

初三数学精编教案

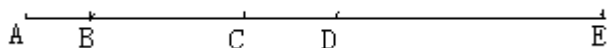
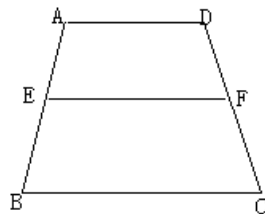
目 录

第一讲	相似形与比例线段	2
第二讲	相似三角形判定与性质（一）	7
第三讲	相似三角形判定与性质（二）	13
第四讲	平面向量的线性运算	19
第五讲	相似三角形单元复习	23
第六讲	相似三角形几何综合题	30
第八讲	锐角三角比	35
第九讲	锐角三角比综合运用	40
第十讲	二次函数的图像、性质、解析式	44
第十一讲	二次函数综合题	48
第十二讲	圆的基本性质	54
第十三讲	直线与圆、圆与圆的位置关系；正多边形与圆	58
第十四讲	圆有关综合题	63
第十六讲	一模复习	67
第十七讲	一模压轴题选讲	71
第十八讲	一模动点专题	77

第一讲 相似形与比例线段

【基础题】

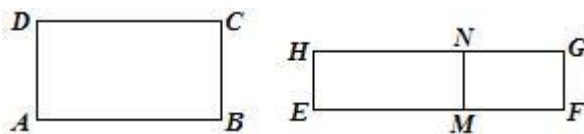
- ★1. 在比例尺为 $1:1\,000\,000$ 的地图上, 相距 3cm 的两地, 它们的实际距离为()
 A. 3 km B. 30 km C. 300 km D. $3\,000\text{ km}$
- ★2. 若 $3a=2b$, 则 $\frac{a-b}{a}$ 的值为 ()
 A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{3}$
- ★3. 已知 $\triangle ABC$ 的三边长分别为 6cm 、 7.5cm 、 9cm , $\triangle DEF$ 的一边长为 4cm , 当 $\triangle DEF$ 的另两边的长是列哪一组时, 这两个三角形相似()
 A. 2cm , 3cm B. 4cm , 5cm C. 5cm , 6cm D. 6cm , 7cm
- ★★4. $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 相似且相似比为 $\frac{2}{3}$, $\triangle A_1B_1C_1$ 与 $\triangle A_2B_2C_2$ 相似且相似比为 $\frac{5}{4}$, 则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_2B_2C_2$ 的相似比为 ()
 A. $\frac{5}{6}$ B. $\frac{6}{5}$ C. $\frac{5}{6}$ 或 $\frac{6}{5}$ D. $\frac{8}{15}$
- ★5. 下列两个图形: ① 两个等腰三角形; ② 两个直角三角形; ③ 两个正方形; ④ 两个矩形; ⑤ 两个菱形; ⑥ 两个正五边形. 其中一定相似的有 ()
 A. 2 组 B. 3 组 C. 4 组 D. 5 组
- ★★6. 一个钢筋三角架三边长分别是 20cm , 50cm , 60cm , 现要做一个与其相似的三角架, 只有长 30cm , 50cm 的两根钢筋, 要求以其中一根为一边, 从另一根截下两段 (允许有余料) 做为其他两边, 则不同的截法有 ()
 A. 一种 B. 两种 C. 三种 D. 四种
- ★7. $\triangle ABC$ 的三条边长分别为 $\sqrt{2}$ 、 2 、 $\sqrt{10}$, $\triangle A'B'C'$ 的两边长分别为 1 和 $\sqrt{5}$, 且 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 相似, 那么 $\triangle A'B'C'$ 的第三边长为_____
- ★★8. 如图: 梯形 $ADFE$ 相似于梯形 $EFCB$, 若 $AD=3$, $BC=4$, 则 $\frac{AE}{BE}$ = _____.
- ★★9. 已知若 $\frac{x-y}{y} = \frac{3}{4}$, 则 $\frac{x}{y}$ = _____; 若 $5x-4y=0$, 则 $x:y$ = _____.
- ★★10. 如图: $AB:BC$ = _____, $AB:CD$ = _____, $BC:DE$ = _____, $AC:CD$ = _____, $CD:DE$ = _____.
- ★★11. 用一个放大镜看一个四边形 $ABCD$, 若四边形的边长被放大为原来的 10 倍, 下列结论①放大后的 $\angle B$ 是原来 $\angle B$ 的 10 倍; ②两个四边形的对应边相等; ③两个四边形的对应角相等, 则正确的有 _____.



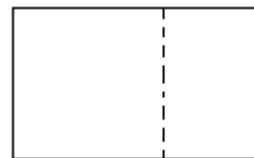
【提高题】

- ★★★12. 如果 $\frac{a}{b+c+d} = \frac{b}{a+c+d} = \frac{c}{a+b+d} = \frac{d}{a+b+c} = k$, 一次函数 $y=kx+m$ 经过点 $(-1, 2)$, 求此一次函数解析式.

- ★★★13. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=2AD$, 线段 $EF=10$, 在 EF 上取一点 M , 分别以 EM 、 MF 为一边作矩形 $EMNH$ 、 $MFGN$, 使矩形 $MFGN$ 与矩形 $ABCD$ 相似. 令 $MN=x$, 当 x 为何值时, 矩形 $EMNH$ 的面积 S 有最大值? 最大值是多少?

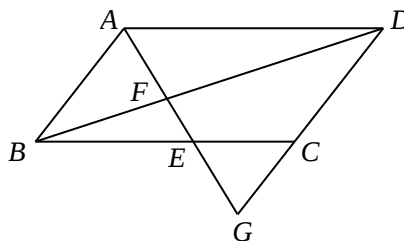


- ★★★14. 从一个矩形中剪去一个正方形, 如图所示, 若剩下的矩形与原矩形相似, 求原矩形的长边与宽边比.

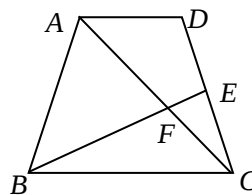


- ★★★15. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 在边 BC 上, 联结 AE 并延长, 交对角线 BD 于点 F 、 DC 的延长线于点 G , 如果 $\frac{BE}{EC} = \frac{3}{2}$.

求 $\frac{FE}{EG}$ 的值.

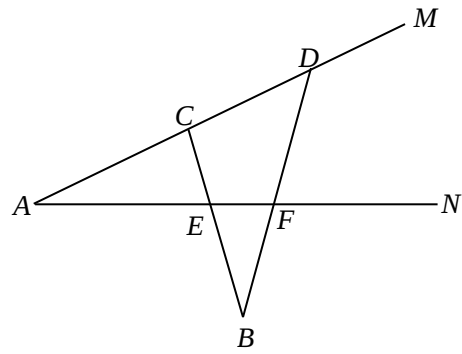


- ★★★16. 如图, 梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $BC=2AD$, 点 E 为边 DC 的中点, BE 交 AC 于点 F .
求: (1) $AF:FC$ 的值;
(2) $EF:BF$ 的值.



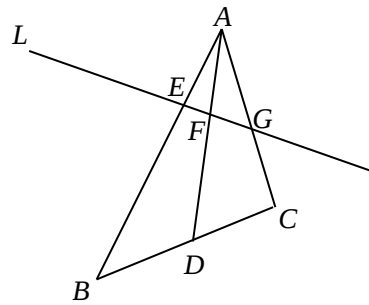
★★★17. 如图, C 、 D 、 E 、 F 分别在 $\angle MAN$ 的两条边上, 联结并延长 CE 、 DF , 相交于点 B ,

已知 $BE = BF$, 求证: $\frac{AC}{AD} = \frac{CE}{DF}$



★★★18. 如图, 已知 AD 为 $\triangle ABC$ 的中线, 直线 L 分别交 AB 、 AD 、 AC 于 E 、 F 、 G ,

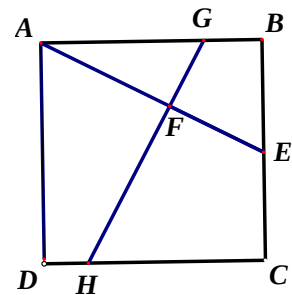
求证: $\frac{BE}{AE} + \frac{CG}{AG} = 2 \times \frac{FD}{AF}$



★★★19. 如图, 正方形 $ABCD$ 中,

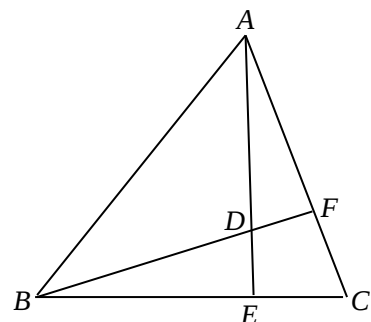
(1) E 为边 BC 的中点, AE 的垂直平分线分别交 AB 、 AE 、 CD 于 G 、 F 、 H , 求 $\frac{GF}{FH}$ 的值;

(2) E 的位置改为边 BC 上一动点, 且 $\frac{BE}{EC} = k$, 其它条件不变, 求 $\frac{GF}{FH}$ 的值.

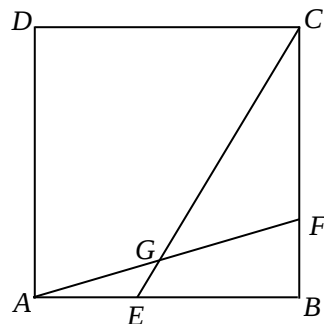


★★★20. 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $BE=2EC$, $AF=2FC$, 且 $S_{\triangle ABC} = a$,

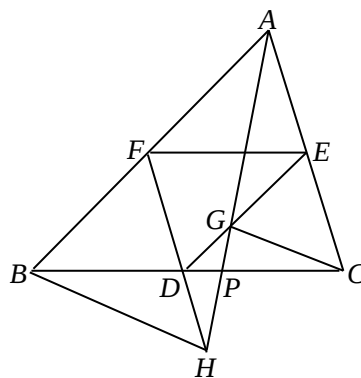
求 S_{DEFC}



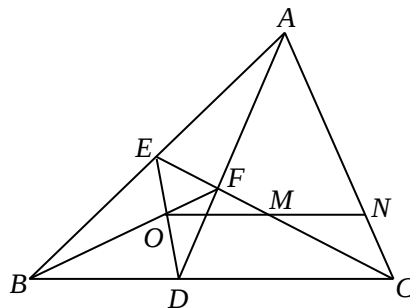
★★★21. 已知正方形 $ABCD$ 的面积为 35 平方厘米, E 、 F 分别为边 AB 、 BC 上的点, AF 、 CE 相交于 G , 并且 $\triangle ABF$ 的面积为 5 平方厘米, $\triangle BCE$ 的面积为 14 平方厘米, 那么四边形 $BEGF$ 的面积是多少平方厘米?



★★★22. 如图, 设 D 、 E 、 F 分别是 $\triangle ABC$ 中 BC 、 CA 、 AB 的中点, 过 A 任作一直线与 DE 、 FD 分别相交于 G 、 H , 求证: $CG \parallel BH$



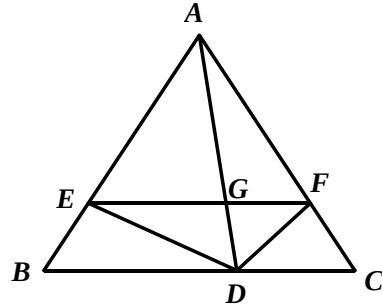
★★★23. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别是 BC 、 AB 上的点, AD 、 CE 交于点 F , BF 、 DE 交于点 O , $OM \parallel BC$ 交 CE 于点 M , 延长 OM 交 AC 于点 N . 求证: $OM = MN$



★★★24. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 点 D 、 E 、 F 分别在边 BC 、 AB 、 AC 上, 且 $\angle ADE=\angle B$, $\angle ADF=\angle C$, 线段 EF 交线段 AD 于点 G .

(1) 求证: $AE=AF$;

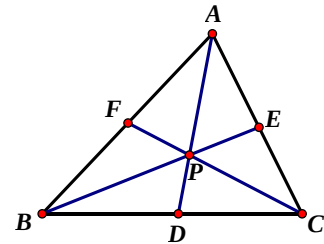
(2) 若 $\frac{DF}{DE} = \frac{CF}{AE}$, 求证: 四边形 $EBDF$ 是平行四边形.



【拓展题】

塞瓦定理: 在 $\triangle ABC$ 中任取一点 P , 直线 AP 、 BP 、 CP 分别与 BC 、

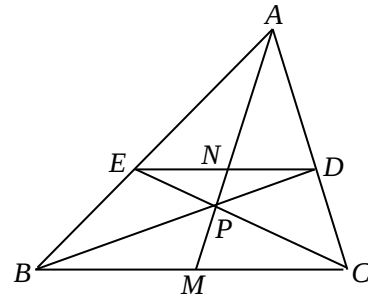
CA 、 AB 相交于 D 、 E 、 F , 则 $\frac{BD}{DC} \cdot \frac{CE}{EA} \cdot \frac{AF}{FB} = 1$.



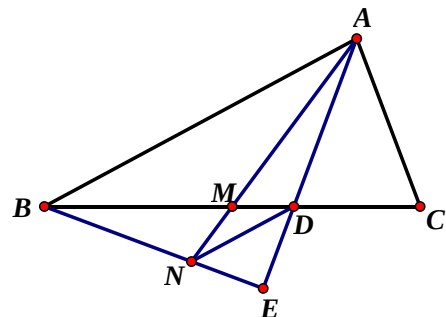
塞瓦定理的逆定理: 设 F 、 D 、 E 分别在 $\triangle ABC$ 的边 AB 、 BC 、 CA 上,

且满足 $\frac{BD}{DC} \cdot \frac{CE}{EA} \cdot \frac{AF}{FB} = 1$, 则 AD 、 BE 、 CF 相交于一点.

★★★★25. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $ED \parallel BC$, 并分别交 AB 、 AC 于 E 、 D , BD 、 CE 相交于点 P , 联结并延长 AP , 交 BC 于点 M , 求证: M 是 BC 的中点.



★★★★26. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, M 是 BC 的中点, AD 为 $\angle BAC$ 的角平分线, $BE \perp AD$ 交 AD 的延长线于点 E , BE 交 AM 的延长线于点 N . 求证: $DN \parallel AB$.



★★★★思考题: 证明: 三角形三条中线交于一点.

第二讲 相似三角形判定与性质 (一)

【基础题】

★1. 下面给出了一些关于相似的命题, 其中真命题有 ()

(1) 菱形都相似; (2) 等腰直角三角形都相似; (3) 正方形都相似; (4) 矩形都相似.

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

★2. 下列命题中正确的有 ()

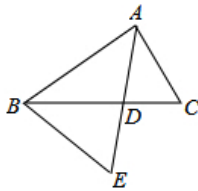
①有一个角等于 80° 的两个等腰三角形相似; ②两边对应成比例的两个等腰三角形相似;

③有一个角对应相等的两个等腰三角形相似; ④底边对应相等的两个等腰三角形相似.

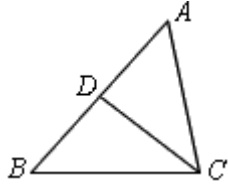
A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

★★3. 如图, $\triangle ABC$ 中, AE 交 BC 于点 D , $\angle C = \angle E$, $AD = 4$, $BC = 8$, $BD : DC = 5 : 3$, 则 DE 的长等于 ()

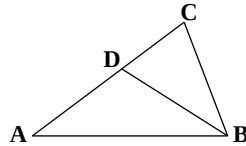
A. $\frac{20}{3}$ B. $\frac{15}{4}$ C. $\frac{16}{3}$ D. $\frac{17}{4}$



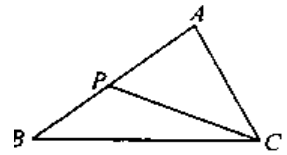
(第3题)



(第4题)



(第5题)



(第6题)

★★4. 如图, 给出下列条件: ① $\angle B = \angle ACD$; ② $\angle ADC = \angle ACB$; ③ $\frac{AC}{CD} = \frac{AB}{BC}$; ④ $AC^2 = AD \cdot AB$.

其中单独能够判定 $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ 的个数为 ()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

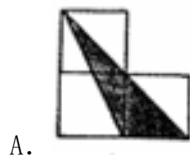
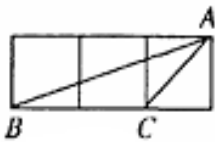
★★5. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 为 AC 边上一点, $\angle DBC = \angle A$, $BC = \sqrt{6}$, $AC = 3$, 则 CD 的长为 ()

A. 1 B. $\frac{3}{2}$ C. 2 D. $\frac{5}{2}$

★★6. 如图, 已知在 $\triangle ABC$, P 为 AB 上一点, 连结 CP , 不能判断 $\triangle ABC \sim \triangle ACP$ 的是 ()

A. $\angle ACP = \angle B$ B. $\angle APC = \angle ACB$ C. $\frac{AC}{AP} = \frac{AB}{AC}$ D. $\frac{AC}{AB} = \frac{CP}{BC}$

★★7. 如图小正方形的边长均为 1, 则下列图中的三角形 (阴影部分) 与 $\triangle ABC$ 相似的是 ()



A.



B.

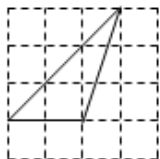
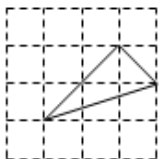


C.

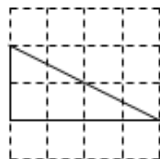


D.

