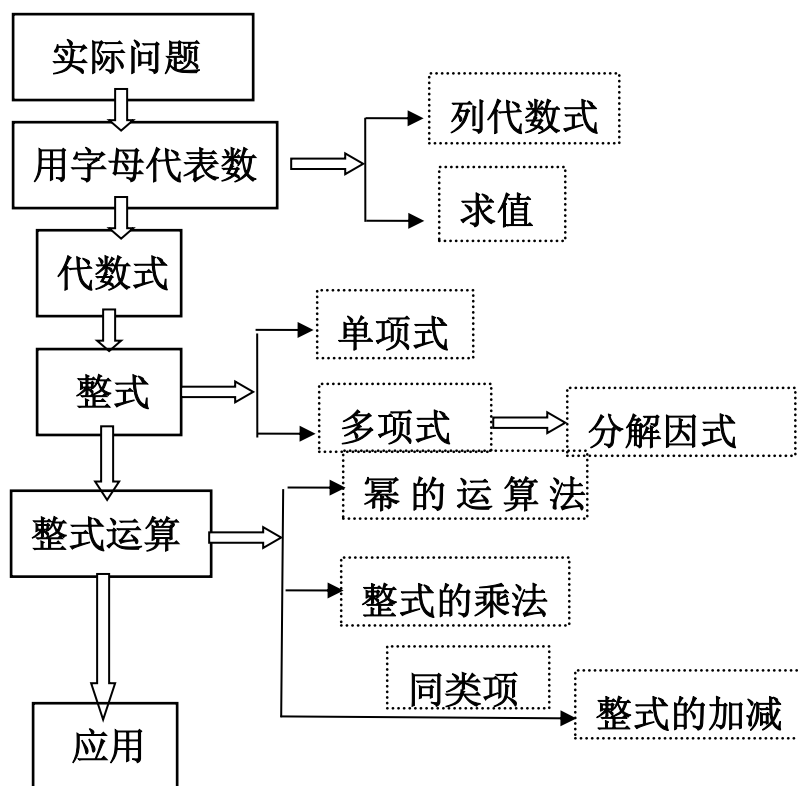
★★5、一颗人造卫星的速度是 2.88×10^7 米/时，一架喷气式飞机的速度是 1.8×10^6 米/时，这颗人造卫星的速度是这架喷气式飞机速度的多少倍？

★★6、一长方体的底面的长和宽分别是 $\frac{1}{2}a$ 和 $\frac{1}{3}a$ ，它的体积是棱长为 a 的正方体体积的 $\frac{1}{24}$ ，求长方体的高.

★★★7、已知多项式 $2x^3 - 4x^2 - 1$ 除以多项式 A ，商是 $2x$ ，余数是 $x - 1$ ，求多项式 A .

第 10 讲 第九章复习

【知识点梳理】



1. **代数式**：用运算符号（加、减、乘、除、乘方、开方）把_____或表示_____连接而成的式子叫做代数式.

2. **代数式的值**：用_____代替代数式里的字母，按照代数式里的运算关系，计算后所得的_____叫做代数式的值.

3. **整式**：

(1) **单项式**：由数与字母的_____组成的代数式叫做单项式（单独一个数或_____也是单项式）.单项式中的_____叫做这个单项式的系数；单项式中的所有字母的叫做这个单项式的次数.

(1) **多项式**：几个单项式的_____叫做多项式.在多项式中，每个单项式叫做多项式的_____,其中次数最高的项的_____叫做这个多项式的次数，不含字母的项叫做_____.

(3) **整式**：_____与_____统称整式.

4. **同类项**：在一个多项式中，所含_____相同并且相同字母的_____也分别相等的项叫做同类项.合并同类项的法则是_____.

5. 幂的运算性质: $a^m \cdot a^n =$ _____; $(a^m)^n =$ _____; $(ab)^n =$ _____; $(\frac{a}{b})^n =$ _____.

$a^m \div a^n =$ _____; 特别的, $a^0 =$ _____, $a^{-p} =$ _____, 其中 a _____

6. 乘法公式:

(1) $(a+b)(a-b) =$ _____;

(2) $(a+b)^2 =$ _____; (3) $(a-b)^2 =$ _____.

7. 整式的除法

(1) 单项式除以单项式的法则: 把 _____、 _____ 分别相除后, 作为商的因式;

对于只在被除式里含有的字母, 则连同它的指数一起作为商的一个因式.

(2) 多项式除以单项式的法则: 先把这个多项式的每一项分别除以 _____, 再把所得的商 _____.

8. 因式分解: 就是把一个多项式化为几个 _____ 的 _____ 的形式.

9. 常用因式分解的方法: (1) _____, (2) _____,
(3) _____, (4) _____.

一、选择题 (本大题共有 6 题, 每题 2 分, 满分 12 分)

★1. 下列语句正确的有 () 个

(1) 0 和 $\frac{1}{\pi}$ 是整式; (2) $\frac{1}{2x} + 5$ 是代数式; (3) $5x^3 - 5x^2 = x$

(4) $ax^2 \div bx^2 = \frac{b}{a}$ (5) $-(a-b) - (-d+c) = -a+b-c+d$

A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

★2. 下列运算中正确的是 ()

A. $3a + 2a = 5a^2$ B. $(2a+b)(2a-b) = 4a^2 - b^2$

C. $2a^2 \cdot a^3 = 2a^6$ D. $(2a+b)^2 = 4a^2 + b^2$

★3. 下列各式从左到右是因式分解的个数是 ()

(1) $x^2 - x = x(x-1)$ (2) $a(a-b) = a^2 - ab$

(3) $(a+3)(a-3) = a^2 - 9$ (4) $a^2 - 2a + 1 = a(a-2) + 1$

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

★4. 把代数式 $ax^2 - 4ax + 4a$ 分解因式, 下列结果中正确的是 ()

A. $a(x-2)^2$ B. $a(x+2)^2$ C. $a(x-4)^2$ D. $a(x+2)(x-2)$

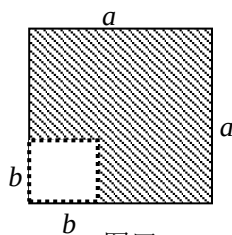
★5. 在边长为 a 的正方形中挖去一个边长为 b 的小正方形 ($a > b$) (如图甲), 把余下的部分拼成一个矩形 (如图乙), 根据两个图形中阴影部分的面积相等, 可以验证 ()

A. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

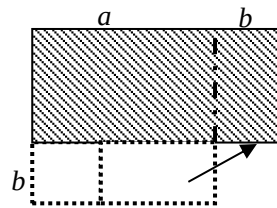
B. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

C. $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

D. $(a+2b)(a-b) = a^2 + ab - 2b^2$



图甲



图乙

★★6. 如果 x 、 y 互为相反数，且不等于零， n 为正整数，则 ()

A. x^n, y^n 一定互为相反数

B. $(\frac{1}{x})^n, (\frac{1}{y})^n$ 一定互为相反数

C. $x^{2n}, -y^{2n}$ 一定相等

D. $x^{2n-1}, -y^{2n-1}$ 一定相等

二、填空题 (本大题共有 12 题，每题 2 分，满分 24 分)

★7. 一个正方形的边长是 $a-4$ ，用含有 a 的式子表示它的面积为_____.

★8. 用代数式表示：某数 x 的 $1\frac{1}{2}$ 倍与 2 的差的 5 倍_____.