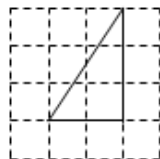
★★8. 下列四个选项中的三角形, 与图中的三角形相似的是 ()



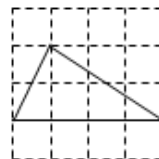
A



B



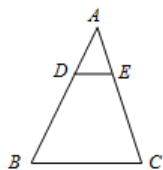
C



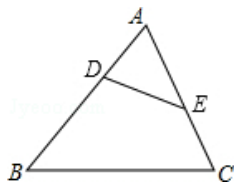
D

- ★★9. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel BC$, 若 $\frac{AD}{AB} = \frac{1}{3}$, $DE=4$, 则 BC 的值为 ()

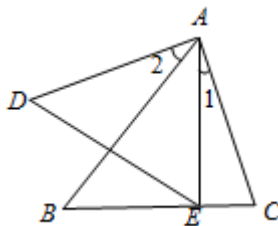
A. 9 B. 10 C. 11 D. 12



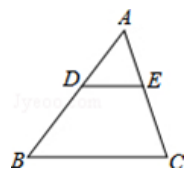
(第9题)



(第10题)



(第11题)



(第12题)

- ★★10. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, DE 与 BC 不平行, 那么下列条件中, 不能判断 $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ 的是 ()

A. $\angle ADE = \angle C$ B. $\angle AED = \angle B$ C. $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$ D. $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$

- ★★11. 如图, 已知 $\angle 1 = \angle 2$, 那么添加下列一个条件后, 仍无法判定 $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ 的是 ()

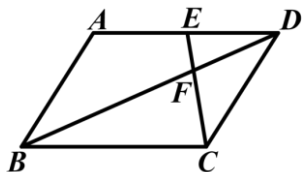
A. $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$ B. $\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE}$ C. $\angle B = \angle D$ D. $\angle C = \angle AED$

- ★★12. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D, E 分别在边 AB, AC 上, $DE \parallel BC$, $AE=6$, $\frac{AD}{BD} = \frac{3}{4}$, 则 EC 的长是 ()

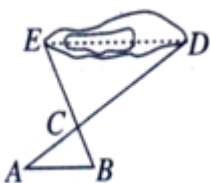
A. 4.5 B. 8 C. 10.5 D. 14

- ★★13. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 点 E 是边 AD 的中点, EC 交对角线 BD 于点 F , 则 $EF:FC$ 等于 ()

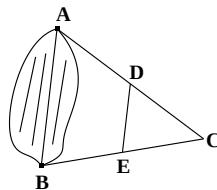
A. 3:2 B. 3:1 C. 1:1 D. 1:2



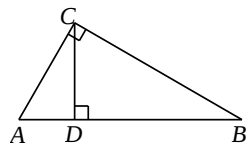
(第13题)



(第14题)



(第15题)



(第16题)

- ★★14. 如图, 为了测量一池塘的宽 DE , 在岸边找一点 C , 测得 $CD=30\text{m}$, 在 DC 的延长线上找一点 A , 测得 $AC=5\text{m}$, 过点 A 作 $AB \parallel DE$, 交 EC 的延长线于 B , 测得 $AB=6\text{m}$, 则池塘的宽 DE 为 ()

A. 25m B. 30m C. 36m D. 40m

- ★★15. 如图, A, B 两点分别位于一个池塘的两端, 小明想用绳子测量 A, B 间的距离, 但绳子不够长, 一位同学帮他想了一个主意: 先在地上取一个可以直接到达 A, B 的点 C , 找到 AC, BC 的中点 D, E , 并且测出 DE 的长为 10m , 则 A, B 间的距离为 ()

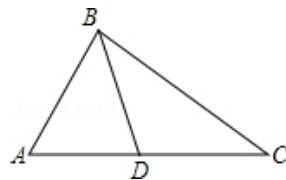
A. 15m B. 25m C. 30m D. 20m

- ★★16. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $CD \perp AB$ 于点 D , 如果 $AC=3$, $AB=6$, 那么 AD 的值为 ()

A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{9}{2}$ C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ D. $3\sqrt{3}$

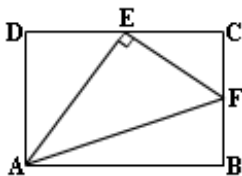
- ★★17. 如图, 下列条件不能判定 $\triangle ADB \sim \triangle ABC$ 的是 ()

A. $\angle ABD = \angle ACB$ B. $\angle ADB = \angle ABC$ C. $AB^2 = AD \cdot AC$ D. $\frac{AD}{AB} = \frac{AB}{BC}$

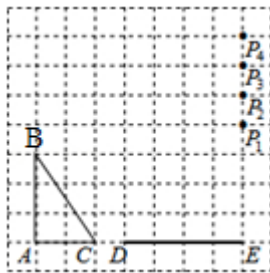


- ★★18. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, E, F 分别是 CD, BC 上的点, 若 $\angle AEF=90^\circ$, 则一定有 ()

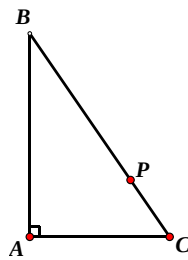
A. $\triangle ADE \sim \triangle AEF$ B. $\triangle ECF \sim \triangle AEF$ C. $\triangle ADE \sim \triangle ECF$ D. $\triangle AEF \sim \triangle ABF$



(第 18 题)



(第 19 题)



(第 20 题)

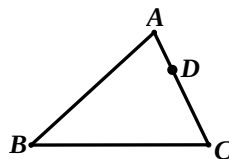
★★19. 如图, 在方格纸中, $\triangle ABC$ 和 $\triangle EPD$ 的顶点均在格点上, 要使 $\triangle ABC \sim \triangle EPD$, 则点 P 所在的格点为 ()

A. P_4 B. P_3 C. P_2 D. P_1

★★★20. 如图, P 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的斜边 BC 上异于 B, C 的一点, 过 P 点作直线截 $\triangle ABC$, 使截得的三角形与 $\triangle ABC$ 相似, 满足这样条件的直线共有 ()

A. 1 条 B. 2 条 C. 3 条 D. 4 条

★★★21. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=8$, $AC=6$, 点 D 在 AC 上且 $AD=2$, 如果要在 AB 上找一点 E, 使 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 相似, 那么 $AE=$ _____.

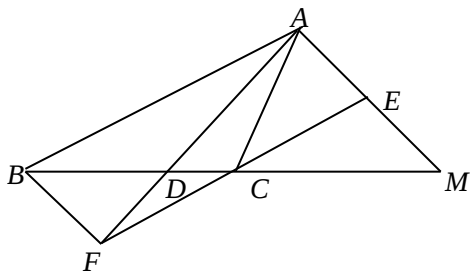


★★★22. 把一张矩形的纸片对折, 若对折后的矩形与原矩形相似, 则原矩形纸片的宽与长之比为_____

【提高题】

★★★23. 如图, 已知 AD 为 $\angle BAC$ 的角平分线, $BF \perp AD$ 交 AD 的延长线于点 F, $AM \perp AD$ 交 BC 的延长线于点 M, FC 的延长线交 AM 于点 E.

求证: $AE=EM$



★★★24. 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在 BC 边上, 且满足 $CA^2 = CD \cdot CB$ (如图 1).

(1) 求证: $\frac{AD}{AB} = \frac{AC}{BC}$;

(2) 如图 2, 以点 A 为圆心, AB 为半径画弧交 AC 的延长线于点 E, 联结 BE, 延长 AD 交 BE 于点 F. 求证: $\frac{EF}{BF} = \frac{AD}{BD}$.

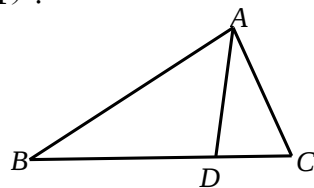


图 1

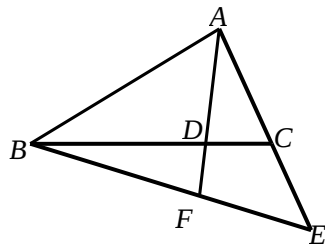
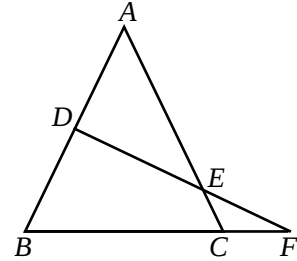


图 2

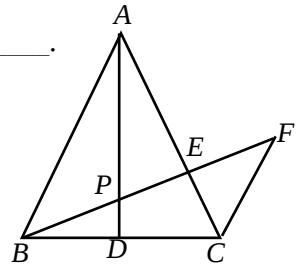
★★★25. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 2\sqrt{5}$, $BC = 4$. 线段 AB 的垂直平分线 DF 分别交边 AB 、 AC 、 BC 所在直线于点 D 、 E 、 F .

- (1) 求线段 BF 的长;
(2) 求 $AE:EC$ 的值.

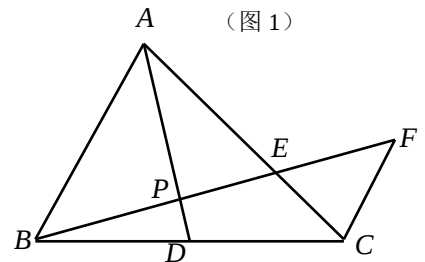


★★★26. 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $CD = BD$, 点 P 是线段 AD 上一点, $CF \parallel AB$, BF 分别交 AD 、 AC 于点 P 、 E .

- (1) 你认为线段 BP 、 PE 、 PF 存在怎样的数量关系? 你的结论是 $BP^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.
(2) 如图 2, 如果 $AB \neq AC$, 其它条件不变, 那么你认为 (1) 的结论还成立吗? 如果成立, 请给出证明; 如果不成立, 请说明理由?



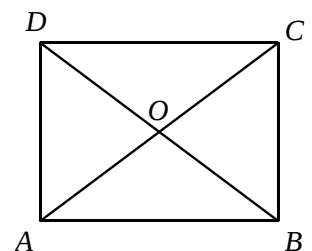
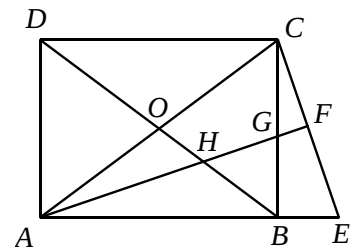
(图 1)



(图 2)

★★★27. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 8$, $BC = 6$, 对角线 AC 、 BD 交于点 O . 点 E 在 AB 延长线上, 联结 CE , $AF \perp CE$, AF 分别交线段 CE 、边 BC 、对角线 BD 于点 F 、 G 、 H (点 F 不与点 C 、 E 重合).

- (1) 当点 F 是线段 CE 的中点时, 求 GF 的长;
(2) 设 $BE = x$, $OH = y$, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出它的定义域;
(3) 当 $\triangle BHG$ 是等腰三角形时, 求 BE 的长.



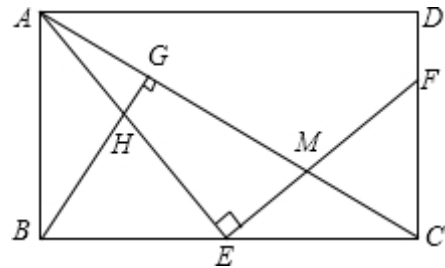
备用图

★★★28. 如图, 点 E 是矩形 $ABCD$ 的边 BC 上一点, $EF \perp AE$, EF 分别交 AC 、 CD 于点 M 、 F , $BG \perp AC$, 垂足为点 G , BG 交 AE 于点 H .

(1) 找出与 $\triangle ABH$ 相似的三角形, 并证明;

(2) 如果 $AB=6$, $BC=8$, $BE=x$, $y = \frac{HE}{ME}$, 求 y 与 x 的函数之间的函数关系式, 并写出定义域;

(3) 当 $\triangle BEH$ 是等腰三角形时, 求 x 的值.



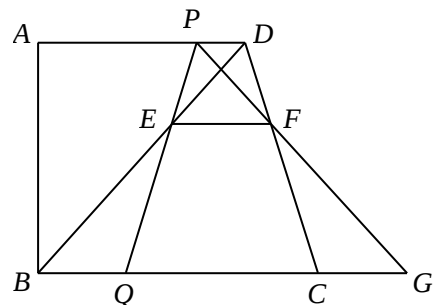
【拓展题】

★★★★29. 已知: 如图, 在直角梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB \perp BC$, $AD = 11$, $BC = 13$, $AB = 12$. 动点 P 、 Q 分别在边 AD 和 BC 上, 且 $BQ = 2DP$. PQ 与 BD 相交于点 E , 过点 E 作 $EF \parallel BC$, 交 CD 于点 F , 射线 PF 交边 BC 的延长线于点 G , 设 $DP = x$.

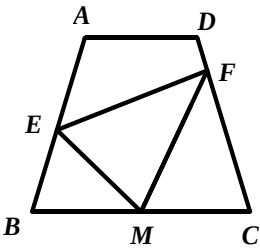
(1) 求 $\frac{DF}{CF}$ 的值.

(2) 当点 P 运动时, 试探究四边形 $EFGQ$ 的面积是否会发生变化? 如果发生变化, 请用 x 的代数式表示四边形 $EFGQ$ 的面积 S ; 如果不发生变化, 请求出这个四边形的面积 S 的值.

(3) 当 $\triangle PQG$ 是以线段 PQ 为腰的等腰三角形时, 求 x 的值.



★★★★30. 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AB=CD=BC=6$ ， $AD=3$ 。点 M 为边 BC 的中点，以 M 为顶点作 $\angle EMF = \angle B$ ，射线 ME 交腰 AB 于点 E ，射线 MF 交腰 CD 于点 F ，连结 EF 。若 $\triangle BEM$ 是以 BM 为腰的等腰三角形，求 EF 的长。

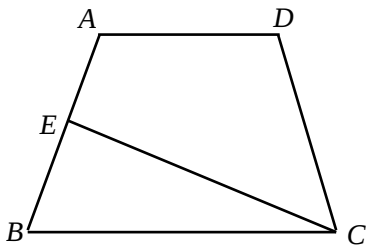
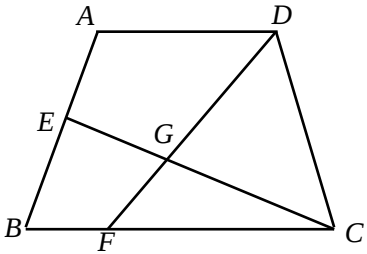


★★★★31. 如图，已知在等腰梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AD : BC = 1 : 2$ ，点 E 为边 AB 中点，点 F 是边 BC 上一动点，线段 CE 与线段 DF 交于点 G 。

(1) 若 $BF : FC = 1 : 3$ ，求 $DG : GF$ 的值；

(2) 联结 AG ，在 (1) 的条件下，写出线段 AG 和线段 DC 的位置关系和数量关系，并说明理由；

(3) 联结 AG ，若 $AD=2$ ， $AB=3$ ，且 $\triangle ADG$ 与 $\triangle CDF$ 相似，求 BF 的长。



第三讲 相似三角形判定与性质 (二)

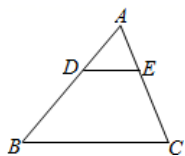
【基础题】

★1. 王华晚上由路灯A下的B处走到C处时, 测得影子CD的长为1m, 继续往前走3m到达E处时, 测得影子EF的长为2m, 他的身高是1.5m, 那么路灯A的高度AB = ()

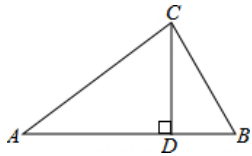
- A. 8m B. 7.2m C. 6m D. 4.5m

★★2. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $DE \parallel BC$, $AD:BD = 1:2$, 若 $\triangle ADE$ 的面积等于2, 则 $\triangle ABC$ 的面积等于 ()

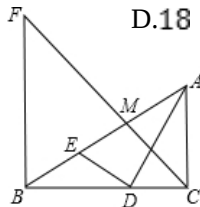
- A. 6 B. 8 C. 12 D. 18



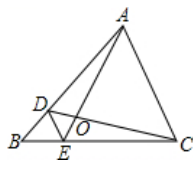
(第2、3题)



(第4题)



(第8题)



(第9题)

★3. 如图, $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel BC$, 如果 $AD = 1$, $DB = 2$, 那么 $\frac{DE}{BC}$ 的值为 ()

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

★★4. 如图, CD 是 $Rt\triangle ABC$ 斜边 AB 上的高, $CD = 6$, $BD = 4$, 则 AB 的长为 ()

- A. 10 B. 11 C. 12 D. 13

★★5. 两个相似三角形的面积之比为2:1, 则这两个三角形的周长比为 ()

- A. 1:2 B. 2:1 C. $\sqrt{2}:1$ D. 4:1

★★6. 一个三角形的三边分别为3, 4, 5, 另一个与它相似的三角形中有一条边长为6, 则这个三角形的周长不可能是 ()

- A. $\frac{72}{5}$ B. 18 C. 48 D. 24

★★7. 一个 $\triangle ABC$ 的面积被平行于它的一边 BC 的两条线段三等分, 如果 $BC = 12cm$, 则这两条线段中较长的一条是 ()

- A. $8cm$ B. $6cm$ C. $4\sqrt{3}cm$ D. $4\sqrt{6}cm$

★★8. 如图, $Rt\triangle ABC$ 中, $AC \perp BC$, AD 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 D , $DE \perp AD$ 交 AB 于点 E , M 为 AE 的中点, $BF \perp BC$ 交 CM 的延长线于点 F , $BD = 4$, $CD = 3$. 下列结论① $\angle AED = \angle ADC$; ② $\frac{DE}{DA} = \frac{3}{4}$; ③ $AC \cdot BE = 12$;

④ $3BF = 4AC$, 其中结论正确的个数有 ()

- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

★★9. 如图, D 、 E 分别是 $\triangle ABC$ 边 AB 、 BC 上的点, $DE \parallel AC$, 若 $S_{\triangle BDE}:S_{\triangle CDE} = 1:3$, 则 $\frac{DE}{AC}$ 的值为 ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{4}$

★★10. 相似三角形的判定方法

(1) 若 $DE \parallel BC$ (A型 (图1) 和X型 (图2)) 则_____.

(2) 射影定理: 若 CD 为 $Rt\triangle ABC$ 斜边上的高 (双直角图形) 图3则 $Rt\triangle ABC \sim Rt\triangle ACD \sim Rt\triangle CBD$ 且

$AC^2 =$ _____, $CD^2 =$ _____, $BC^2 =$ _____.

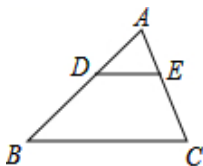


图1

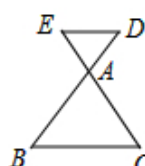


图2

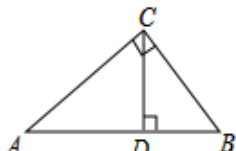
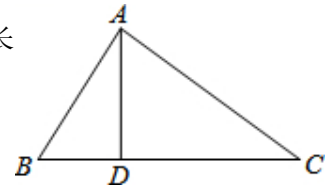


图3

★★11. 如图, $AB \perp AC$, $AD \perp BC$, 已知 $AB = 6$, $BC = 9$, 则图中线段的长 $BD = \underline{\hspace{2cm}}$, $AD = \underline{\hspace{2cm}}$, $AC = \underline{\hspace{2cm}}$.



★★12. 若 $\triangle ABC \sim \triangle AB'C'$, 且 $\frac{AB}{AB'} = \frac{3}{4}$, $\triangle ABC$ 的周长为 12cm ,

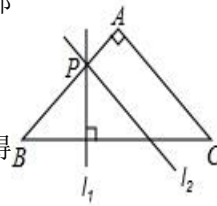
则 $\triangle AB'C'$ 的周长为 $\underline{\hspace{2cm}}\text{cm}$.

★★★13. 在 $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分别在 AB 、 AC 上, $AD = 3$, $BD = 2$, $AC = 10$, $EC = 4$, 则 $S_{\triangle ADE} : S_{\triangle ABC} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【提高题】

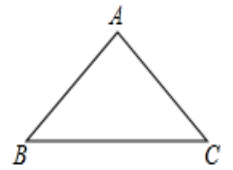
★★★14. 在 $\triangle ABC$ 中, P 是 AB 上的动点 (P 异于 A 、 B), 过点 P 的直线截 $\triangle ABC$, 使截得的三角形与 $\triangle ABC$ 相似, 我们不妨称这种直线为过点 P 的 $\triangle ABC$ 的相似线, 简记为 $P(l_x)$, (x 为自然数).

(1) 如图①, $\angle A = 90^\circ$, $\angle B = \angle C$, 当 $BP = 2PA$ 时, $P(l_1)$ 、 $P(l_2)$ 都是过点 P 的 $\triangle ABC$ 的相似线 (其中 $l_1 \perp BC$, $l_2 \parallel AC$), 此外还有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 条.



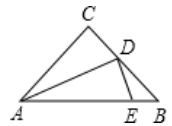
图①

(2) 如图②, $\angle A = 90^\circ$, $\angle B = \angle C$, 当 $\frac{BP}{BA} = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, $P(l_x)$ 截得的三角形面积为 $\triangle ABC$ 面积的 $\frac{1}{9}$.



图②

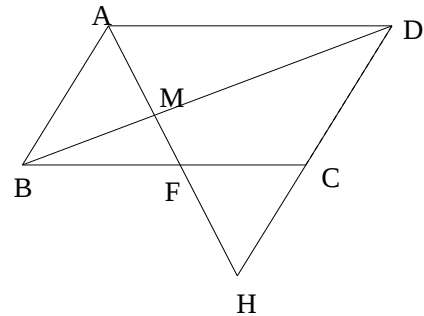
★★★15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC = BC = 2$, $\angle C = 90^\circ$, 点 D 为腰 BC 中点, 点 E 在底边 AB 上, 且 $DE \perp AD$, 则 BE 的长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



★★★16. 如图, M 是平行四边形 $ABCD$ 的对角线上的一点, 射线 AM 与 BC 交于点 F , 与 DC 的延长线交于点 H .

(1) 求证: $AM^2 = MF \cdot MH$.

(2) 若 $BC^2 = BD \cdot DM$, 求证: $\angle AMB = \angle ADC$.



★★★17. 已知: 如图 9, 在 $\square ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在边 BC 和 AB 上, 且 $AD = AC$, $EB = ED$, 分别延长 ED 、 AC 交于点 F .

(1) 求证: $\square ABD \sim \square FDC$;

(2) 求证: $AE^2 = BE \cdot EF$.

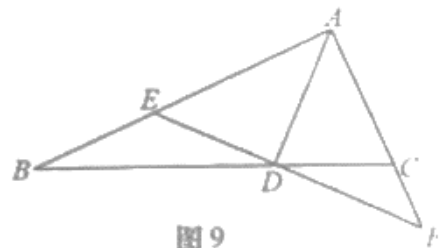
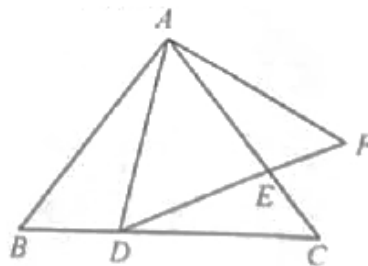


图 9

★★★18. 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在边 BC 、 AC 上, 点 F 在 DE 的延长线上, $AD = AF$, $AE \cdot CE = DE \cdot EF$.

(1) 求证: $\triangle ADE \sim \triangle ACD$;

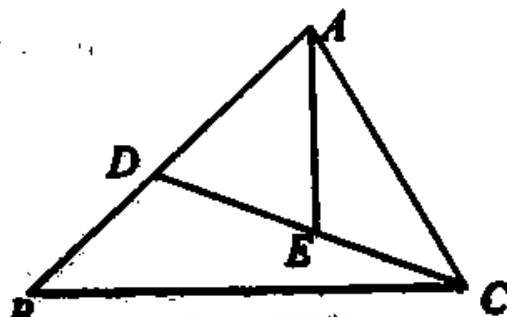
(2) 如果 $AE \cdot BD = EF \cdot AF$, 求证: $AB = AC$.



★★★19. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 AB 上, 点 E 在线段 CD 上, 且 $\angle ACD = \angle B = \angle BAE$.

(1) 求证: $\frac{AD}{BC} = \frac{DE}{AC}$;

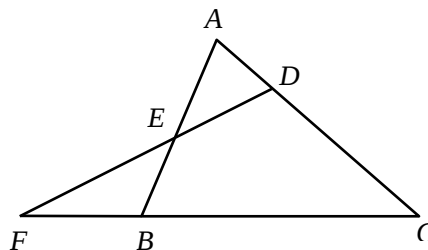
(2) 当点 E 为 CD 中点时, 求证: $\frac{AE^2}{CE^2} = \frac{AB}{AD}$.



★★★20. 如图, 点 D 、 E 分别在 $\triangle ABC$ 的边 AC 、 AB 上, 延长 DE 、 CB 交于点 F , 且 $AE \cdot AB = AD \cdot AC$.

(1) 求证: $\angle FEB = \angle C$;

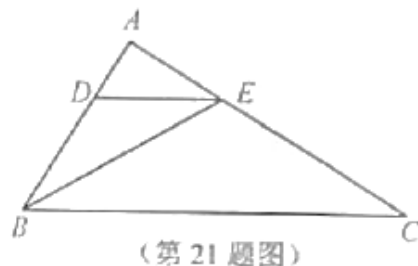
(2) 联结 AF , 若 $\frac{FB}{AB} = \frac{CD}{FD}$, 求证: $EF \cdot AB = AC \cdot FB$.



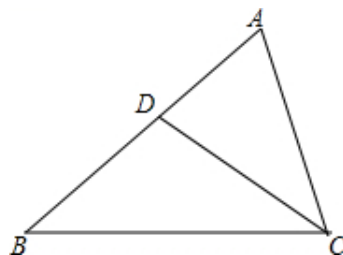
★★★21.如图,在 $\triangle ABC$ 中,点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上, $AE^2 = AD \cdot AB$, $\angle ABE = \angle ACB$.

(1) 求证: $DE \parallel BC$;

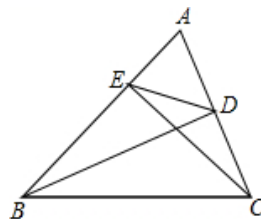
(2) 如果 $S_{\triangle ADE} : S_{\text{四边形}DBCE} = 1:8$, 求 $S_{\triangle ADE} : S_{\triangle BDE}$ 的值.



★★★22.如图所示,在 $\triangle ABC$ 中,点 D 是 AB 上一点,连接 CE , $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ 且 $AD = 4$, $BD = 5$. 求 $\triangle ACD$ 与 $\triangle ABC$ 的相似比.



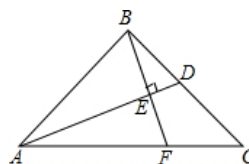
★★★23.如图,在 $\triangle ABC$ 中, $BD \perp AC$, $CE \perp AB$, 垂足分别为 D 、 E , 连接 DE , 试判断 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 是否相似, 并说明理由?



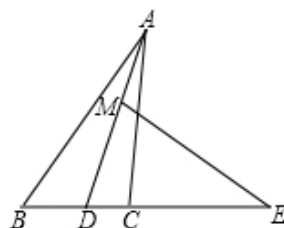
★★★24.如图,在 $Rt \triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, 点 D 为 BC 边上的点, $BE \perp AD$ 于点 E , 延长 BE 交 AC 于点 F .

(1) 证明: $BE^2 = AE \cdot DE$;

(2) 若 $\frac{AB}{BC} = \frac{BD}{DC} = 1$, $\frac{AF}{FC} =$ _____; 并说明理由.



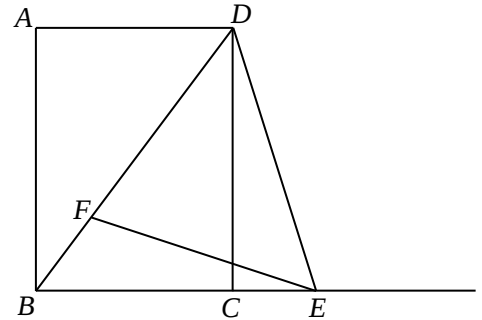
★★★25.已知在 $\triangle ABC$ 中, AD 平分 $\angle BAC$, EM 是 AD 的中垂线, 交 BC 延长线于 E , 求证: $DE^2 = BE \cdot CE$.



【拓展题】

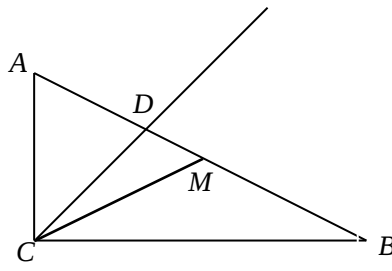
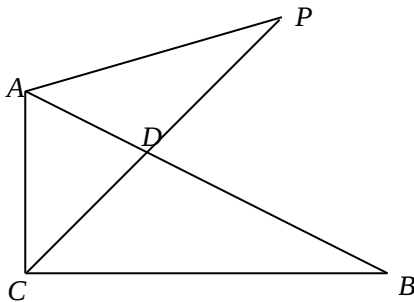
★★★★26. 如图, 已知四边形 $ABCD$ 是矩形, $\cot \angle ADB = \frac{3}{4}$, $AB=16$. 点 E 在射线 BC 上, 点 F 在线段 BD 上, 且 $\angle DEF = \angle ADB$.

- (1) 求线段 BD 的长;
- (2) 设 $BE=x$, $\triangle DEF$ 的面积为 y , 求 y 关于 x 的函数关系式, 并写出函数定义域;
- (3) 当 $\triangle DEF$ 为等腰三角形时, 求线段 BE 的长.



★★★★27. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC=1$, $BC=2$, CD 平分 $\angle ACB$ 交边 AB 于点 D , P 是射线 CD 上一点, 联结 AP .

- (1) 求线段 CD 的长;
- (2) 当点 P 在 CD 的延长线上, 且 $\angle PAB = 45^\circ$ 时, 求 CP 的长;
- (3) 记点 M 为边 AB 的中点, 联结 CM 、 PM , 若 $\triangle CMP$ 是等腰三角形, 求 CP 的长.



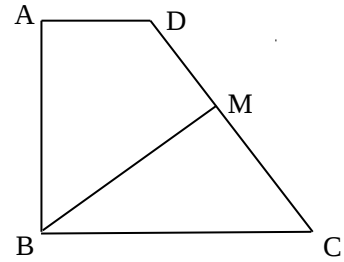
(备用图)

★★★★28.如图, 梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle A = 90^\circ$, $AD = 4$, $AB = 8$, $BC = 10$, M 在边 CD 上, 且 $\frac{DM}{MC} = \frac{2}{3}$.

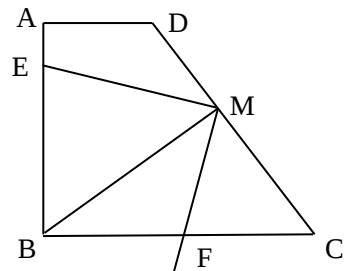
(1) 如图①, 联结 BM , 求证: $BM \perp DC$;

(2) 如图②, 作 $\angle EMF = 90^\circ$, ME 交射线 AB 于点 E , MF 交射线 BC 于点 F , 若 $AE = x$, $BF = y$. 当点 F 在线段 BC 上时, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出定义域;

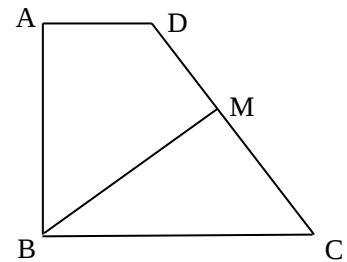
(3) 若 $\triangle MCF$ 是等腰三角形, 求 AE 的值.



图①

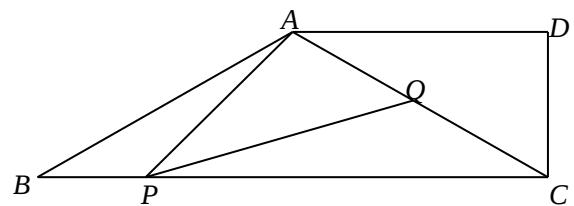


图②

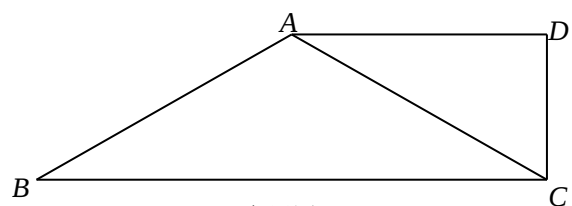


备用图

★★★★29.如图 1, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle D = 90^\circ$, $AB = AC = 10$, $DC = 6$, 点 P 、 Q 分别是边 BC 、对角线 AC 上的动点, (点 P 不与 B 、 C 重合), $\angle APQ = \angle B$, 设 $PB = x$, $AQ = y$. 当 $\triangle APQ$ 是等腰三角形时, 求 x 的值.



(图 1)



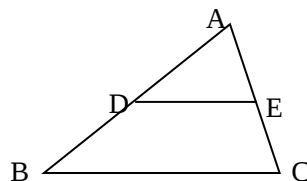
(备用图)

第四讲 平面向量的线性运算

【基础题】

★1、已知点 D、E 分别在 $\triangle ABC$ 的边 AB 与 AC 上 $DE \parallel BC$, $3AD=4DB$,

试用向量 $\overrightarrow{BC}$ 表示向量 $\overrightarrow{DE}$.



★2、 $k\vec{a}$ 表示实数 k 与向量 $\vec{a}$ 相乘的运算，下列表示运算是否正确：

(1) $k\vec{a}$ 表示为 $k \times \vec{a}$ 或者 $k \cdot \vec{a}$;

(2) $k\vec{a}$ 表示 $\vec{a}k$;

(3) $k\vec{a}$ 表示 $\vec{ka}$.

★3、计算：(1) $3(\vec{a} + 5\vec{b})$; (2) $-\frac{3}{2}\vec{a} + (\vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b})$; (3) $(\vec{a} + \vec{b} - 3\vec{c}) - 2(\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c})$.

★★4、在矩形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = \sqrt{3}$, $\overline{BC} = 1$, 则向量 $(\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AC})$ 的长等于 ()

- (A) 2 (B) $2\sqrt{3}$ (C) 3 (D) 4

★★5、下面给出四个命题：

① 对于实数 m 和向量 a 、 b 恒有： $m(a-b) = ma - mb$

② 对于实数 m 、 n 和向量 a ，恒有 $(m-n)a = ma - na$

③ 若 $ma = mb (m \in R)$ ，则有 $a = b$

④ 若 $ma = na (m, n \in R, a \neq 0)$ ，则 $m = n$

其中正确命题的个数是 ()

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

★★6、下列式子中，错误的是 ()

A. $\vec{a} + \vec{a} = 2\vec{a}$ B. $\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}$ C. $-(\vec{a} + \vec{b}) = -\vec{a} - \vec{b}$ D. $\vec{a} - \vec{b} = \vec{b} - \vec{a}$

★★★7、若 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的方向相反，且 $|\vec{a}| > |\vec{b}|$ ，则 $\vec{a} + \vec{b}$ 的方向与 $\vec{a}$ 的方向_____；

此时 $|\vec{a} + \vec{b}|$ _____ $|\vec{a}| - |\vec{b}|$.

★★★8、若 $|\overrightarrow{AB}|=8, |\overrightarrow{AC}|=5$, 则 $|\overrightarrow{BC}|$ 的取值范围是_____

★★9、化简: $(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CD})-(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BD})=$ _____.