★9. 计算： $(-a^2)^3 \cdot (a^3)^4 =$ _____.

★10. 将多项式 $3+6x^2y-2xy-5x^3y^2-4x^4y$ 先按字母 x 升幂排列_____.

★11. 多项式 $-\frac{2a^2-3a+5}{4}$ 的一次项系数是_____，常数项是_____.

★12. 若 $2x^{m+3}y^4$ 与 $-2x^2y^{2n}$ 互为相反数，则 $m^n =$ _____.

★13. 计算： $2x - (3x - 2y + 3) - (5y - 2) =$ _____.

★★14. 若 $2^a = m, 2^{-b} = n$ (a, b 都是正整数)，则用含 m, n 的式子表示 $2^{2a+b} =$ _____.

★15. 计算： $0.125^{2007} \times [(-2)^{2007}]^3 =$ _____.

★16. 若 $(2a^3b^2)^3 \div p = 8a^5b$ ，则 $p =$ _____.

★17. 若 $m^2 - n^2 = 6$ ，且 $m+n=2$ ，则 $m-n =$ _____.

★★18. 若关于 x 的二次三项式 $x^2 - mx - 6$ (m 是整数) 在整数范围内可以分解因式，则 m 的值为_____.

三、★计算题 (本大题共有 5 题，每题 5 分，满分 25 分)

17. 计算： $(-2x^3)^2(x^2)^3 + (-2x)^3(-2x)^4 + (-x^3)^4$.

18. 计算: $(a+b)(a^2-ab+b^2)$.

19. 计算: $(x+y-2)(x+y+2)$.

20. 先化简再求值: $-2x^2+6-(3-2x+x^2)+(3x^2-4x)$, 其中 $x=2$.

21. ★★已知: 代数式 x^2-6x+b 可化为 $(x-a)^2-1$, 求 $b-a$ 的值.

四、因式分解: (本大题共有 3 题, 每题 5 分, 满分 15 分)

★22. $4x^3y+4x^2y^2+xy^3$.

★23. x^2-5x+6 .

★24. $(x^2+y^2)^2-4x^2y^2$.

五、解答题: (本大题共有 4 题, 每题 6 分, 满分 24 分)

★25. 已知单项式 $3x^{n+1}y^4$ 与 $\frac{1}{2}x^3y^{m-2}$ 是同类项, 求代数式 $3.5n^2m+2nm-\frac{7}{2}mn^2+3mn$ 值.

★★26. 已知: $y + 2x = 1$, 求代数式 $(y + 1)^2 - (y^2 - 4x)$ 的值.

★★27. 已知多项式 $(x^2 + 2x + 3)$ 和 $(ax + b)$ 的乘积中二次项系数为 3, 不含一次项, 求 $a - b$ 的值.

★★28. 让我们轻松一下, 做一个数字游戏:

第一步: 取一个自然数 $n_1 = 5$, 计算 $n_1^2 + 1$ 得 a_1 ;

第二步: 算出 a_1 的各位数字之和得 n_2 , 计算 $n_2^2 + 1$ 得 a_2 ;

第三步: 算出 a_2 的各位数字之和得 n_3 , 计算 $n_3^2 + 1$ 得 a_3 ;

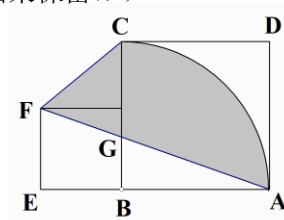
第四步: 算出 a_3 的各位数字之和得 $n_4 = \underline{\hspace{2cm}}$, 计算 $n_4^2 + 1$ 得 $a_4 = \underline{\hspace{2cm}}$;

.....

依此类推, 则 $a_{2020} = \underline{\hspace{2cm}}$.

附加题:

★★28. 如图, 两个大小不同正方形并排放在一起, 已知大正方形的边长是 4, 以点 B 为圆心, 边 AB 长为半径画圆弧, 联结 AF 、 CF , 求阴影部分的面积. (结果保留 π)



★★★29.阅读下列因式分解的过程，再回答所提出的问题：

$$1+x+x(x+1)+x(x+1)^2=(1+x)[1+x+x(x+1)]=(x+1)^2(1+x)=(x+1)^3$$

(1)上述分解因式的方法是_____，共应用了_____次.

(2)若分解 $1+x+x(x+1)+x(x+1)^2+\dots+x(x+1)^{2005}$ ，则需应用上述方法_____次，结果是_____.

(3)分解因式： $1+x+x(x+1)+x(x+1)^2+\dots+x(x+1)^n$ (n 为正整数).

★★★30.先阅读下列解题过程，然后完成后面的题目.

分解因式： x^4+4

$$\text{解： } x^4+4=x^4+4x^2+4-4x^2=(x^2+2)^2-4x^2=(x^2+2x+2)(x^2-2x+2)$$

以上解法中，在 x^4+4 的中间加上一项，使得三项组成一个完全平方式，为了使这个式子的值保持与 x^4+4 的值保持不变，必须减去同样的一项.按照这个思路，试把多项式 $x^4+x^2y^2+y^4$ 分解因式.

第 11 讲 分式的意义及基本性质

【知识点梳理】

1、分式和分数都带有一个“分”字，都是一个商式，有除的意思.分数只是一个有理数，它对应于数轴上的一个点；分式中含有字母，当其中的字母取某个可取的值时，则分式就转化为分数.所以，分式是分数的继续和发展，两者有许多类似的地方.因此，我们可以类比分数来学习分式.

2、分式的概念

两个整式 A 、 B 相除，即 $A \div B$ 时，可以表示为 $\frac{A}{B}$ ，如果 B 中含有字母，那么 $\frac{A}{B}$ 叫做分式， A 叫做分式的分子， B 叫做分式的分母.

用一句话概括：分母中含有字母的代数式叫做分式.

3、代数式的分类：代数式 $\begin{cases} \text{整式} \begin{cases} \text{单项式} \\ \text{多项式} \end{cases} \\ \text{分式} \end{cases}$

注意：（1）判别是整式还是分式只需观察分母中是否含有字母。

（2）只要分母 B 是一个不为零的常数， $\frac{A}{B}$ 都是整式.特别地，当 $B=1$ 时， $\frac{A}{B} = \frac{A}{1} = A$ 是整式.

4、分式的意义：

（1）分式 $\frac{A}{B}$ 有意义 $\iff$ 分母 $B \neq 0$

（2）分式 $\frac{A}{B}$ 无意义 $\iff$ 分母 $B = 0$

（3）分式 $\frac{A}{B}$ 的值为 0 $\iff \begin{cases} A = 0 \\ B \neq 0 \end{cases}$

5、分式的基本性质

分数的基本性质	$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot m}{b \cdot m} \quad \frac{a}{b} = \frac{a \div n}{b \div n} (m \neq 0, n \neq 0)$ 其中 a 、 b 、 m 、 n 为整数
分式的基本性质	$\frac{A}{B} = \frac{(\quad)}{B \cdot M} = \frac{A \div N}{(\quad)} (M \neq 0, N \neq 0)$ 其中 A 、 B 、 M 、 N 为()

4、分式的约分

分数的约分	把一个分数的分子、分母中相同的因数（即公因数）约去的过程叫做分数的约分
分式的约分	把一个分式的分子、分母中相同的（ ）（即 ）约去的过程叫做分式的约分

如果一个分式的分子、分母没有公因式（1 除外），这个分式就叫做最简分式.