★★10、向量 $(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{MB})+(\overrightarrow{BO}+\overrightarrow{BC})+\overrightarrow{OM}$ 化简后的结果等于()

- A. $\overrightarrow{BC}$ B. $\overrightarrow{AB}$ C. $\overrightarrow{AC}$ D. $\overrightarrow{AM}$

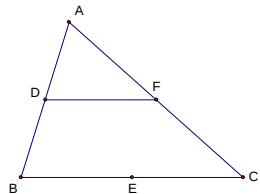
★★★11、若 $\vec{a}$ 是非零向量, 则 $k\vec{a}$ 的方向是: 当 $k < 0$ 时, $k\vec{a}$ 与 $\vec{a}$ _____ 方向

★★★12、已知 D, E, F 分别是 $\triangle ABC$ 的边 BC, CA, AB 的中点, 且 $\overrightarrow{BC}=\vec{a}, \overrightarrow{CA}=\vec{b}, \overrightarrow{AB}=\vec{c}$, 则下列各式: ① $\overrightarrow{EF}=\frac{1}{2}\vec{c}-\frac{1}{2}\vec{b}$; ② $\overrightarrow{BE}=\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$; ③ $\overrightarrow{CF}=-\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$; ④ $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CF}=\vec{0}$. 其中正确的等式的个数为_____

★★★13、已知 A, B, C 三点不共线, O 是 $\triangle ABC$ 内的一点, 若 $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$, 则 O 是 $\triangle ABC$ 的_____. (填重心、垂心、内心、外心之一)

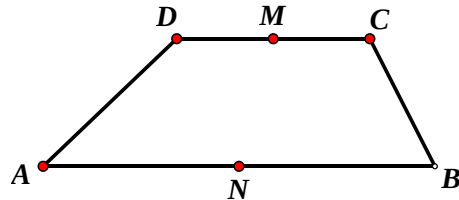
★★14、如图, D, E, F 是 $\triangle ABC$ 的边 AB, BC, CA 的中点,

则 $\overrightarrow{AF}-\overrightarrow{DB}=$ _____



★★15、在 $\square ABCD$ 中, $\overrightarrow{AB}=\vec{a}, \overrightarrow{AD}=\vec{b}, \overrightarrow{AN}=3\overrightarrow{NC}$, M 为 BC 的中点, 则 $\overrightarrow{MN}=$ _____. (用 $\vec{a}, \vec{b}$ 表示)

★★16、如图, $ABCD$ 是一个梯形, $AB \parallel CD$, 且 $AB=2CD$, M, N 分别是 DC 和 AB 的中点, 已知 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}, \overrightarrow{AD}=\vec{b}$, 试用 $\vec{a}, \vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{BC}$ 和 $\overrightarrow{MN}$.



★★17、如果两个非零向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 满足 $\vec{a}=\lambda\vec{b}$ (λ 是非零实数), 那么 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 一定是_____;
当 $\lambda=1$ 时, 它们是_____的向量; 当 $\lambda=-1$ 时, 它们是_____的向量

★★★18、对于非零向量 $\vec{a}$, 它的长度为 5, 如果把与它同向的单位向量记作 $\vec{a}_0$, 那么向量 $\vec{a}$ 可以记作_____

★★★19、设 $\vec{e}$ 是单位向量, 若 $\vec{x}$ 与 $\vec{e}$ 方向相同, 且满足 $\frac{|\vec{x}|}{|\vec{e}|}=\frac{3}{2}$, 请用 $\vec{e}$ 表示 $\vec{x}$: _____

★★★20、如果 $2\vec{a}+\vec{b}=3\vec{c}, \vec{a}+2\vec{b}=\vec{0}$, 则 $\frac{|\vec{a}|}{|\vec{b}|}=$ _____

【提高题】

★★★21、在四边形 $ABCD$ 中, 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CD} = \vec{b}$, 如果 $\vec{b} = 2\vec{a}$, 那么四边形一定是_____ (填四边形的名称)

★★★22、设 O 是平行四边形 $ABCD$ 的对角线的交点, 点 P 为平面内与 O 不重合的任意一点, 设 $\overrightarrow{OP} = \vec{a}$, 试用 $\vec{a}$ 表示 $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD}$: _____

★★★23、点 C 在线段 AB 上, 且 $\overrightarrow{AC} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AB}$, 若 $\overrightarrow{AC} = m\overrightarrow{BC}$, 则 m 的值等于 ()

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $-\frac{2}{3}$ D. $-\frac{3}{2}$

★★★24、给出下列 3 个命题, 其中真命题的个数是 () 个

- (1) 单位向量都相等 (2) 单位向量都平行 (3) 平行的单位向量必相等
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

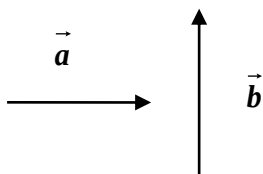
★★★25、已知一个单位向量 $\vec{e}$, 设 $\vec{a}, \vec{b}$ 是非零向量, 则下列等式中正确的是 ()

- A. $|\vec{a}|\vec{e} = \vec{a}$ B. $|\vec{e}|\vec{b} = \vec{b}$ C. $\frac{1}{|\vec{a}|}\vec{a} = \vec{e}$ D. $\frac{1}{|\vec{a}|}\vec{a} = \frac{1}{|\vec{b}|}\vec{b}$

★★26、计算: $-\frac{2}{3}(2\vec{a} + 3\vec{b}) - \frac{1}{3}(-\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a})$

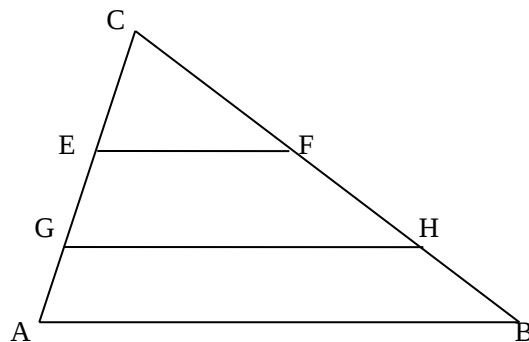
★★★27、已知向量关系式 $2\vec{a} + 6(\vec{b} - \vec{x}) = \vec{0}$, 试用向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 表示 $\vec{x}$

★★★28、已知非零向量 $\vec{a}, \vec{b}$, 请用作图方法验证 $2(\vec{a} + \vec{b}) = 2\vec{a} + 2\vec{b}$ (不写作图方法, 保留作图痕迹, 请写出验证过程)



★★★29、在 $\triangle ABC$ 中， G 、 E 为 AC 的三等分点， F 、 H 为 BC 三等分点， $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$

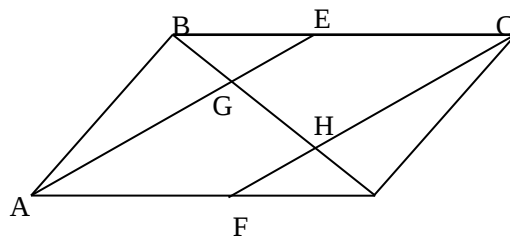
写出 $\overrightarrow{AB}$ 、 $\overrightarrow{EF}$ 、 $\overrightarrow{GH}$ 关于 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的线性组合.



★★★30、如图，已知平行四边形 $ABCD$ 中，点 E 、 F 分别是边 DC 、 AB 的中点， AE 、 CF 与对角线 BD 分别交于点 G 、 H ，设 $\overrightarrow{AF} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$

(1) 试用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 分别表示向量 $\overrightarrow{GH}$ 、 $\overrightarrow{GE}$

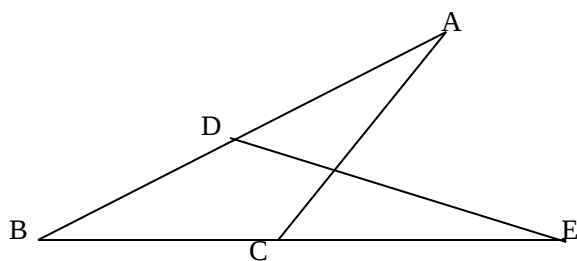
(2) 作出向量 $\overrightarrow{DH}$ 分别在 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 方向上的分向量



★★★34、在 $\triangle ABC$ 中， D 是 AB 边的中点， E 是 BC 延长线上的点，且 $BE = 2BC$.

(1) 用 $\overrightarrow{BA}$ 、 $\overrightarrow{BC}$ 表示向量 $\overrightarrow{DE}$

(2) 用 $\overrightarrow{CA}$ 、 $\overrightarrow{CB}$ 表示向量 $\overrightarrow{DB}$



第五讲 相似三角形单元复习

【基础题】

★1、下列各组图形有可能不相似的是().

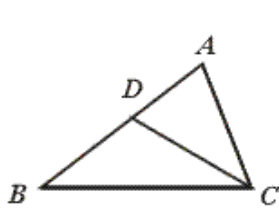
- (A) 各有一个角是 50° 的两个等腰三角形
 (B) 各有一个角是 100° 的两个等腰三角形
 (C) 各有一个角是 50° 的两个直角三角形
 (D) 两个等腰直角三角形

★2、如图, D 是 $\triangle ABC$ 的边 AB 上一点, 在条件 (1) $\triangle ACD = \angle B$, (2) $AC^2 = AD \cdot AB$, (3) AB 边上与点 C 距离相等的点 D 有两个, (4) $\angle B = \angle ACB$ 中, 一定使 $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ 的个数是 ()

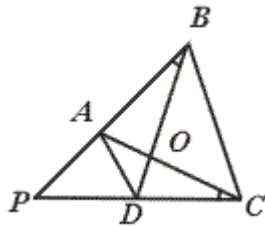
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

★★3、如图, $\angle ABD = \angle ACD$, 图中相似三角形的对数是 ()

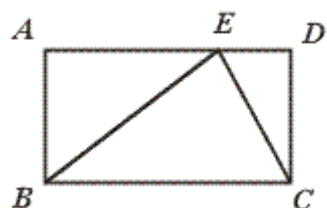
- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5



(第 2 题)



(第 3 题)



(第 4 题)

★4、如图, 在矩形 ABCD 中, 点 E 是 AD 上任意一点, 则有 ()

- (A) $\triangle ABE$ 的周长 + $\triangle CDE$ 的周长 = $\triangle BCE$ 的周长
 (B) $\triangle ABE$ 的面积 + $\triangle CDE$ 的面积 = $\triangle BCE$ 的面积
 (C) $\triangle ABE \sim \triangle DEC$
 (D) $\triangle ABE \sim \triangle EBC$

★5、如果两个相似多边形的面积比为 9:4, 那么这两个相似多边形的相似比为()

- A. 9:4 B. 2:3 C. 3:2 D. 81:16

★6、下列两个三角形不一定相似的是 ()。

- A. 两个等边三角形 B. 两个全等三角形
 C. 两个直角三角形 D. 两个等腰直角三角形

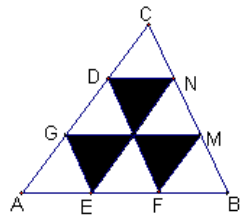
★7、若 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$, $\angle A = 40^\circ$, $\angle B = 110^\circ$, 则 $\angle C' =$ ()

- A. 40° B. 110° C. 70° D. 30°

★★8、如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=30$, $BC=24$, $CA=27$, $AE=EF=FB$, $EG \parallel FD \parallel BC$,

$FM \parallel EN \parallel AC$, 则图中阴影部分的三个三角形的周长之和为 ()

- A. 70 B. 75 C. 81 D. 80



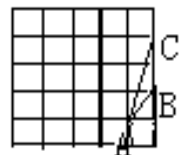
★9、在一张比例尺为 1: 10000 的地图上, 我校的周长为 18cm, 则我校的实际周长为_____.

★★10、如果两个相似三角形对应高的比为 4: 5, 则这两个三角形的相似比是_____, 它们的面积的比是_____.

★★11、某同学利用影子长度测量操场上旗杆的高度, 在同一时刻, 他测得自己影子长为 0.8m, 旗杆的影子长为 7m, 已知他的身高为 1.6m, 则旗杆的高度为_____m.

★★12、在长 8cm, 宽 6cm 的矩形中, 截去一个矩形, 使留下的矩形与原矩形相似, 那么留下的矩形面积是_____cm²

★★14、如图, 由边长为 1 的 25 个小正方形网格上有一个与 $\triangle ABC$ 相似且面积最大的 $\triangle A_1B_1C_1$, 使它的三个顶点都落在小正方形的顶点上, 则 $\triangle A_1B_1C_1$ 的面积为_____

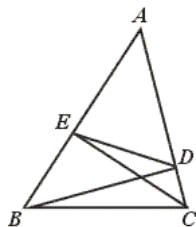


★★15、如图，这是圆桌正上方的灯泡（看作一个点）发出的光线照射桌面后，在地上形成阴影（圆形）的示意图，已知桌面的直径为 1.2 米，桌面距地面 1 米，灯泡距地面 3 米，则地上阴影部分的面积是_____.

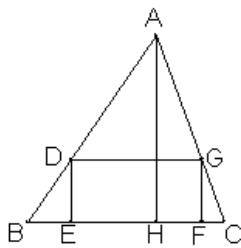


【提高题】

★★16、如图，BD、CE 为 $\triangle ABC$ 的高，求证 $\triangle AED \sim \triangle ACB$.



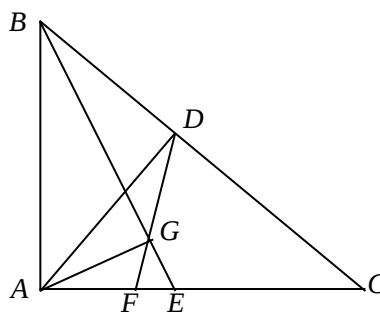
★★★17、如图，四边形 DEFG 是 $\triangle ABC$ 的内接矩形，如果 $\triangle ABC$ 的高线 AH 长 8cm，底边 BC 长 10cm，设 $DG = x$ cm， $DE = y$ cm，求 y 关于 x 的函数关系式.



★★★18、如图，在 $\triangle ABC$ 中，D 是 BC 上一点，E 是 AC 上一点，点 G 在 BE 上，联结 DG 并延长交 AE 于点 F， $\angle BGD = \angle BAD = \angle C$.

(1) 求证： $BD \cdot BC = BG \cdot BE$ ；

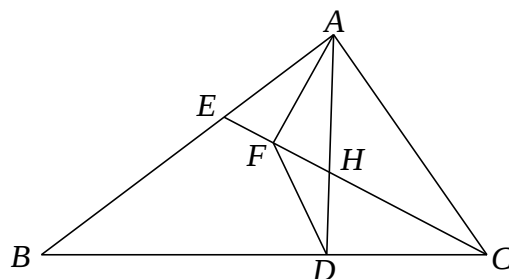
(2) 如果 $\angle BAC = 90^\circ$ ，求证： $AG \perp BE$.



★★★19、如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在边 BC 上， $\angle CAD = \angle B$ ，点 E 在边 AB 上，联结 CE 交 AD 于点 H ，点 F 在 CE 上，且满足 $CF \cdot CE = CD \cdot BC$ 。

(1) 求证： $\triangle ACF \sim \triangle ECA$ ；

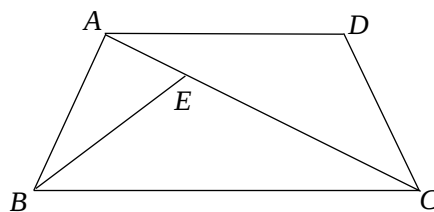
(2) 当 CE 平分 $\angle ACB$ 时，求证： $\frac{S_{\triangle CDH}}{S_{\triangle CAE}} = \frac{CD}{BC}$ 。



★★★20、已知：如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AB = DC$ ， E 是对角线 AC 上一点，且 $AC \cdot CE = AD \cdot BC$ 。

(1) 求证： $\angle DCA = \angle EBC$ ；

(2) 延长 BE 交 AD 于 F ，求证： $AB^2 = AF \cdot AD$ 。

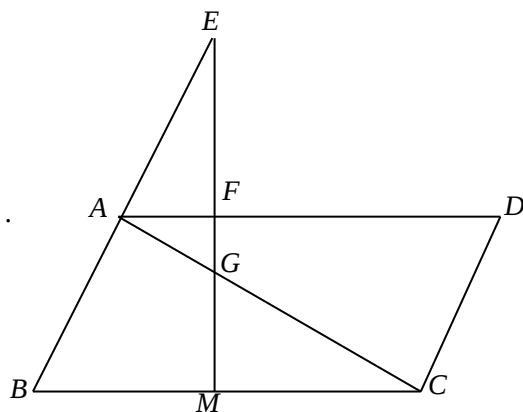


★★★21、已知，如图 8，在平行四边形 $ABCD$ 中， M 是 BC 边的中点， E 是边 BA 延长线上的一点，

联结 EM ，分别交线段 AD 于点 F 、 AC 于点 G 。

(1) 求证： $\frac{GF}{GM} = \frac{EF}{EM}$ ；

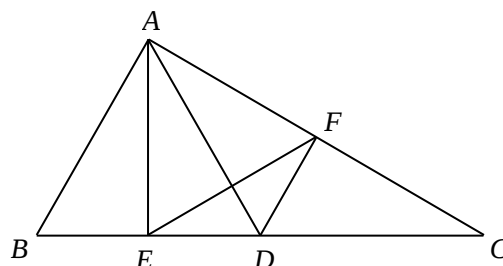
(2) 当 $BC^2 = 2BA \cdot BE$ 时，求证： $\angle EMB = \angle ACD$ 。