分式的约分，通常要约到最简分式或整式为止.

【经典例题】

★1.下列式子中，哪些是整式？哪些是分式？

$$\frac{4}{x}, -\frac{x+y}{5}, \frac{xy}{x-y}, \frac{5x^2y-1}{\pi}, \frac{5y^2z}{z}, \frac{1}{2}$$

★2. 下列分式中，哪些是最简分式，哪些不是？

$$\frac{10x}{6y}, \frac{0.3x}{y}, \frac{a-b}{a+b}, \frac{a+b}{a^2-b^2}, \frac{(a-b)^3}{(b-a)^6}, \frac{x^2-1}{x^2-x-2}$$

判断最简分式需要注意的两点：

①分子和分母的系数必须最简，并且皆为整数.

②分子和分母没有公因式(1 除外).

★3. 当 x 取什么值时，下列分式无意义？

$$(1) \frac{x^2+1}{3x};$$

$$(2) \frac{x-y}{2x-4};$$

$$(3) \frac{x+2}{|x|-2}.$$

★4. 当 x 取什么值时，下列分式有意义？

$$(1) \frac{x^2+5x-1}{3x+1};$$

$$(2) \frac{x-1}{x^2+1};$$

$$(3) \frac{1}{|x-1|-1}.$$

★5. 当 x 取什么值时，下列分式值为零？

$$(1) \frac{2x+1}{3x-1};$$

$$(2) \frac{|x-2|-3}{x^2+x};$$

★6. 已知 a 、 b 为有理数，要使分式 $\frac{a}{b}$ 的值为非负数， a 、 b 应满足的条件是 ()

A. $a \geq 0, b \neq 0$

B. $a \leq 0, b < 0$

C. $a \geq 0, b > 0$

D. $a \geq 0, b > 0$, 或 $a \leq 0, b < 0$

★7. 若代数式 $\frac{(x-2)(x+1)}{|x|-1}$ 的值为零，则 x 的取值范围应为 ()

A. $x = 2$ 或 $x = -1$

B. $x = -1$

C. $x = \pm 2$

D. $x = 2$

★★ 8. 已知 $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = 3$, 求 $\frac{2a - 3ab - 2b}{a - 2ab - b}$ 的值 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{9}{5}$ D. 4

★ 9. 化简:

(1) $\frac{6x^2y}{9xy^2}$

(2) $\frac{-8x^2y^2}{-12x^4y}$

(3) $\frac{a^{n+3} - a^3b^n}{a^{2n+2} - a^2b^{2n}}$

(4) $\frac{x+y}{x^2-y^2}$

(5) $\frac{-2x+3x^2}{2x}$

(6) $\frac{-(x+y)(x-y)^2}{(y+x)(y^2-x^2)}$

★★ 10. 已知 $x - 2y = 0$, 求 $\frac{x^2 - 3xy + y^2}{2x^2 + xy - 3y^2}$ 的值.

★★ 11. 已知: $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{6} \neq 0$, 求 $\frac{x+y-z}{x-y+z}$ 的值.

★★★ 12. (1) 若 $x + \frac{1}{x} = 5$, 求 $\frac{x^2}{x^4+x^2+1}$ 的值. (2) 已知: $x^2 - x - 1 = 0$, 求 $x^4 + \frac{1}{x^4}$ 的值.

★★11. x 为何值时, $\frac{|x-1|}{x^2+2x-3} = \frac{1}{x+3}$ 成立?

★★★12 把分式 $\frac{18a^2+8b^2+24ab+8}{3a+2b}$ 化为一个整式和一个分子为常数的分式的和, 并且求出这个整式与分式的乘积等于多少?

【反馈练习】

★1. 在下列有理式 $\frac{2}{a}$, $\frac{2x+1}{x}$, $\frac{1}{2}(m+n)$, $\frac{x-y}{x+y}$, $\frac{1}{y}(a-b)$ 中, 分式的个数是 ()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

★2. 如果分式 $\frac{a^2-4}{2a^2-a-6}$ 的值为零, 则 a 的值为 ()

A. 2 B. -2 C. $a=2$ 且 $a=-2$ D. 0

★3. 填空题:

$$(1) \frac{x-y}{x+y} = -\frac{(\quad)}{x+y} = \frac{-(\quad)}{x+y} = -\frac{(\quad)}{-(x+y)}$$

(2) 当 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, 分式 $\frac{a-1}{a^3+a^2}$ 的值等于零;

当 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, 分式 $\frac{a-1}{a^3+a^2}$ 无意义.

★★4. 当 x 取何值时, 分式 $\frac{5}{x^2-2x+4}$ 有意义?

★★ 5. 当 x 取什么值时, 分式 $\frac{x^2-9}{x^2-2x-3}$ 的值为零?

★★ 6. 先化简, 再求值: $\frac{x^2+y^2-4-2xy}{x^2-y^2-4+4y}$, 其中 $x = -25$ 、 $y = 26$.

★★★ 7. 已知: $x + y = 2$, $2y^2 - y - 4 = 0$, 求 $y - \frac{x}{y}$ 的值.

★★★★ 8. 已知 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 5$, 求 $\frac{2x-3xy+2y}{x+2xy+y}$ 的值.

★★★★ 9. 已知: $a + b + c = 0$, 求 $a(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}) + b(\frac{1}{c} + \frac{1}{a}) + c(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}) + 3$ 的值.

★★★★ 10. 化简分式: $\frac{x^3 + 5x^2 + 3x - 9}{x^3 + 6x^2 + 5x - 12}$

第 12 讲 分式的乘除

【知识点梳理】

1. 分式的乘除法法则

两个分式相乘，将分子相乘的积作分子，分母相乘的积作分母： $\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{AC}{BD}$;

分式除以分式，将除式的分子和分母颠倒位置后，再与被除式相乘： $\frac{A}{B} \div \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C} = \frac{AD}{BC}$.

注意：①计算过程中，能约分的应先约分；

②分式运算的结果一定要化成最简分式或整式.

2. 分式乘方的法则

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad (n \text{ 为正整数})$$

【经典例题】

★一、计算：

1、 $\left(-\frac{a}{2b^2}\right)^2$

2、 $\left(\frac{4ac-16ab}{4a}\right)^2$

3、 $\left(-\frac{a^3}{2b}\right)^2 \div \left(-\frac{a^2}{b}\right)^3 \cdot \left(\frac{b}{2}\right)^2$

★二、填空题：

1. 计算： $\frac{x}{x^2-1} \div \frac{x^2}{x^2+x} =$ _____.

2. 化简： $\frac{x-1}{x} \div (x - \frac{1}{x}) =$ _____.

3. 化简： $\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n}\right) \div \frac{m+n}{n} =$ _____.

4. 计算： $\frac{3}{a^2-3a+2} - \frac{3}{5a-6-a^2} =$ _____.

5. 计算： $\left(\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} - 1\right)(x^2-1) =$ _____.

6. 若 $x+y=-1$ ，则 $\frac{x^2+y^2}{2} + xy =$ _____.