- ★★★22、如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 为边 BC 上一点，且 $AD = AB$ ， $AE \perp BC$ ，垂足为点 E 。过点 D 作 $DF \parallel AB$ ，交边 AC 于点 F ，联结 EF ， $EF^2 = \frac{1}{2}BD \cdot EC$ 。

(1) 求证： $\triangle EDF \sim \triangle EFC$ ；

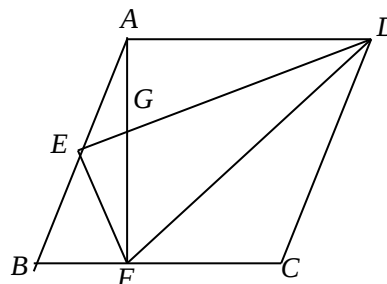
(2) 如果 $\frac{S_{\triangle EDF}}{S_{\triangle ADC}} = \frac{1}{4}$ ，求证： $AB = BD$ 。



- ★★★23、如图，已知菱形 $ABCD$ ，点 E 是 AB 的中点， $AF \perp BC$ 于点 F ，联结 EF 、 ED 、 DF ， DE 交 AF 于点 G ，且 $AE^2 = EG \cdot ED$ 。

(1) 求证： $DE \perp EF$ ；

(2) 求证： $BC^2 = 2DF \cdot BF$ 。

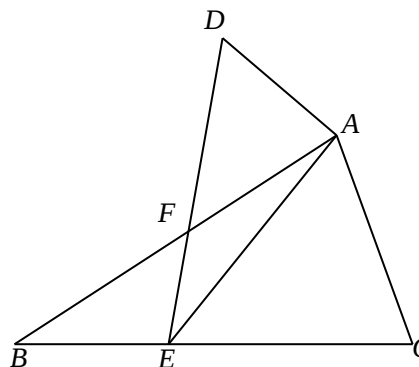


- ★★★24、已知：如图9， $\triangle ADE$ 的顶点 E 在 $\triangle ABC$ 的边 BC 上， DE 与 AB 相交于点 F ，

$$AE^2 = AF \cdot AB, \quad \angle DAF = \angle EAC.$$

(1) 求证： $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ ；

(2) 求证： $\frac{DF}{DE} = \frac{CE}{CB}$ 。



★★★25、在 $\triangle OAB$ 中， O 为坐标原点，横、纵轴的单位长度相同， A 、 B 的坐标分别为 $(8, 6)$ ， $(16, 0)$ ，点 P 沿 OA 边从点 O 开始向终点 A 运动，速度每秒1个单位，点 Q 沿 BO 边从 B 点开始向终点 O 运动，速度每秒2个单位，如果 P 、 Q 同时出发，用 t (秒)表示移动时间，当这两点中有一点到达自己的终点时，另一点也停止运动。

求(1)几秒时 $PQ \parallel AB$

(2)设 $\triangle OPQ$ 的面积为 y ，求 y 与 t 的函数关系式

(3) $\triangle OPQ$ 与 $\triangle OAB$ 能否相似，若能，求出点 P 的坐标，

若不能，试说明理由

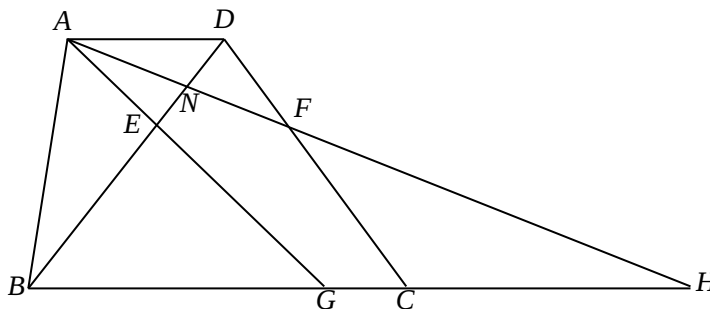
【拓展题】

★★★★26、如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $BC = 18$ ， $DB = DC = 15$ ，点 E 、 F 分别在线段 BD 、 CD 上， $DE = DF = 5$ 。 AE 的延长线交边 BC 于点 G ， AF 交 BD 于点 N 、其延长线交 BC 的延长线于点 H 。

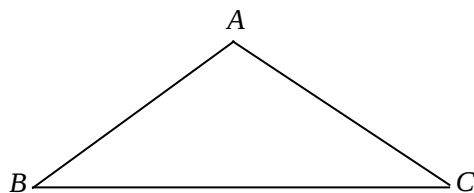
(1)求证： $BG = CH$ ；

(2)设 $AD = x$ ， $\triangle ADN$ 的面积为 y ，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出它的定义域；

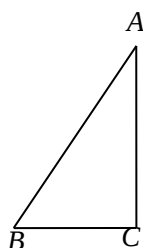
(3)联结 FG ，当 $\triangle HFG$ 与 $\triangle ADN$ 相似时，求 AD 的长。



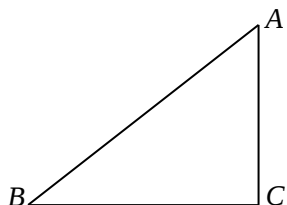
★★★★27、如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 5$ ， $BC = 8$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转得到 $\triangle ADE$ ，点 B 、 C 分别与点 D 、 E 对应， AD 与边 BC 交于点 F ，如果 $AE \parallel BC$ ，那么 BF 的长是_____.



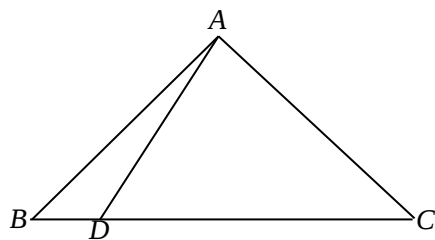
★★★★27、在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 3$ ， $BC = 2$ ，将此三角形绕点 A 旋转，当点 B 落在直线 BC 上的点 D 处时，点 C 落在点 E 处，此时点 E 到直线 BC 的距离为_____.



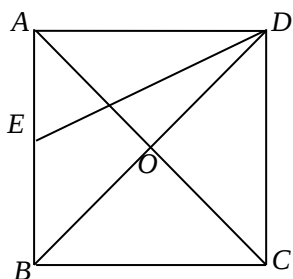
★★★★28、如图， $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 4$ ， $BC = 5$ ，点 P 为 AC 上一点，将 $\triangle BCP$ 沿直线 BP 翻折，点 C 落在 C' 处，连接 AC' ，若 $AC' \parallel BC$ ，那么 CP 的长为_____.



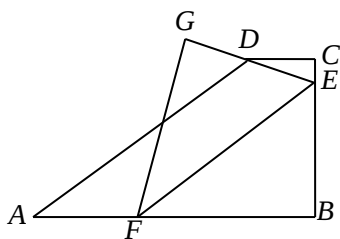
★★★★29、如图， $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 8$ ， $BC = 12$ ，点 D 在边 BC 上，将 $\triangle ABD$ 沿直线 AD 翻折得到 $\triangle AED$ ，点 B 的对应点为点 E ， AE 与边 BC 相交于点 F ，如果 $BD = 2$ ，那么 $EF =$ _____.



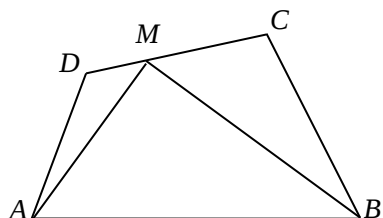
- ★★★★30、如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 4，点 O 为对角线 AC 、 BD 的交点，点 E 为边 AB 的中点， $\triangle BED$ 绕着点 B 旋转至 $\triangle BD_1E_1$ ，如果点 D 、 E 、 D_1 在同一直线上，那么 EE_1 的长为_____



- ★★★★31、在梯形 $ABCD$ 中， $AB \parallel DC$ ， $\angle B = 90^\circ$ ， $BC = 6$ ， $CD = 2$ ， $\tan A = \frac{3}{4}$ ．点 E 为 BC 上一点，过点 E 作 $EF \parallel AD$ 交边 AB 于点 F ．将 $\triangle BEF$ 沿直线 EF 翻折得到 $\triangle GEF$ ，当 EG 过点 D 时， BE 的长为_____．



- ★★★★32、如果从一个四边形一边上的点到对边的视角是直角，那么称该点为直角点．例如，如图的四边形 $ABCD$ 中，点 M 在边 CD 上，连结 AM 、 BM ， $\angle AMB = 90^\circ$ ，则点 M 为直角点．若点 E 、 F 分别为矩形 $ABCI$ 边 AB 、 CD 上的直角点，且 $AB = 5$ ， $BC = \sqrt{6}$ ，则线段 EF 的长为_____．



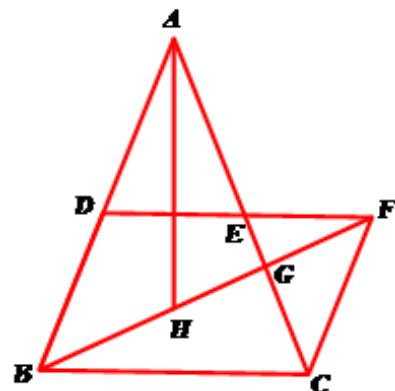
第六讲 相似三角形几何综合题

【基础题】

★★1. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，过点 C 作 $CF \parallel AB$ 交 $\triangle ABC$ 的中位线 DE 的延长线于 F ，联结 BF ，交 AC 于点 G 。

(1) 求证： $\frac{AE}{AC} = \frac{EG}{CG}$ ；

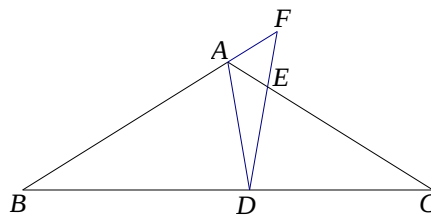
(2) 若 AH 平分 $\angle BAC$ ，交 BF 于 H ，求证： BH 是 HG 和 HF 的比例中项。



★★2. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在边 BC 上，联结 AD ， $\angle ADB = \angle CDE$ ， DE 交边 AC 于点 E ， DE 交 BA 延长线于点 F ，且 $AD^2 = DE \cdot DF$ 。

(1) 求证： $\triangle BFD \sim \triangle CAD$ ；

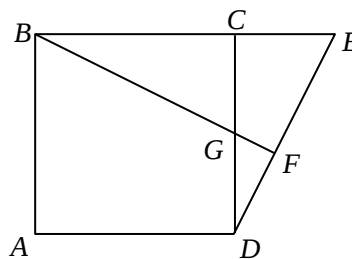
(2) 求证： $BF \cdot DE = AB \cdot AD$ 。



★★3. 如图，点 E 是正方形 $ABCD$ 的边 BC 延长线上一点，联结 DE ，过顶点 B 作 $BF \perp DE$ ，垂足为 F ， BF 交边 DC 于点 G 。

(1) 求证： $GD \cdot AB = DF \cdot BG$ ；

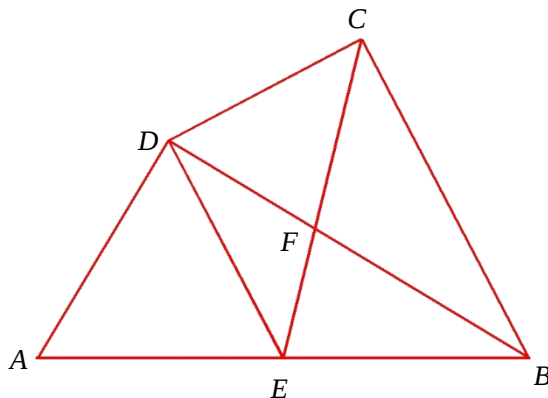
(2) 联结 CF ，求证： $\angle CFB = 45^\circ$ 。



【提高题】

★★★4. 已知：如图，四边形 $ABCD$ ， $\angle DCB=90^\circ$ ，对角线 $BD \perp AD$ ，点 E 是边 AB 的中点， CE 与 BD 相交于点 F ， $BD^2 = AB \cdot BC$

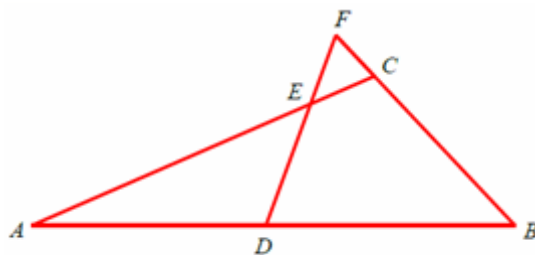
- (1) 求证： BD 平分 $\angle ABC$ ；
 (2) 求证： $BE \cdot CF = BC \cdot EF$.



★★★5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上， DE 、 BC 的延长线相交于点 F ，且 $EF \cdot DF = BF \cdot CF$.

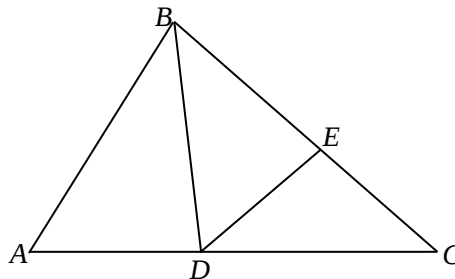
- (1) 求证 $AD \cdot AB = AE \cdot AC$;

- (2) 当 $AB=12$ ， $AC=9$ ， $AE=8$ 时，求 BD 的长与 $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ECF}}$ 的值.



★★★6. 如图， BD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，点 E 位于边 BC 上，已知 BD 是 BA 与 BE 的比例中项.

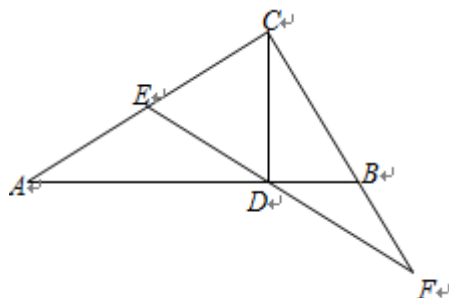
- (1) 求证： $\angle CDE = \frac{1}{2} \angle ABC$ ；
 (2) 求证： $AD \cdot CD = AB \cdot CE$.



【拓展题】

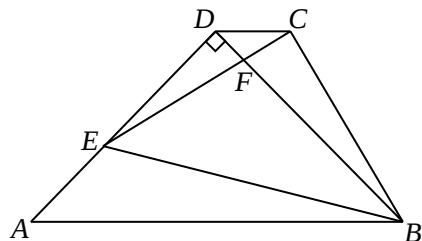
★★★★7. 如图, 已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC > BC$, CD 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的高, E 是 AC 的中点, ED 的延长线与 CB 的延长线相交于点 F .

- (1) 求证: DF 是 BF 和 CF 的比例中项;
 (2) 在 AB 上取一点 G , 如果 $AE \cdot AC = AG \cdot AD$,
 求证: $EG \cdot CF = ED \cdot DF$.

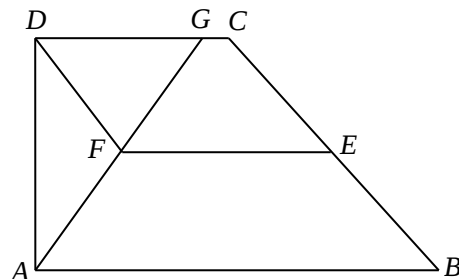


★★★★8. 已知: 如图, 梯形 $ABCD$ 中, $DC \parallel AB$, $AD = BD$, $AD \perp DB$, 点 E 是腰 AD 上一点, 作 $\angle EBC = 45^\circ$, 联结 CE , 交 DB 于点 F .

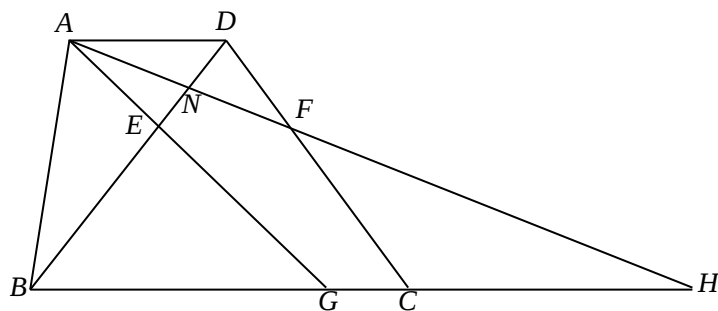
- (1) 求证: $\triangle ABE \sim \triangle DBC$;
 (2) 如果 $\frac{BC}{BD} = \frac{5}{6}$, 求 $\frac{S_{\triangle BCE}}{S_{\triangle BDA}}$ 的值.



- ★★★★9. 如图, 已知梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $\angle DAB = 90^\circ$, $AD = 4$, $AB = 2CD = 6$, E 是边 BC 上一点, 过点 D 、 E 分别作 BC 、 CD 的平行线交于点 F , 联结 AF 并延长, 与射线 DC 交于点 G .
- (1) 当点 G 与点 C 重合时, 求 $CE:BE$ 的值;
- (2) 当点 G 在边 CD 上时, 设 $CE = m$, 求 $\triangle DFG$ 的面积; (用含 m 的代数式表示)



- ★★★★10. 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $BC = 18$, $DB = DC = 15$, 点 E 、 F 分别在线段 BD 、 CD 上, $DE = DF = 5$. AE 的延长线交边 BC 于点 G , AF 交 BD 于点 N 、其延长线交 BC 的延长线于点 H .
- (1) 求证: $BG = CH$;
- (2) 设 $AD = x$, $\triangle ADN$ 的面积为 y , 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出它的定义域;



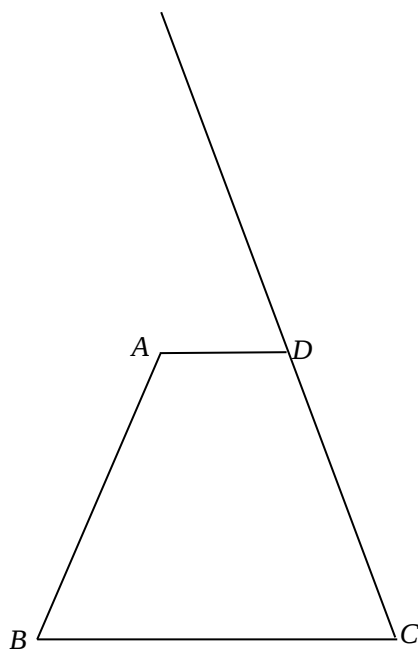
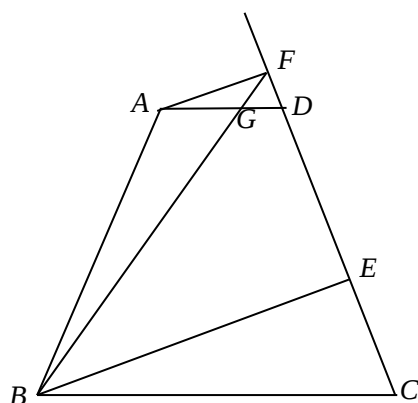
★★★★11. 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = CD$, $AD = 5$, $BC = 15$, $\cos \angle ABC = \frac{5}{13}$. E 为射线 CD 上任意一点, 过点 A 作 $AF \parallel BE$, 与射线 CD 相交于点 F . 联结 BF , 与直线 AD 相交于点 G . 设

$$CE = x, \quad \frac{AG}{DG} = y.$$

(1) 求 AB 的长;

(2) 当点 G 在线段 AD 上时, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出函数的定义域;

(3) 如果 $\frac{S_{\text{四边形}ABEF}}{S_{\text{四边形}ABCD}} = \frac{2}{3}$, 求线段 CE 的长.



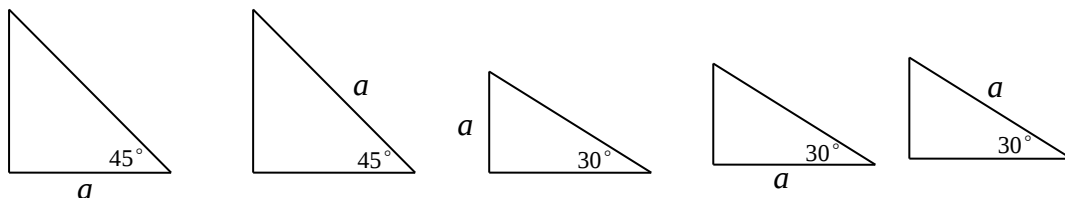
第八讲 锐角三角比

一、知识要点：

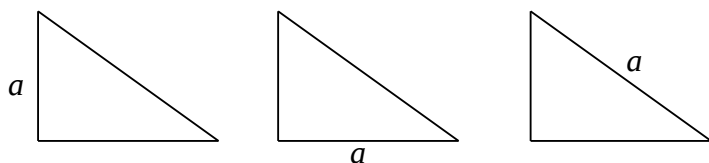
1. 巧记锐角三角比：

	30°	45°	60°	图形
$\sin \alpha$				
$\cos \alpha$				
$\tan \alpha$				
$\cot \alpha$				

2. 特殊角情形，设某一边为 a ，则将其余边用 a 的代数式表示：



3. 边长 3、4、5 三角形情形，设某一边为 a ，则将其余边用 a 的代数式表示：



二、典型例题

【基础题】

★例 1. 分别以 $\triangle ABC$ 的每条边为一边作等边三角形，得到三个等边三角形. 若这三个等边三角形的面积之比为 1: 2: 3，求 $\triangle ABC$ 的三个内角的度数.

★★例 2. 如图 1，已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = BC$ ，点 D 在 BC 边上，且满足 $CD = \frac{1}{2}AD$. 求 $\angle BAD$ 的正弦值.

★1. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 所对的边分别为 a 、 b 、 c , 下列等式中不一定成立的是 ()

(A) $b = a \tan B$; (B) $a = c \cos B$; (C) $c = \frac{a}{\sin A}$; (D) $a = b \cos A$.

★2. $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 已知 $\sin A = \frac{5}{13}$, 则 $\tan A$ 的值等于_____.

★3. 在锐角 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 10$, $S_{\triangle ABC} = 48$, 则 $\angle BAC$ 的正弦值为_____.

★★4. 如图 2, 在平面直角坐标系中, $\angle AOB = 90^\circ$, $OB = \frac{1}{2}OA$. 若点 A 的坐标为 $(-8, 6)$, 则点

B 的坐标是_____.

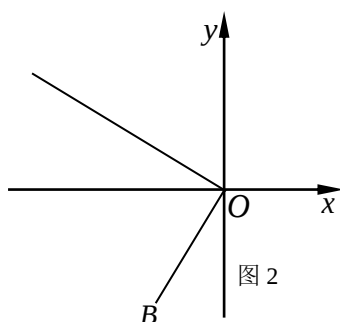


图 2

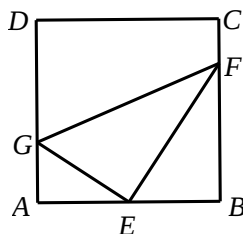


图 3

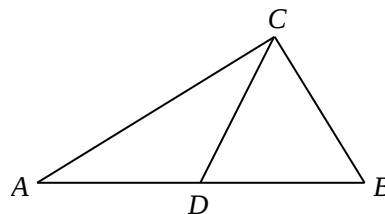


图 4

★★5. 如图 3, 在正方形 $ABCD$ 中, E 为 AB 边的中点, G 、 F 分别为 AD 、 BC 边上的点, 若 $AG = 1$, $BF = 2$. $\angle GEF = 90^\circ$, 则 GF 的长为_____.

★★6. 如图 4, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, CD 是边 AB 上的中线, $AC = 6$, $\cos \angle ACD = \frac{2}{3}$.

则 AB 的长为_____.

★★★7. 设计一个图形, 求 $\tan 22.5^\circ$ 的值.

★★★8. 如图 2, $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 点 D 在 BC 边上, $DC = AC$, $AD = BD$.

(1) 求 $\angle B$ 的度数;

(2) 求证: 点 D 是线段 BC 的一个黄金分割点;

(3) 利用 (1)、(2) 小题提供的信息, 求 $\cos 36^\circ$ 的值.

★★★9. 如图 3, $\triangle ABC$ 中, 点 D 在 BC 边上, $BD = 2CD$, $AD \perp AB$,

若 $\tan \angle CAD = \frac{1}{3}$, 求 $\angle B$ 的正弦值.

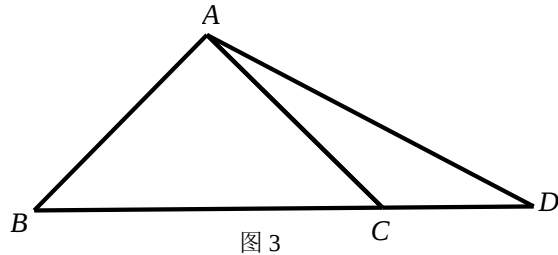


图 3

★★★10. 如图 4, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, D 是边 AB 的中点, $BE \perp CD$,

垂足为点 E , 已知 $AC = 15$, $\cos A = \frac{3}{5}$.

(1) 求线段 CD 的长;

(2) 求 $\sin \angle DBE$ 的值 (备注: 请使用多种方法解答).

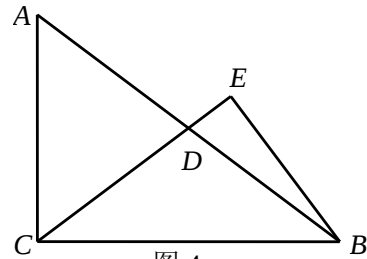


图 4

★★★11. 如图 5, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, D 在 AB 边上, 且 $\frac{AD}{DB} = \frac{1}{4}$, $BE \perp CD$, 垂足为

点 E , 已知 $AC = 15$, $\cos A = \frac{3}{5}$.

(1) 求线段 CD 的长;

(2) 求 $\tan \angle CBE$ 的值.

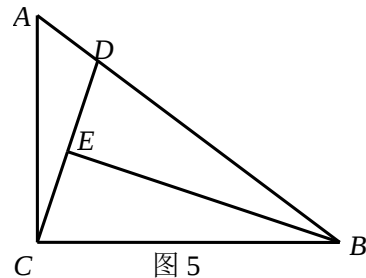


图 5

【提高题】

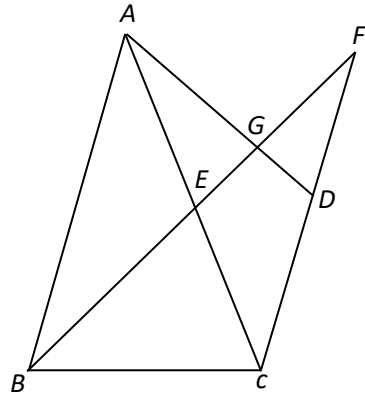
★★★★12. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=10$, $\sin \angle BAC = \frac{3}{5}$, 过点 C 作 $CD \parallel AB$, 点 E 在边 AC 上, $AE=CD$,

联结 AD , BE 的延长线与射线 CD 、射线 AD 分别交于点 F 、 G , 设 $CD=x$, $\triangle CEF$ 的面积为 y .

(1) 求证: $\angle ABE = \angle CAD$

(2) 如图, 当点 G 在线段 AD 上时, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出自变量的取值范围;

(3) 若 $\triangle DFG$ 是直角三角形, 求 $\triangle CEF$ 的面积.



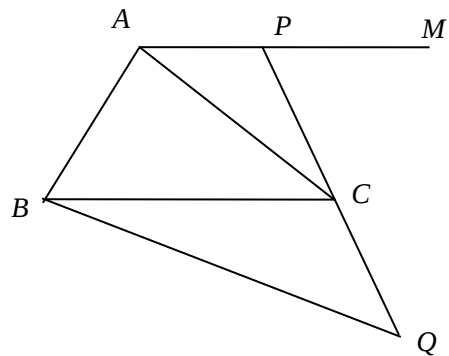
★★★★13. 如图, 在锐角 $\triangle ABC$ 中, $AC=5$, $AB = \sqrt{13}$, $\tan \angle ABC = \frac{3}{2}$, 过点 A 作 $AM \parallel BC$, 射线

AM 上有一动点 P , 联结 PC 并延长到 Q , 使 $\angle BQC = \angle PAC$ 。

(1) 求 $\cos \angle ACB$ 的值;

(2) 设 $AP=x$, $CQ=y$, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出函数的定义域;

(3) 联结 BP , 当 $BP=BQ$ 时, 求 AP 的长。



★★★★14. 已知 $AB=5$, $AD=4$, $AD \parallel BM$, $\cos B = \frac{3}{5}$ (如图), 点 C 、 E 分别为射线 BM 上的动点 (点 C 、 E 都不与点 B 重合), 联结 AC 、 AE 使得 $\angle DAE = \angle BAC$, 射线 EA 交射线 CD 于点 F . 设 $BC=x$, $\frac{AF}{AC} = y$.

(1) 如图 1, 当 $x=4$ 时, 求 AF 的长;

(2) 当点 E 在点 C 的右侧时, 求 y 关于 x 的函数关系式, 并写出函数的定义域;

(3) 联结 BD 交 AE 于点 P , 若 $\triangle ADP$ 是等腰三角形, 直接写出 x 的值.

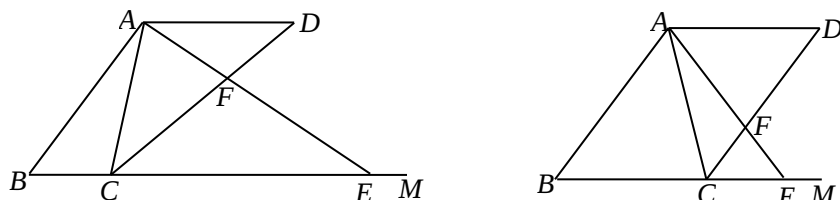


图 1

第九讲 锐角三角比综合运用

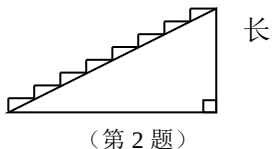
【基础题】

★1. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $\angle A = \alpha$, BD 是斜边 AC 上的高, 那么 ()

- (A) $AC = BC \cdot \sin \alpha$; (B) $AC = AB \cdot \cos \alpha$;
(C) $BC = AC \cdot \tan \alpha$; (D) $BD = CD \cdot \cot \alpha$.

★★2. 如图, 如果在高为 2m, 坡度为 1:2 的楼梯上铺地毯, 那么地毯的度至少应截取 ()

- (A) 2m; (B) 6m; (C) $2\sqrt{5}$ m; (D) $(6 + 2\sqrt{5})$ m.

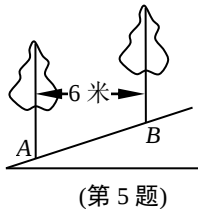


★★3. 如果某人沿坡度为 1:3 的斜坡向上行走 a 米, 那么他上升的高度为 ()

- (A) $3a$ 米; (B) $\frac{a}{3}$; (C) $\sqrt{10}a$; (D) $\frac{\sqrt{10}}{10}a$.

★★4. 在以 O 为坐标原点的直角坐标平面内有一点 $A(2, 4)$, 如果 AO 与 x 轴正半轴的夹角为 α , 那么 $\cos \alpha =$ _____.

★★5. 如图, 如果在坡度为 1:3 的山坡上种树, 要求株距 (相邻两树间的水平距离) 是 6 米, 那么斜坡上相邻两树间的坡面距离 AB 等于 _____ 米.



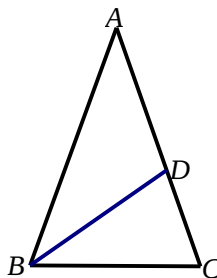
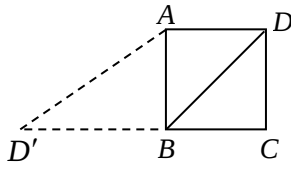
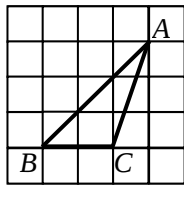
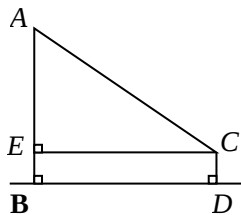
★★6. 为了测量楼房 BC 的高度, 在距离楼房 30 米的 A 处, 测得楼顶 B 的仰角为 α , 那么楼房 BC 的高为 _____.

★★7. 如图, 地面上有一座古塔 AB , 在离塔 50 米的点 C 处, 测得塔顶 A 的仰角为 α , 测角仪 CD 的高度为 1.5 米, 那么此塔的高度 AB 等于 _____ 米.

★★8. 坡比等于 $1 : \sqrt{3}$ 的斜坡的坡角等于 _____ 度.

★★9. 小明同学身高 1.5 米, 经太阳光照射, 在地面的影长为 2 米, 他此时测得旗杆在同一地面的影长为 12 米, 那么旗杆高为 _____ 米.

★★10. 如图, $\triangle ABC$ 的顶点是正方形网格的格点, 则 $\sin A$ 的值为 _____.



★★11. 如图, 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 1. 如果将对角线 BD 绕着点 B 旋转后, 点 D 落在 CB 的延长线上的 D' 点处, 联结 AD' , 那么 $\cot \angle BAD' =$ _____.

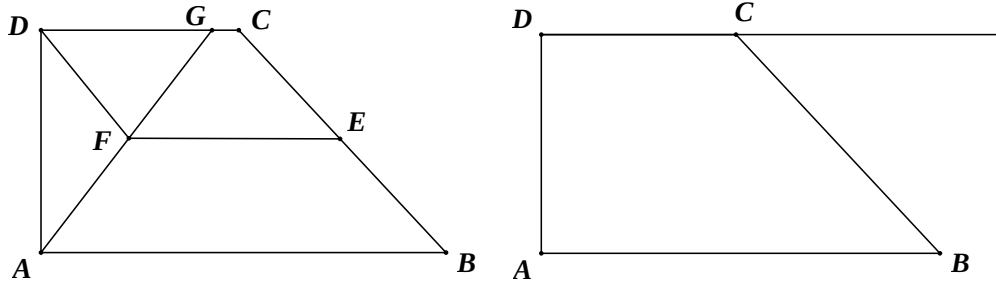
★★12. 如图, 已知 $\triangle ABC$, $AB = AC = 1$, $\angle A = 36^\circ$, $\angle ABC$ 的平分线 BD 交 AC 于点 D , 则 AD 的长是 _____, $\cos A$ 的值是 _____ (结果保留根号)

【提高题】

★★★★13. 如图, 已知梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $\angle DAB = 90^\circ$, $AD = 4$, $AB = 2CD = 6$, E 是边 BC

上一点, 过点 D 、 E 分别作 BC 、 CD 的平行线交于点 F , 联结 AF 并延长, 与射线 DC 交于点 G .

- (1) 当点 G 与点 C 重合时, 求 $CE:BE$ 的值;
- (2) 当点 G 在边 CD 上时, 设 $CE = m$, 求 $\triangle DFG$ 的面积; (用含 m 的代数式表示)
- (3) 当 $\triangle AFD \sim \triangle ADG$ 时, 求 $\angle DAG$ 的余弦值.

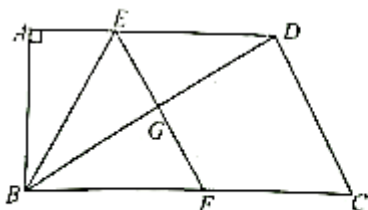


★★★★14. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中 $AD \parallel BC$, $\angle A = 90^\circ$, $AB = 6$, $BC = 10$, 点 E 为边 AD 上一点, 将 $\triangle ABE$ 沿 BE 翻折, 点 A 落在对角线 BD 上的点 G 处, 联结 EG 并延长交射线 BC 于点 F .