★三、选择题：

1. 如果从一捆粗细均匀的电线上截取 1 米长的电线，称得它的质量为 a ，再称得剩余电线的质量为 b ，那么原来这捆电线的总长度是()

A. $\frac{b+1}{a}$ 米

B. $\left(\frac{b}{a} + 1\right)$ 米

C. $\left(\frac{a+b}{a} + 1\right)$ 米

D. $\left(\frac{a}{b} + 1\right)$ 米

2. 下面的计算中, 正确的是().

A. $\frac{x-1}{1-x} - \frac{1-x}{x-1} = 2$

B. $\frac{a^2}{b^2} \div \frac{a^3}{b^2} \cdot \frac{a}{b} = \frac{a^2}{b^2} \div \frac{a^4}{b^4} = \frac{b^2}{a^2}$

C. $\frac{a^{2m}}{b^{2m}} \div \frac{a^{3m}}{b^{3m}} \cdot \frac{a^m}{b^m} = \frac{b^m}{a^m} \cdot \frac{a^m}{b^m} = 1$

D. $\frac{x}{(x-1)^6} + \frac{x}{(1-x)^6} = \frac{x}{(x-1)^6} - \frac{x}{(x-1)^6} = 0$

3. 化简分式 $\frac{a}{b} - \frac{b}{a} - \frac{a^2+b^2}{ab}$ 的结果是().

A. 10 B. $-\frac{2a}{b}$ C. $-\frac{2b}{a}$ D. $\frac{2b}{a}$

4. 计算 $\left(1 + \frac{1}{x-1}\right) \div \left(1 + \frac{1}{x^2-1}\right)$ 的结果是().

A. 1 B. $x+1$ C. $\frac{x+1}{x}$ D. $\frac{1}{x-1}$

5. 计算 $\frac{x^2-x-2}{x^2-x-6} \div \frac{x^2+x-6}{x^2+x-2}$ 的结果是 ()

A. $\frac{x-1}{x-3}$ B. $\frac{x+1}{x-9}$ C. $\frac{x^2-1}{x^2-9}$ D. $\frac{x^2+1}{x^2+3}$

四、解答题:

★★1. 化简: $\left(\frac{x^3+1}{x-2} + \frac{x^2-1}{x+2}\right) \cdot \frac{x^2-4}{x+1}$.

★2. 计算: $1 + \frac{n-m}{m-2n} \div \frac{m^2-n^2}{m^2-4mn+4n^2}$.

★★3. 计算: $\frac{x^2+x-2}{x^2+4x+4} \div \frac{2x^2+x-3}{x^2-4} \cdot \frac{2x^2+9x+9}{x^2-xy-2x+2y}$. ★★4. 计算: $\frac{9x^2+3x}{x^2+6x+9} \cdot \frac{x^3+27}{x^2-3x} \div \frac{x^2-3x+9}{x^2-9}$.

★★5. 化简: $\frac{1+\frac{1}{\frac{x+1}{1}}}{1-\frac{1}{x-1}}$.

★★★6. 若 a 、 b 、 c 是满足 $(\frac{9}{8})^a \cdot (\frac{10}{9})^b \cdot (\frac{16}{15})^c = 2$ 的整数, 求 $(a-b-c)^{abc}$ 的值.

第 13 讲 分式的加减

【知识要点】

1. 分式的加减法

(1) 通分的根据是分式的基本性质，且取各分式分母的最简公分母。

求最简公分母是通分的关键，它的法则是：

①取各分母系数的最小公倍数；

②凡出现的字母（或含有字母的式子）为底的幂的因式都要取；

③相同字母（或含有字母的式子）的幂的因式取指数最高的。

(2) 同分母的分式加减法法则

$$\frac{a}{c} \pm \frac{b}{c} = \frac{a \pm b}{c}$$

(3) 异分母的分式加减法法则是先通分，变为同分母的分式，然后再加减。

2. 分式的运算是初中数学的重要内容之一，在分式方程，求代数式的值，函数等方面有重要应用。学习时应注意以下几个问题：

(1) 注意运算顺序及解题步骤，把好符号关；

(2) 整式与分式的运算，根据题目特点，可将整式化为分母为“1”的分式；

(3) 运算中及时约分、化简；

(4) 注意运算律的正确使用；

(5) 结果应为最简分式或整式。

【例题讲解】

★例 1：计算：(1) $\frac{a-c}{a^2-b^2} - \frac{b-c}{a^2-b^2}$

(2) $\frac{2}{x^2-4} - \frac{x}{x^2-4}$ ；

(3) $\frac{3x^2-1}{x^2-3x+2} - \frac{x+2}{x^2-3x+2} + \frac{1-2x^2}{x^2-3x+2}$ 。

(4) 计算: $-\frac{b}{a} + \frac{c}{a} - \frac{d}{a}$, 以下答案错误的是 ()

(A) $-\frac{b+c-d}{a}$; (B) $\frac{-b+c-d}{a}$; (C) $-\frac{b-c+d}{a}$; (D) $\frac{c-b-d}{a}$ 。

★例 2、计算: $\frac{3x^2+4x}{x^2-9} - \frac{x^2-x}{x^2-9} - \frac{2x^2+7x}{9-x^2}$

★★例 3: 计算: (1) $\frac{3}{4x^2} - \frac{5}{6x^3}$; (2) $\frac{c}{6a^2b} + \frac{d}{8ab^3}$; (3) $\frac{y}{2x} + \frac{x}{y} - \frac{2x-1}{y^2}$ 。

★★例 4: 计算: (1) $\frac{x}{x^2-y^2} - \frac{1}{x+y}$; (2) $\frac{12}{m^2-9} + \frac{2}{3-m}$; (3) $\frac{1}{x^2-3x+2} + \frac{2}{x^2-1}$ 。

★★例 5: 计算 $\frac{4}{a-2} - a - 2$

★★例 6: 计算: (1) $\frac{x}{x-1} - \frac{1}{x+1} \div \frac{1}{x}$; (2) $(\frac{x}{x-2} - 1) \div \frac{2}{x^2-4}$ 。

★★例 7:

计算: (1) $\frac{a}{a-b} + \frac{b^2}{ab-a^2}$; (2) $x-2 - \frac{x^2}{x+2}$; (3) $\frac{1}{x-3} + \frac{6}{9-x^2} - \frac{x-1}{6+2x}$; (4) $(\frac{2}{x} - \frac{1}{x-1}) \div \frac{x^2-x-2}{2x}$ 。

★★★例 8: 计算:

(1) $\frac{a}{b} - \frac{b}{a} - \frac{a^2+b^2}{ab}$

(2) $(1 + \frac{1}{x-1}) \div (1 + \frac{1}{x^2-1})$

(3) $(\frac{x^2-4}{x^2-x-6} + \frac{x+2}{x-3}) \div \frac{x+1}{x-3}$

$$(4) \frac{x-1}{x^2+3x+2} + \frac{6}{2+x-x^2} - \frac{10-x}{4-x^2}$$

$$(5) \left(x+1-\frac{1}{1-x}\right) \div \left(x-\frac{x^2}{x-1}\right) \quad (6) \left(\frac{b}{a}+2+\frac{a}{b}\right) \div \left(\frac{b}{a}-2+\frac{a}{b}\right)$$

$$(7) 1 + \frac{n-m}{m-2n} \div \frac{m^2-n^2}{m^2-4mn+4n^2} \quad (8) \left(\frac{\frac{x^2}{x^2-3x}+1}{\frac{x^2}{x^2-2x-3}}\right) \div \frac{x+1}{x}$$

$$(9) \frac{x}{x-y} \cdot \frac{y}{x+y} - \frac{x^4y}{x^4-y^4} \div \frac{x^2}{x^2+y^2}$$

第 14 讲 分式方程

【知识要点】

分式方程

1、分母中含有未知数的方程叫做分式方程

2、分式方程转化为整式方程的过程必须两边同时乘以一个适当的整式. 由于这个整式可能为零, 使本不相等的两边也相等了, 这时就产生了增根. 所以解分式方程必须检验, 而检验的方法只需看所得的解是否使所乘的式子为零.

由此可以想到, 只要把求得的 x 的值代入所乘的整式 (即最简公分母), 若该式的值不等于零, 则是原方程的根; 若该式的值为零, 则是原方程的增根, 这种验根方法比较便捷。

3、解分式方程的基本思想:

分式方程 $\xrightarrow[\text{方法 (去分母)}]{\text{转化}}$ 整式方程

注意: 解分式方程在去分母时有可能产生增根, 因此解分式方程一定要检验。

【例题讲解】

★例 1: 判断: 下列哪些是分式方程? _____ 填序号

$$(1) \frac{x+1}{3} = 1 \quad (2) \frac{3}{x+1} = 4 \quad (3) \frac{x^2-1}{x+1} = 1 \quad (4) \frac{x}{2} + \frac{x-1}{3} = 2$$

知识点 2: 方程的根

★判断 $x=2$ 是下列哪个分式方程的解:

$$(1) \frac{x^2+1}{x} = \frac{5}{2} \quad (2) x - \frac{1}{x} = \frac{5}{2} \quad (3) \frac{1}{x-2} = \frac{4}{x+2}$$

$$\text{★例 2: 解分式方程 } (1) \frac{2x-1}{3x+1} = \frac{1}{2} \quad (2) \frac{x}{x-1} + 1 = \frac{1}{x-1}$$

思考：讨论：1,2 两题都是方程两边同时乘以最简公分母将分式方程转化为整式方程,为什么第 2 题求出的 $x=1$ 不是原方程的解呢?解分式方程时为什么有时会产生增根呢?

★例 3：解方程：(1) $\frac{x-1}{2x-1} = \frac{3}{2}$ (2) $\frac{1}{2x} - \frac{x-1}{4x} = 1$

(3) $\frac{2-x}{x-3} = \frac{1}{3-x} - 2$

(4) $\frac{x}{x^2-2x+1} - \frac{2}{x-1} = 0$

(5) $\frac{3}{x^2-x} + \frac{6}{1-x^2} = \frac{7}{x^2+x}$

★★ (6) $\frac{6y+12}{y^2+4y+4} - \frac{y^2-4}{y^2-4y+4} + \frac{y^2}{y^2-4} = 0$

★★例 4: 求 x 为何值时, 代数式 $\frac{2x+9}{x+3} - \frac{1}{x-3} - \frac{2}{x}$ 的值等于 2?

★★★例 5: 若解分式方程 $\frac{2x}{x+1} - \frac{m+1}{x^2+x} = \frac{x+1}{x}$ 产生增根, 求 m 的值?

★★★例 6: 已知关于 x 的方程 $\frac{2x+m}{x-2} = 3$ 的解是正数, 则 m 的取值范围?

★★例 7: 上海至南京的距离约 390 千米, 2004 年 4 月全国第五次火车大提速, 上海至南京的火车提速后的速度是提速前的 2 倍, 因此比提速前快 3 小时到达, 那么提速前和提速后上海至南京的火车的速度各是多少?

★★例 8: 某地电话公司调低了长途电话的话费标准, 每分费用降低了 25%, 因此按原收费标准 6 元话费的通话时间, 在新收费标准下可多通话 5 分钟, 问前后两种收费标准每分收费各是多少?

★★例 9: 通信员要从营地前往相距 2400 米的哨所去送信, 然后立即按原路返回, 这样从出发到回到营地共花了 40 分钟。若通信员去送信时的速度是回来时的速度的 1.5 倍, 求他去送信时的速度。(速度单位: 米/秒)

★★★例 10: 计算:

$$(1) \frac{1}{x+10} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \cdots + \frac{1}{(x+9)(x+10)} = 2$$

$$(2) \frac{x}{1-x} + \frac{x}{1+x} + \frac{2x}{1+x^2} + \frac{4x}{1+x^4} = 0$$

第 16 讲 图形的运动

【知识要点】

图形的平移

定义：将图形上所有的点都按某个方向作相同距离的位置移动，叫做图形的平移运动。

两要素：平移方向，平移距离（对应点之间的距离）

性质：

1. 图形平移后，图形的大小、形状不变。（对应线段的长度相等，对应角的大小相等）
2. 图形平移后，对应点所连接成的线段平行且相等。

图形的旋转

定义：在平面内，将一个图形绕一个定点按某个方向旋转一定的角度，这样的运动叫做图形的旋转。

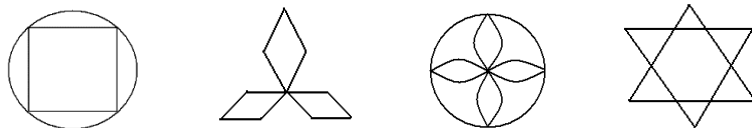
性质：

1. 旋转后图形上每一点都绕着旋转中心旋转了同样的角度。
2. 对应点到旋转中心的距离相等。

旋转对称和中心对称

旋转对称图形：

把一个图形绕着一个定点旋转一个角度后，与初始图形重合，这种图形叫做旋转对称图形。这个定点叫做_____，旋转的角度称为_____。



中心对称图形：

把一个图形绕着一个定点旋转_____后，与初始图形重合，这种图形叫做中心对称图形。_____一定是_____，而_____不一定是_____。

中心对称：

把一个图形绕着一个定点旋转 180° 后，和另一个图形重合，那么这两个图形关于这点对称，也叫做中心对称，这个点叫做对称中心。

中心对称图形和中心对称的**区别：**

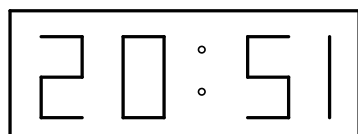
中心对称图形是_____个图形自身的特征，而中心对称是指_____个图形的关系。

【例题讲解】

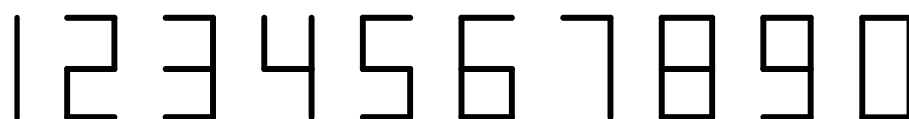
★一、填空题：

1. 一个图形在平移后，对应点之间的距离_____。
2. 一个图形在旋转的过程中，对应角的大小_____。
3. 正方形绕着它的中心至少旋转_____度可以与它自身重合。
4. 正方形有_____条对称轴。
5. 长方形有_____条对称轴。
6. 圆有_____条对称轴。
7. 图形在平移、旋转、翻折等运动过程中，有一个共同的特征，图形的_____和_____不变。
8. 在组成单词“MATHS”的字母中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是_____。

9. 小明从镜子中看到电子钟显示的时间是 20:51, 那么实际时间为 _____.