- (1) 如果 $\cos \angle DBC = \frac{2}{3}$, 求 EF 的长;
- (2) 当点 F 在边 BC 上时, 联结 AG , 设 $AD = x$, $\frac{S_{\triangle ABG}}{S_{\triangle BEF}} = y$, 求 y 关于 x 的函数关系式

并写出 x 的取值范围;

- (3) 联结 CG , 如果 $\triangle FCG$ 是等腰三角形, 求 AD 的长.



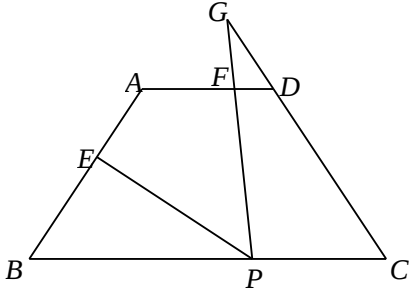
第 25 题图



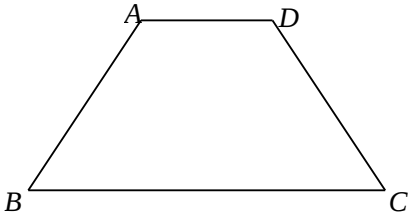
第 25 题备用图

★★★★15. 已知：在梯形 $ABCD$ 中（如图 1）， $AD \parallel BC$ ， $AB = DC = 5$ ， $AD = 3.5$ ， $\sin B = \frac{4}{5}$ ，点 E 是 AB 边上一点， $BE = 3$ ，点 P 是 BC 边上的一动点，联结 EP ，作 $\angle EPF$ ，使得 $\angle EPF = \angle B$ ，射线 PF 与 AD 边交于点 F ，与 CD 的延长线交于点 G ，设 $BP = x$ ， $DF = y$ 。

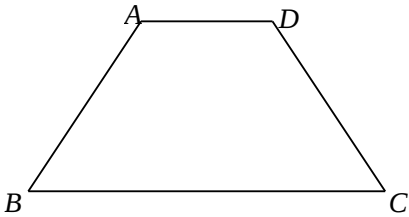
- (1) 求 BC 的长；
- (2) 试求 y 关于 x 的函数关系式，并写出定义域；
- (3) 联结 EF ，如果 $\triangle PEF$ 是等腰三角形，试求 BP 的长。



（第 1 题图）



（备用图）



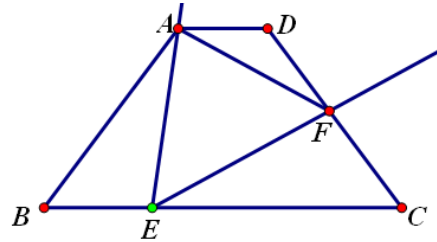
（备用图）

★★★★16. 如图 2, 等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = DC = 5$, $AD = 2$, $BC = 8$, $\angle MEN = \angle B$.

$\angle MEN$ 的顶点 E 在边 BC 上移动, 一条边始终经过点 A , 另一边与 CD 交于点 F , 联结 AF .

(1) 设 $BE = x$, $DF = y$, 试建立 y 关于 x 的函数关系式, 并写出函数定义域;

(2) 若 $\triangle AEF$ 为等腰三角形, 求出 BE 的长.



(图 2)

★★★★17. 已知: 如图 11, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 6$, $AC = 9$, $\tan \angle ABC = 2\sqrt{2}$. 过点 B 作 $BM \parallel AC$, 动点 P 在射线 BM 上 (点 P 不与 B 重合), 联结 PA 并延长到点 Q , 使 $\angle AQC = \angle ABP$.

(1) 求 $\triangle ABC$ 的面积;

(2) 设 $BP = x$, $AQ = y$, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出 x 的取值范围;

(3) 联结 PC , 如果 $\triangle PQC$ 是直角三角形, 求 BP 的长.

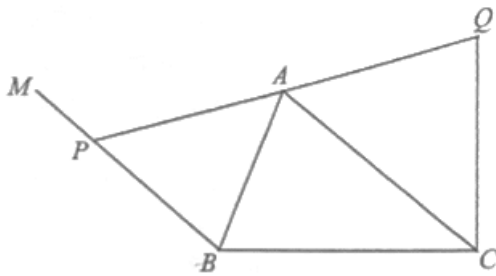


图 11

第十讲 二次函数的图像、性质、解析式

【基础题】

★1. 若原点是抛物线 $y = (m+1)x^2$ 的最高点, 则 m 的取值范围是 ()

- (A) $m < 0$; (B) $m < 1$; (C) $m < -1$; (D) $m > -1$;

★2. 抛物线 $y = -(x+2)^2 - 3$ 的顶点坐标是 ()

- (A) $(2, -3)$; (B) $(-2, 3)$; (C) $(2, 3)$; (D) $(-2, -3)$.

★★3. 下列二次函数中, 图象以直线 $x = 2$ 为对称轴、且经过点 $(0, 1)$ 的是 ()

- (A) $y = (x-2)^2 + 1$; (B) $y = (x+2)^2 + 1$; (C) $y = (x-2)^2 - 3$; (D) $y = (x+2)^2 - 3$.

★★4. 下列函数的图象中经过第三象限的是 ()

- (A) $y = -2x$; (B) $y = -\frac{2}{x}$; (C) $y = x^2 - 2x$; (D) $y = -2x - 1$.

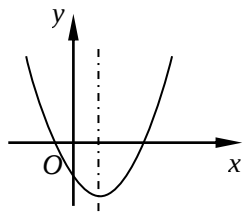
★★5. 抛物线 $y = x^2 - 2x$ 与抛物线 $y = -x^2 + 2x$ 的位置关系是 ()

- (A) 关于原点对称; (B) 关于 x 轴对称;
(C) 关于 y 轴对称; (D) 关于直线 $x = 1$ 对称.

★★★6. 如果二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图像如图所示,

那么下列判断中, 不正确的是 ()

- (A) $a > 0$; (B) $b < 0$;
(C) $c > 0$; (D) $abc > 0$.



(第6题图)

★7. 抛物线 $y = 2(x-1)^2 + 1$ 与 y 轴的交点坐标是_____.

★★8. 抛物线过点 $(2, 0)$ 、 $(-6, 0)$, 则抛物线的对称轴是直线_____.

★★★9. 一个二次函数的图象与抛物线 $y = 3x^2$ 的形状相同, 且顶点为 $(1, 4)$, 那么这个函数的关系式是_____.

★★★10. 抛物线的顶点为 $M(2, 3)$, 且经过点 $A(0, -1)$, 若 $B(m, -1)$ 也在该抛物线上, 则 m 的值为_____.

★★11. 将抛物线 $y = x^2 + x$ 向下平移 2 个单位, 所得抛物线的顶点坐标是_____.

★★★12. 已知抛物线 $y = x^2 - 2x + c$ 的对称轴是直线 $x = 1$ ，且该抛物线经过点 $A(-1, y_1)$ 和 $B(2, y_2)$ ，比较 y_1 与 y_2 的大小： y_1 _____ y_2 （选择“>”或“<”或“=”填入空格）.

★★13. 已知抛物线解析式为 $y = x^2 - 4x - 3$ ，若点 $P(-2, 5)$ 与点 Q 关于该抛物线的对称轴对称，则点 Q 的坐标是_____.

★★★14. 如果二次函数的图像经过点 $(1, 2)$ ，且在对称轴 $x = 2$ 的右侧部分是上升的，那么这个二次函数的解析式可以是_____（只要写出一个符合要求的解析式）.

★★15. 已知二次函数 $y = -x^2 + 2x + 2$,

(1) 用配方法把化为 $y = a(x + m)^2 + k$ 的形式;

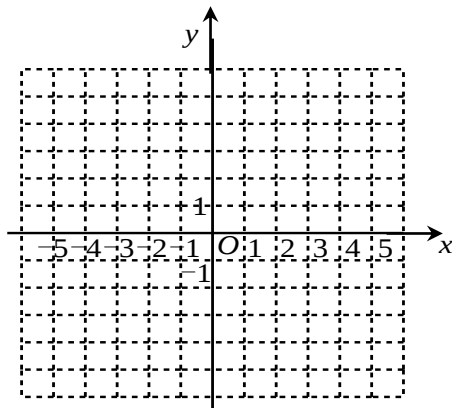
(2) 选取适当的数据填入下表，并在所给的直角坐标系内描点画出该抛物线的图象;

x	...						...
y	...						...

(3) 若该抛物线上两点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$

的横坐标满足 $x_1 > x_2 > 1$ ，根据图像可知 y_1 _____ y_2 .

(填“<”或“>”)

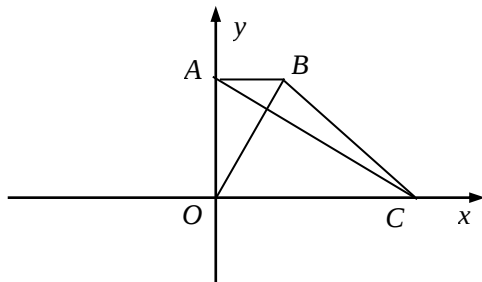


★★★16. 如图，梯形 $OABC$ 的顶点 A 、 C 分别在 y 轴、 x 轴的正半轴上， $AB \perp OA$ ，二次函数

$y = mx^2 - mx + 2$ 的图象经过 A 、 B 、 C 三点.

(1) 求点 A 、 B 的坐标;

(2) 当 $AC \perp OB$ 时，求二次函数的解析式.



第 16 题图

【提高题】

★★★17. 若抛物线的顶点 A 在 x 轴上, 且抛物线经过 $B(0,2)$, $\triangle AOB$ 为等腰三角形, 则该抛物线的表达式为_____.

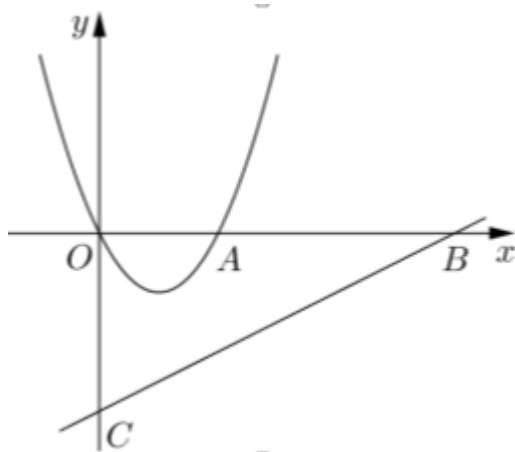
★★★18. 抛物线 $y = ax^2 - 1$ 上有一点 $P(2,2)$, 平移该抛物线, 使其顶点落在点 $A(1,1)$ 处, 这时, 点 P 落在点 Q 处, 则点 Q 的坐标为_____.

★★★19. 已知抛物线 $y = x^2 - (a+2)x + 9$ (a 为常数) 的顶点在坐标轴上, 则 $a =$ _____.

★★★20. 已知二次函数 $y = -x^2 + bx + c$ 的图像经过点 $(2, 0)$, 且与 y 轴交于点 B , 若 $OB=1$, 则该二次函数解析式中, 一次项系数 b 为_____.

★★★21. 如图, 已知, 二次函数 $y = x^2 + bx$ 的图像交 x 轴正半轴于点 A , 顶点为 P , 一次函数 $y = \frac{1}{2}x - 3$ 的图像交 x 轴于点 B , 交 y 轴于点 C , $\angle OCA$ 的正切值为 $\frac{2}{3}$.

- (1) 求二次函数的解析式与顶点 P 坐标;
- (2) 将二次函数图像向下平移 m 个单位, 设平移后抛物线顶点为 P' , 若 $S_{\triangle ABP'} = S_{\triangle BCP'}$, 求 m 的值.

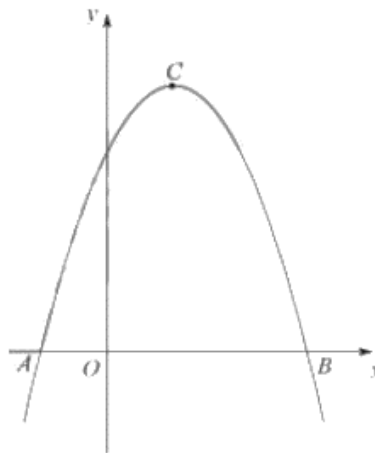


★★★22. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 二次函数 $y = ax^2 + bx + 6$ (a, b 都是常数, 且 $a < 0$) 的图像与 x 轴交于点 $A(-2, 0)$ $B(6, 0)$, 顶点为点 C .

- (1) 求这个二次函数的解析式及点 C 的坐标;
- (2) 过点 B 的直线 $y = -\frac{1}{2}x + 3$ 交抛物线对称

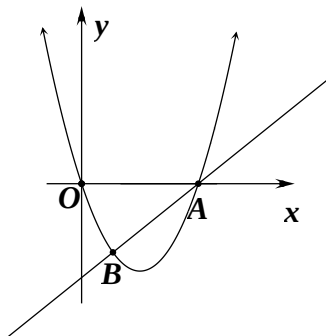
轴于点 D , 联结 BC , 求 $\angle CBD$ 的余切值;

- (3) 点 P 为抛物线上一个动点, 当 $\angle PBA = \angle CBD$ 时, 求点 P 的坐标.



★★★23. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 AB 与抛物线 $y = ax^2 + bx$ 交于点 $A(6, 0)$ 和点 $B(1, -5)$.

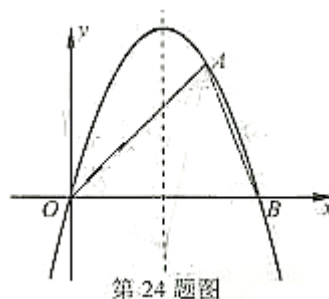
- (1) 求这条抛物线的表达式和直线 AB 的表达式;
- (2) 如果点 C 在直线 AB 上, 且 $\angle BOC$ 的正切值是 1.5, 求点 C 的坐标.



★★★24. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与 x 轴相交于原点 O 和点 $B(4, 0)$,

点 $A(3, m)$ 在抛物线上.

- (1) 求抛物线的表达式, 并写出它的对称轴;
- (2) 求 $\tan \angle OAB$ 的值.



【拓展题】

★★★★25. 直角三角形的三个顶点均在抛物线 $y = x^2$ 上, 并且斜边平行于横轴, 求斜边上的高的可能取值.

★★★★26. 设 m 、 n 为正整数, 且 $m \neq 2$, 如果对一切实数 t , 二次函数 $y = x^2 + (3 - mt)x - 3mt$ 的图像与 x 轴的两个交点间的距离不小于 $|2t + n|$, 求 m 、 n 的值.

第十一讲 二次函数综合题

【基础题】

★★1. 下列说法中, 错误的是 ()

- (A) 二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a > 0)$ 的图像是开口向上的抛物线;
 (B) 二次函数 $y = ax^2 + 1 (a \neq 0)$ 的图像必在 x 轴的上方;
 (C) 二次函数图像的对称轴是 y 轴或与 y 轴平行的直线;
 (D) 二次函数的图像的顶点必在图像的对称轴上.

★★2. 已知二次函数 $y = a(x-2)^2 + c (a > 0)$, 当自变量 x 分别取 $\sqrt{2}, 3, 0$ 时, 对应的值分别为 y_1, y_2, y_3 , 则 y_1, y_2, y_3 的大小关系正确的是 ()

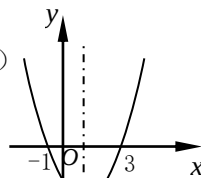
- (A) $y_3 < y_2 < y_1$; (B) $y_1 < y_2 < y_3$; (C) $y_2 < y_1 < y_3$; (D) $y_3 < y_1 < y_2$.

★★3. 如图为二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图像, 它与 x 轴交于 $(-1, 0)$ 、 $(3, 0)$

两点. 在下列说法中: ① $ac < 0$; ② 抛物线在直线 $x=2$ 的左侧是下降的;

③ $ab > 0$. 其中正确的说法有 ()

- (A) 0 个; (B) 1 个; (C) 2 个; (D) 3 个.

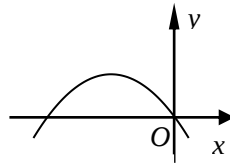


第 3 题图

★★★4. 如图抛物线是二次函数 $y = ax^2 - 3x + a^2 - 1$ 的图像,

那么下列结论错误的是 ()

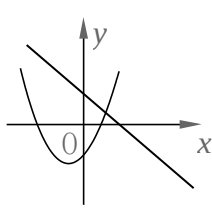
- (A) 当 $y < 0$ 时, $x > 0$; (B) 当 $-3 < x < 0$ 时, $y > 0$;



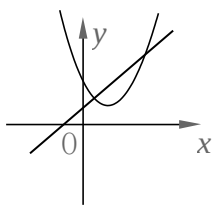
第 4 题图

- (C) 当 $x < -\frac{3}{2}$ 时, y 随 x 的增大而增大; (D) 上述抛物线可由抛物线 $y = -x^2$ 平移得到.