10. 如图, 紫荆花绕着它的中心最少旋转 _____ 度就可以与它自身重合.
 11. 在下列字型的数字中, 有两条对称轴的数字是 _____.
 12. 在下列字型的数字中, 既是轴对称图形又是中心对称图形的有 _____.



★二、选择题

13. 下列 4 张扑克牌中, 是中心对称图形的是 ().



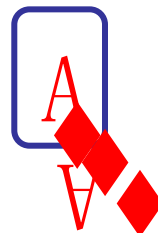
(A)



(B)



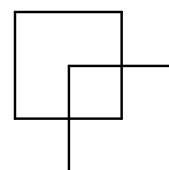
(C)



(D)

14. 对这个图形的判断, 正确的是 ()

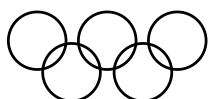
- (A) 这是一个轴对称图形, 它有一条对称轴;
 (B) 这是一个轴对称图形, 但不是中心对称图形;
 (C) 这是一个中心对称图形, 但不是轴对称图形;
 (D) 这既是轴对称图形, 也是中心对称图形.



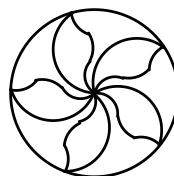
15. 下列图形中, 是轴对称图形但不是旋转对称图形的是 ().



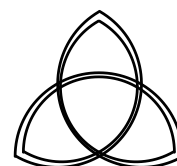
(A)



(B)

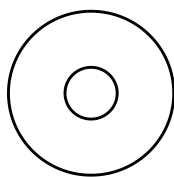


(C)

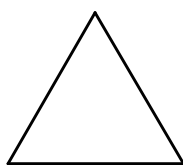


(D)

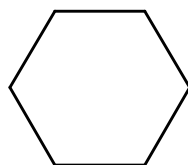
16. 下列图形中, 对称轴条数最多的是 ().



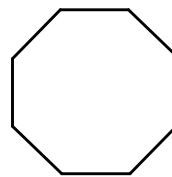
(A)



(B)



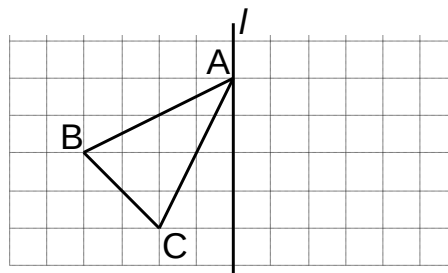
(C)



(D)

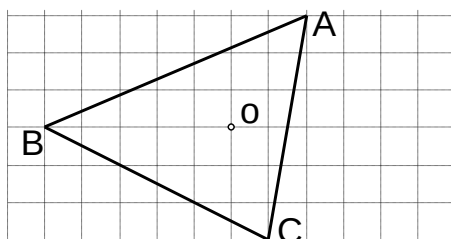
★三、画图题

17. 如左下图, 画出 $\triangle ABC$ 关于直线 l 成轴对称的 $\triangle A' B' C'$.

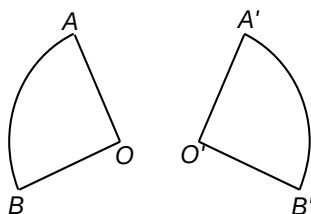


18. 如右上图, 画出 $\triangle ABC$ 关于点 O 中心对称的 $\triangle A' B' C'$.

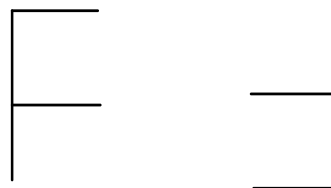
称的



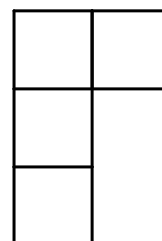
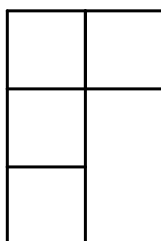
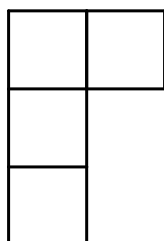
19. 如下图, 已知扇形 OAB 与扇形 $O' A' B'$ 成轴对称, 请你画出对称轴.



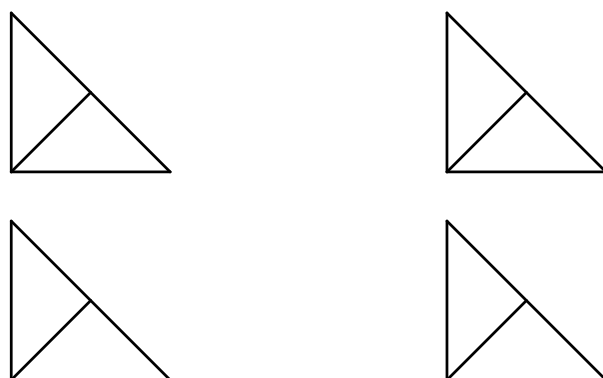
20. 如图, 已知两个字母“F”成中心对称, 请你画出对称中心 O .



★★21. 如图, 在 4 个大小相同的正方形组成的图形中, 请你再添加一个正方形, 使整个图形是轴对称图形 (最少画三个).

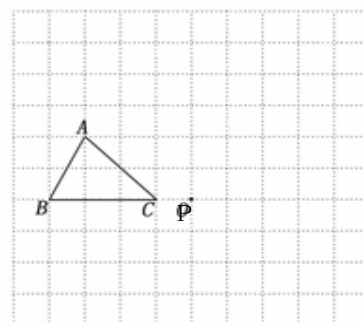


★★22. 请你把下面这个图形补画成中心对称图形, 并且用点 O 表示对称中心(最少画三个)。

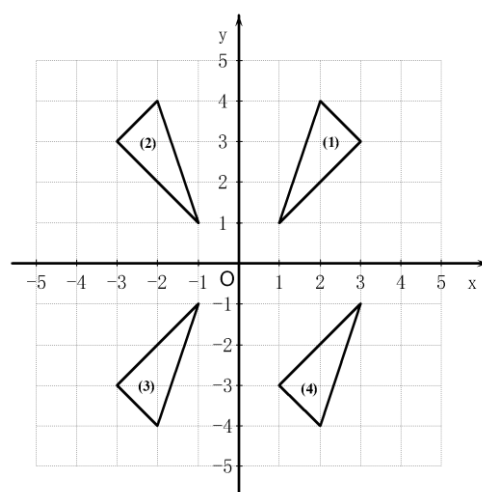


★★★23. 在如图的方格纸中, 每个小方格都是边长为 1 个单位的正方形, $\triangle ABC$ 的三个顶点 都在格点上 (每个小方格的顶点叫格点)。

- (1) 画出 $\triangle ABC$ 绕点 P 顺时针旋转 90° 后的 $\triangle A_1 B_1 C_1$,
- (2) 并求线段 BC 扫过的面积。



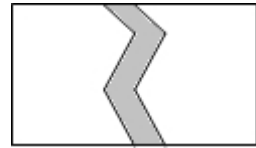
★★★24. 在如左图所示编号为(1)、(2)、(3)、(4)的四个三角形中, 关于 y 轴对称的两个三角形的编号为_____;
关于坐标原点 O 对称的两个三角形的编号为_____。



第 17 讲 期末复习

★一、选择题（本大题共 6 小题，共 12.0 分）

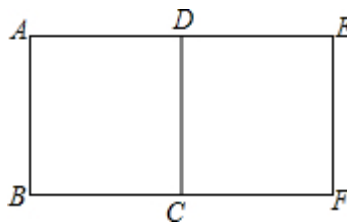
- 下列运算正确的是（ ）
A. $3^{-1} = -3$ B. $a^5 \div a^{-2} = a^3$ C. $(a^{-1})^{-3} = a^3$ D. $(-20)^0 = -1$
- 下列分式是最简分式的是（ ）
A. $\frac{x^2-1}{4x-4}$ B. $\frac{x^2-2x-3}{x^2-4x-5}$ C. $\frac{2-x}{2x-1}$ D. $\frac{3x}{3x-6}$
- 下列从左到右的变形中，属于因式分解的是（ ）
A. $(x+2)(x-2) = x^2 - 4$ B. $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$
C. $am + bm - 1 = m(a+b) - 1$ D. $(x-1)^2 - 1 = (x-1)(x-1 - \frac{1}{x-1})$
- 下列变形不正确的是（ ）
A. $\frac{a-3}{4-a} = \frac{3-a}{a-4}$ B. $\frac{-3b-2a}{c} = \frac{2a+3b}{-c}$
C. $\frac{-b+2a}{c} = \frac{b+2a}{-c}$ D. $\frac{a^2-1}{a-1} = -\frac{1-a^2}{a-1}$
- 如图在一块长为 $12m$ ，宽为 $6m$ 的长方形草地上，有一条弯曲的柏油小路（小路任何地方的水平宽度都是 $2m$ ）则空白部分表示的草地面积是（ ）
A. 70 B. 60 C. 48 D. 18
- 若等式 $(x+6)^{x+1} = 1$ 成立，那么满足等式成立的 x 的值的个数有（ ）
A. 5 个 B. 4 个 C. 3 个 D. 2 个



★二、填空题（本大题共 12 小题，共 36.0 分）

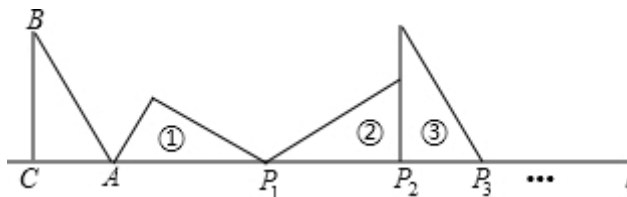
- 分式 $\frac{1}{x-1}$ 无意义的条件是_____.
- 计算： $(x-1)(x+3) =$ _____.
- 用科学记数法表示： $0.0000000210 =$ _____.
- 计算： $(-x^2y)^2 \div \frac{1}{3}x^2y =$ _____.
- 因式分解： $x^3 - 4x =$ _____.
- 计算： $\frac{2a}{a-2} + \frac{4}{2-a} =$ _____.
- $\frac{1}{a^2-ab}$, $\frac{1}{a^2+ab}$ 的最简公分母为_____.
- 当 $x =$ _____时，分式 $\frac{x^2-4}{x^2-x-6}$ 的值为 0.
- 将代数式 $\frac{x^{-2}y}{a^{-1}b}$ 化为只含有正整数指数幂的形式是_____.
- 若 $y=1$ 是方程 $\frac{m}{y-1} + \frac{3}{y-2} = \frac{1}{(y-1)(y-2)}$ 的增根，则 $m =$ _____.

17. 矩形 $ABCD$ 旋转后能与矩形 $DCFE$ 重合, 那么它的旋转中心有_____个.



★★

18. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=3$, $BC=4$, $AB=5$, 且 AC 在直线 l 上, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转到位置①, 可得到点 P_1 , 将位置①的三角形绕点 P_1 顺时针旋转到位置②, 可得到点 P_2 , 将位置②的三角形绕点 P_2 顺时针旋转到位置③, 可得到点 P_3 , ..., 按此规律继续旋转, 得到点 P_{2018} 为止, 则 $AP_{2018} =$ _____.



★三、计算题 (本大题共 5 小题, 共 28.0 分)

19. 计算: $(2a^4 - a^3 + 3a^2) \div (-\frac{1}{3}a^2)$

20. 计算: $(x^2 - y^2) \div (x^{-1} - y^{-1})$ (结果不含负整数指数幂).

21. 先化简, 再求值: $\frac{2x-6}{x-2} \div (\frac{5}{x-2} - x - 2)$, 其中 $x=-1$.

22. 解方程: $\frac{3}{x} - \frac{4}{x-1} = \frac{6}{x(x-1)}$.

23. 已知 $a+b=2$, $ab=\frac{1}{2}$, 求下列各式的值.

(1) $(a-1)(b-1)$

(2) $\frac{1}{2}(a-b)^2$.

★四、解答题 (本大题共 4 小题, 共 24.0 分)

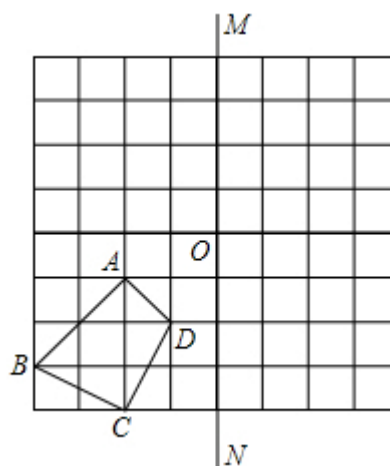
24. 分解因式: $x^2-2xy-8y^2$.

25. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中,

(1) 画出四边形 $A_1B_1C_1D_1$, 使四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 与四边形 $ABCD$ 关于直线 MN 成轴对称;

(2) 画出四边形 $A_2B_2C_2D_2$, 使四边形 $A_2B_2C_2D_2$ 与四边形 $ABCD$ 关于点 O 中心对称;

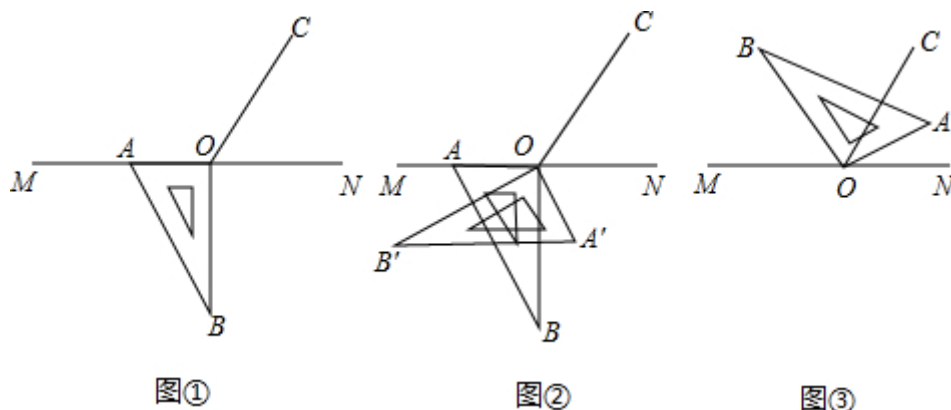
(3) 四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 与四边形 $A_2B_2C_2D_2$ 是否对称, 若对称请在图中画出对称轴或对称中心.



26. 某市在旧城改造过程中，需要整修一段全长 2400 米的道路，为了尽量减少施工对城市交通所造成的影响，实际工作效率比原计划提高了 20%，结果提前 8 小时完成任务，问原计划每小时修路多少米？

★★★★★

27. 如图①，点 O 为直线 MN 上一点，过点 O 作直线 OC ，使 $\angle NOC = 60^\circ$ 。将一把直角三角尺的直角顶点放在点 O 处，一边 OA 在射线 OM 上，另一边 OB 在直线 AB 的下方，其中 $\angle OBA = 30^\circ$
- (1) 将图②中的三角尺沿直线 OC 翻折至 $\triangle A'B'O$ ，求 $\angle A'ON$ 的度数；
 - (2) 将图①中的三角尺绕点 O 按每秒 10° 的速度沿顺时针方向旋转，旋转角为 α ($0 < \alpha < 360^\circ$)，在旋转的过程中，在第几秒时，直线 OA 恰好平分锐角 $\angle NOC$ ；
 - (3) 将图①中的三角尺绕点 O 顺时针旋转，当点 A 点 B 均在直线 MN 上方时（如图③所示），请探究 $\angle MOB$ 与 $\angle AOC$ 之间的数量关系，请直接写出结论，不必写出理由。



第 18 讲 期末复习

★一、选择题（本大题共 6 小题，共 12.0 分）

1. 单项式 $-2x^3y$ 的系数与次数依次是（ ）
A. $-2, 3$ B. $-2, 4$ C. $2, 3$ D. $2, 4$
2. 下列各式运算正确的是（ ）
A. $3a - 2a = 1$ B. $a^6 \div a^3 = a^2$ C. $(2a)^3 = 2a^3$ D. $[(-a)^2]^3 = a^6$
3. 下列各等式中，从左到右的变形是因式分解的是（ ）
A. $x \cdot (x - y) = x^2 - xy$ B. $x^2 + 3x - 1 = x(x + 3) - 1$
C. $(x - y)^2 - y^2 = x(x - 2y)$ D. $x^2 - 2 = x(x - \frac{2}{x})$
4. 计算 $(-\frac{3}{2})^{2018} \times (\frac{2}{3})^{2019}$ 的结果为（ ）
A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $-\frac{2}{3}$ D. $-\frac{3}{2}$
5. 如果把分式中的 $\frac{xy}{x+y}$ 都扩大 2 倍，那么分式的值（ ）
A. 扩大 4 倍 B. 扩大 2 倍 C. 缩小 2 倍 D. 不变
6. 在正三角形、正方形、正五边形和等腰梯形这四种图形中，是旋转对称图形的有（ ）



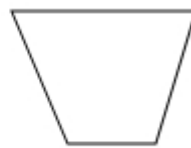
正三角形



正方形



正五边形



等腰梯形

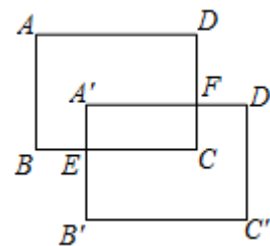
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

★★二、填空题（本大题共 12 小题，共 24.0 分）

7. 用代数式表示：“ x 的 2 倍与 y 的差的平方”是_____.
8. 将 0.000025 用科学记数法表示为_____.
9. 将多项式 $xy^3 - x^2y + 2x^3 - 5y^2$ 按字母 x 降幂排列是：_____.
10. 当 $x=3$ 时，代数式 $\frac{1}{3}x^2 + 2x - 1$ 的值为_____.
11. 当 x _____时，分式 $\frac{x-1}{x+2}$ 有意义.
12. 因式分解： $2x^2 - 4x =$ _____.
13. $(x-3y)(x+3y) =$ _____.
14. $(2x-1)^2 =$ _____.
15. 计算： $(4x^2y - 2xy^2) \div 2xy =$ _____.
16. 计算： $\frac{2}{x-3} + \frac{1}{3-x} =$ _____.
17. 计算： $(\frac{1}{2})^{-1} - (3.14 - \pi)^0 =$ _____.

★★

18. 如图, 在长方形 $ABCD$ 中, $AB=7\text{cm}$, $BC=10\text{cm}$, 现将长方形 $ABCD$ 向右平移 3m , 再向下平移 4cm 后到长方形 $A'B'C'D'$ 的位置, $A'B'$ 交 BC 于点 E , $A'D'$ 交 DC 于点 F , 那么长方形 $A'ECF$ 的周长为_____ cm .



★三、计算题 (本大题共 3 小题, 共 15.0 分)

19. 计算: $\frac{2x}{x^2-y^2} - \frac{1}{x+y}$

20. 计算: $\frac{x-1}{3x-6} \div \left(x + \frac{1}{x-2}\right)$

21. 解方程: $\frac{x}{2x-2} - \frac{1}{x-1} = \frac{1}{3}$.

★四、解答题 (本大题共 9 小题, 共 49.0 分)

22. 计算: $3a^2b \cdot \left(-\frac{2}{3}a^4b^2\right) + (a^2b)^3$

23. 计算: $(a+b)(3a-2b)-b(a-b)$.

24. 计算: $(m-n+1)(m+n+1)$.

25. 因式分解: $(x-4)(x+7)+18$.

26. 因式分解: x^2-4+4y^2-4xy .

27. 某校为了增强学生对中华优秀传统文化的理解, 决定购买一批相关的书籍. 据了解, 经典著作的单价比传说故事的单价多 6 元, 用 10000 元购买经典著作与用 7000 元购买传说故事的本数相同, 这两类书籍的单价各是多少元?

★★

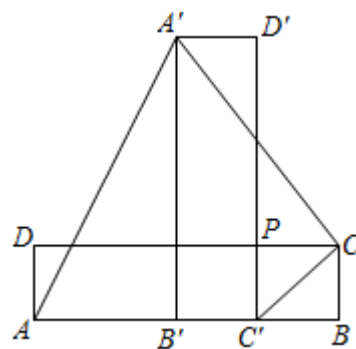
28. 如图是由 5 个同样的小正方形所组成的，请再补上一个同样的小正方形，使 6 个小正方形组成的图形成为一个轴对称图形，请至少画出三种方法。



★★★

29. 如图，在长方形 $ABCD$ 中， $AB=a$ ， $BC=b$ ($a>2b$)，点 P 在边 CD 上，且 $PC=BC$ ，长方形 $ABCD$ 绕点 P 顺时针旋转 90° 后得到长方形 $A'B'C'D'$ (点 B' 、 C' 落在边 AB 上)，请用 a 、 b 的代数式分别表示下列图形的面积。

- (1) 三角形 PCC' 的面积 S_1 ；
- (2) 四边形 $AA'CC'$ 的面积 S ，并化简。



★★★★

30、分式中，在分子、分母都是整式的情况下，如果分子的次数低于分母的次数，称这样的分式为真分式。例如，分式是 $\frac{2}{x+1}$ ， $\frac{4x^2}{x^3-3x}$ 是真分式。如果分子的次数不低于分母的次数，称这样的分式为假分式。例如，分式 $\frac{x-1}{x+1}$ ， $\frac{x^2}{x-1}$ 是假分式。一个假分式可以化为一个整式与一个真分式的和。例如， $\frac{x-1}{x+1} = \frac{(x+1)-2}{x+1} = 1 - \frac{2}{x+1}$ 。

(1) 将假分式 $\frac{2x-3}{x+1}$ 化为一个整式与一个真分式的和；

(2) 如果分式 $\frac{x^2}{x-1}$ 的值为整数，求 x 的整数值。