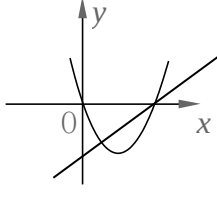
★★★5. 函数 $y = ax + b$ 和 $y = ax^2 + bx + c$ 在同一直角坐标系内的图像大致是 ()



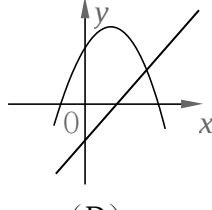
(A)



(B)

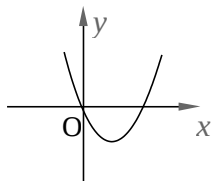


(C)

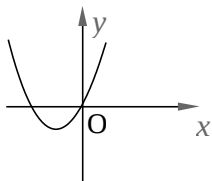


(D)

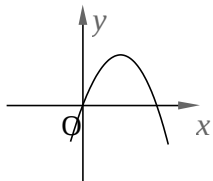
★★6. 若在反比例函数 $y = \frac{a}{x}$ 中, 当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而减小, 则二次函数 $y = ax^2 - ax$ 的图像是 ()



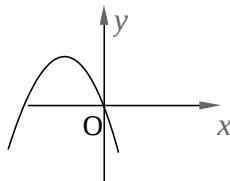
(A)



(B)



(C)



(D)

★★7. 用描点法画二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图像时，列出了如下表格：

x		-2	-1	0	1	2	
y		$-6\frac{1}{2}$	-4	$-2\frac{1}{2}$	-2	$-2\frac{1}{2}$	

根据表格上的信息回答问题：该二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 在 $x = 3$ 时， $y =$ _____.

★★8. 如果 $A(x, 8)$ ， $B(-2, y)$ 是二次函数 $y = \frac{1}{2}x^2$ 图像上的两个点，那么 $x + y =$ _____.

★★9. 将抛物线 $y = x^2 - 2x$ 向上平移 3 个单位，再向右平移 4 个单位得到的抛物线是_____.

★★10. 在平面直角坐标系中，如果抛物线 $y = 2x^2$ 不动，而把 x 轴、 y 轴分别向上、向右平移 2 个单位，那么在新坐标系下抛物线的表达式是_____.

【提高题】

★★★11. 将抛物线 $y = x^2 - 4x + 4$ 沿 y 轴向下平移后，所得抛物线与 x 轴交于点 A 、 B ，顶点为 C ，如果 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形，那么顶点 C 的坐标是_____.

★★★12. 抛物线 $y = x^2 - 1$ 通过左右平移得到抛物线 C ， C 通过上下平移得到抛物线 $y = x^2 - 8x + 21$ ，则抛物线 C 的表达式为_____.

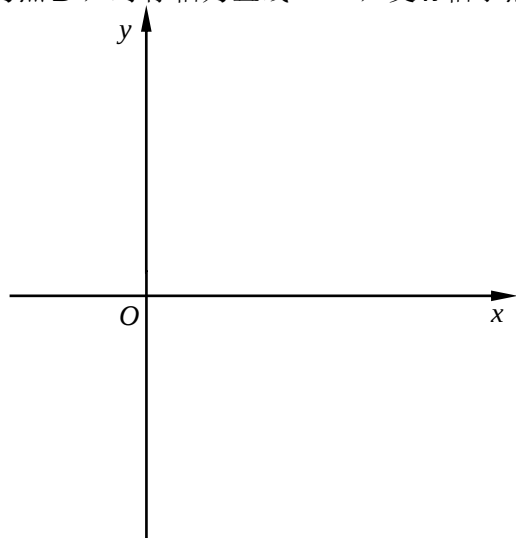
★★★13. 已知抛物线 $y = -x^2 + 2x + 2$ 的顶点为 A ，与 y 轴交于点 B ， C 是其对称轴上的一点， O 为原点，若四边形 $ABOC$ 是等腰梯形，则点 C 的坐标为_____.

★★★14. 在平面直角坐标系中，已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) 与 x 轴交于 $A(-1, 0)$ 、 B 两点 (点 A 在点 B 的左侧)，与 y 轴交于点 C ，抛物线的顶点为点 D ，对称轴为直线 $x = 1$ ，交 x 轴于点 E ， $\tan \angle BDE = \frac{1}{2}$.

(1) 求抛物线的表达式；

(2) 若点 P 是对称轴上一点，

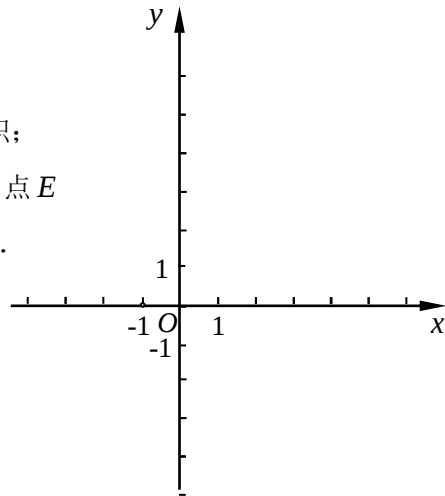
且 $\angle DCP = \angle BDE$ ，求点 P 的坐标.



(第 14 题图)

★★★★15. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + 2$ 经过点 $A(4,0)$ 、 $B(2,2)$, 与 y 轴的交点为 C .

- (1) 试求这个抛物线的表达式;
- (2) 如果这个抛物线的顶点为 M , 求 $\triangle AMC$ 的面积;
- (3) 如果这个抛物线的对称轴与直线 BC 交于点 D , 点 E 在线段 AB 上, 且 $\angle DOE = 45^\circ$, 求点 E 的坐标.



★★★★16. 在平面直角坐标系 xOy 中 (如图 10), 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图像经过点 $B(4,0)$ 、 $D(5,3)$, 设它与 x 轴的另一个交点为 A (点 A 在点 B 的左侧), 且 $\triangle ABD$ 的面积是 3.

- (1) 求该抛物线的表达式;
- (2) 求 $\angle ADB$ 的正切值;
- (3) 若抛物线与 y 轴交于点 C , 直线 CD 交 x 轴于点 E , 点 P 在射线 AD 上, 当 $\triangle APE$ 与 $\triangle ABD$ 相似时, 求点 P 的坐标.

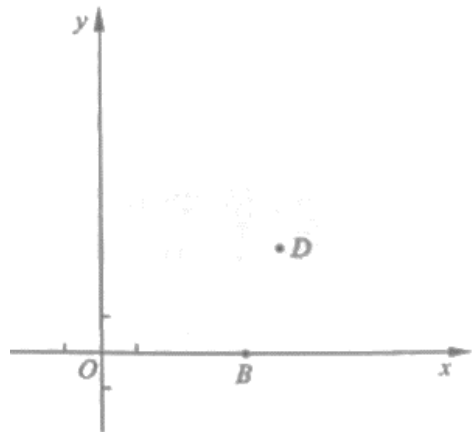
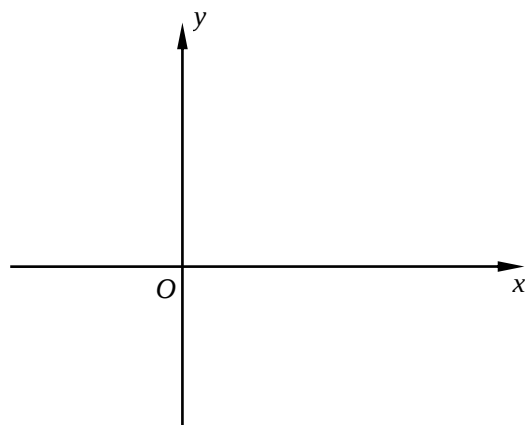


图 10

★★★★17. 已知: 在平面直角坐标系 xOy 中,



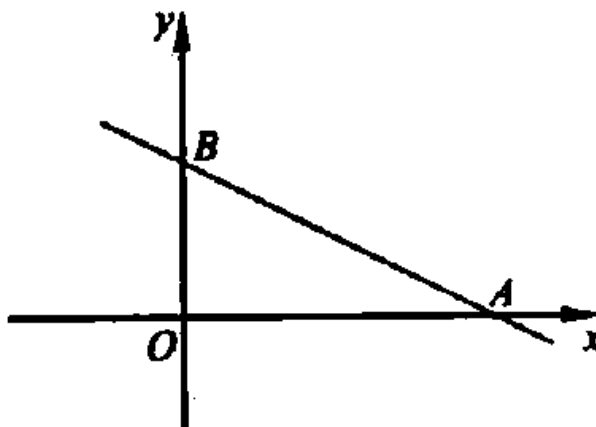
抛物线

$y = ax^2 + bx$ 经过点 $A(5, 0)$ 、 $B(-3, 4)$ ，抛物线的对称轴与 x 轴相交于点 D 。

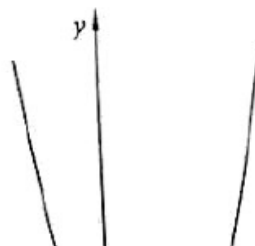
- (1) 求抛物线的表达式；
- (2) 联结 OB 、 BD ，求 $\angle BDO$ 的余切值；
- (3) 如果点 P 在线段 BO 的延长线上，且 $\angle PAO = \angle BAO$ ，求点 P 的坐标。

★★★★18. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y = -\frac{1}{2}x + b$ 与 x 轴相交于点 A ，与 y 轴相交于点 B ，抛物线 $y = ax^2 - 4ax + 4$ 经过点 A 和点 B ，并与 x 轴相交于另一点 C ，对称轴与 x 轴相交于点 D 。

- (1) 求抛物线的表达式；
- (2) 求证： $\square BOD \square \square AOB$ ；
- (3) 如果点 P 在线段 AB 上，且 $\angle BCP = \angle DBO$ ，求点 P 的坐标。



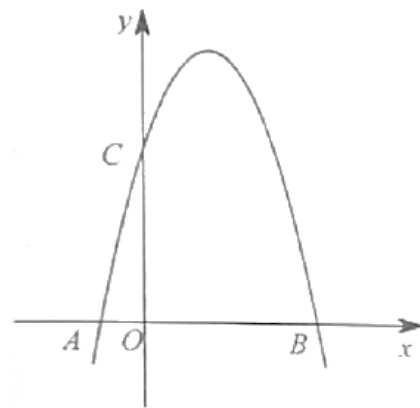
★★★★19. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = ax^2 + bx - 3$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$ 和点 B ，且 $OB = 3OA$ ，与 y 轴交于点 C ，此抛物线顶点为点 D 。



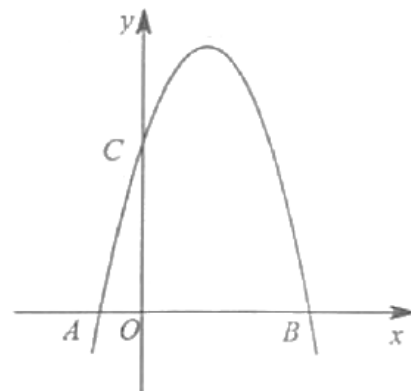
- (1) 求抛物线的表达式及点 D 的坐标;
- (2) 如果点 E 是 y 轴上的一点 (点 E 与点 C 不重合), 当 $BE \perp DE$ 时, 求点 E 的坐标;
- (3) 如果点 F 是抛物线上的一点, 且 $\angle FBD = 135^\circ$, 求点 F 的坐标.

★★★★20. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 将抛物线 $y = -x^2$ 平移后经过点 $A(-1, 0)$ 、 $B(4, 0)$, 且平移后的抛物线与 y 轴交于点 C .

- (1) 求平移后的抛物线的表达式;
- (2) 如果点 D 在线段 CB 上, 且 $CD = \sqrt{2}$, 求 $\angle CAD$ 的正弦值;
- (3) 点 E 在 y 轴上且位于点 C 的上方, 点 P 在直线 BC 上, 点 Q 在平移后的抛物线上, 如果四边形 $ECPQ$ 是菱形, 求点 Q 的坐标.



物 线
后的抛物



(备用图)

【拓展题】

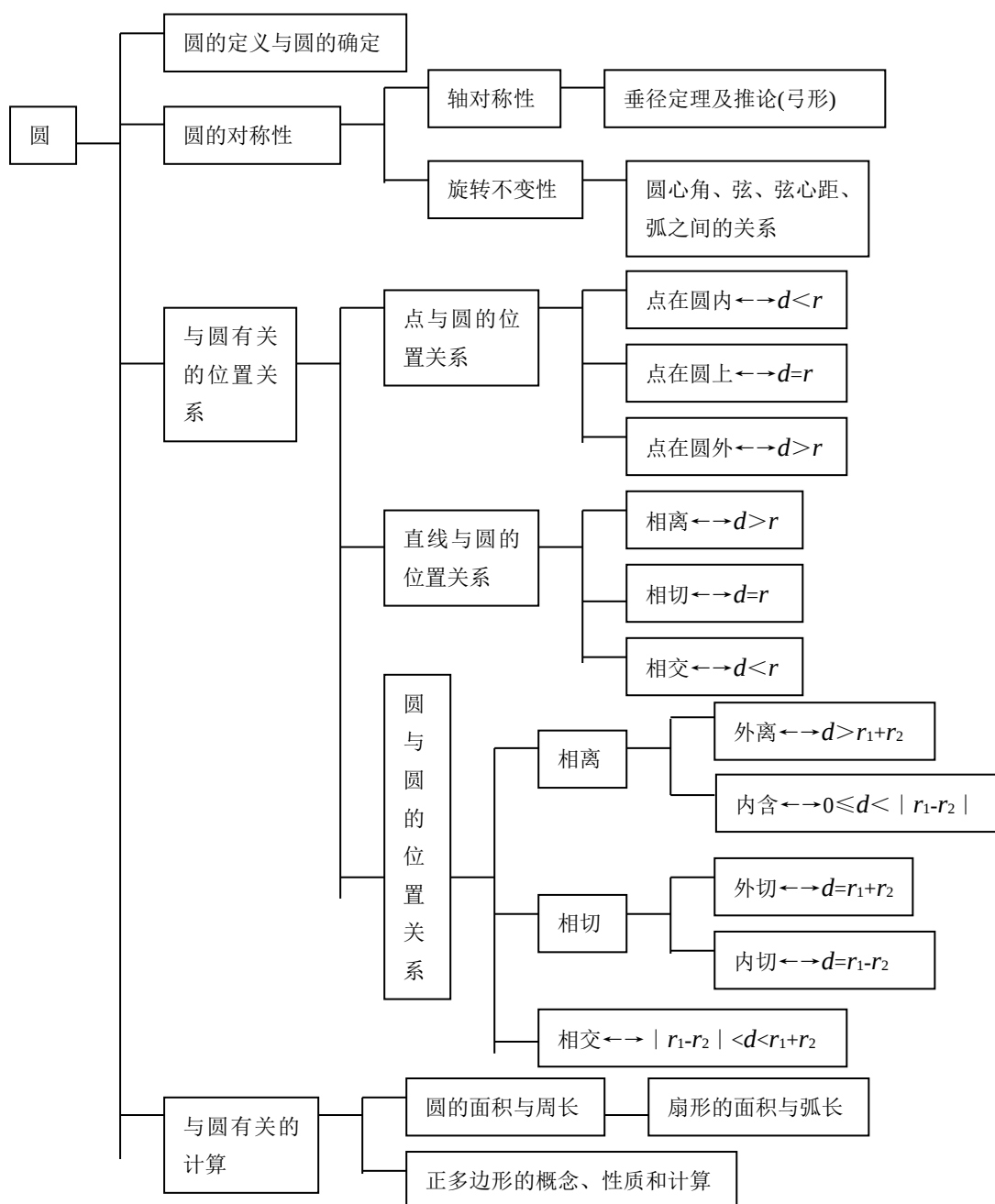
- ★★★★21. 若对任意实数 x , $(a^2 - 3a + 2)x^2 + (a - 1)x + 2 > 0$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

★★★★★22. 已知 m 、 n 均为正整数，若关于 x 的方程 $4x^2 - 2mx + n = 0$ 有两个实数根都大于 1 且小于 2，求 m 、 n 的值.

★★★★★23. m 是什么实数时，方程 $x^2 - 5|x| + 4 = m$ 有四个互不相等的实数根？

第十二讲 圆的基本性质

【知识梳理】



【基础题】

- ★1. 确定圆的两个条件是_____和_____.
- ★2. 在半径为 6 的 $\odot O$ 中, 弦 AB 的长为 6, 则 $\triangle AOB$ 的面积为_____.
- ★★3. 在半径为 4 的 $\odot O$ 中, 弦 AB 的长为 $4\sqrt{3}$, 则劣弧 $\widehat{AB}$ 所对的圆心角的度数为_____.
- ★★4. 如图, 点 A 、 B 是 $\odot O$ 上两点, $AB=10$, 点 P 是 $\odot O$ 上的动点 (点 P 与点 A 、 B 不重合), 联结 AP 、 PB , 过点 O 分别作 $OE \perp AP$ 于 E , $OF \perp PB$ 于 F , 则 $EF=_____$.

★★5. 如图, 已知: $\odot O$ 的直径 AB 与弦 CD 相交于点 P , $\angle APC = 30^\circ$, $AP = 6\text{cm}$, $PB = 2\text{cm}$, 则 $CD =$ _____.

★★6. 在下列四个命题中, 真命题有 _____.

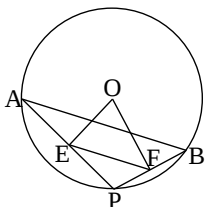
- (1) 圆是轴对称图形又是中心对称图形;
- (2) 相等的圆心角所对的弧相等;
- (3) 在同圆或等圆中, 两条弧不等, 这两条弧所对的弦也不等;
- (4) 如果过圆上一点引两条互相垂直的弦的长度分别为 10 和 6, 那么圆心到这两条弦的距离分别为 3 和 5.

★★★7. 已知 P 是半径为 10cm 的 $\odot O$ 内一点, $PO = 8\text{cm}$, 那么过点 P 的最短弦长为 _____ cm , 过点 P 的最长弦长为 _____ cm , *过点 P 的弦长为整数的弦共有 _____ 条.

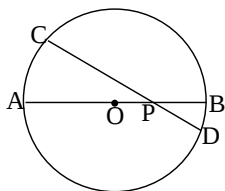
★★★8. 已知弓形的弦长为 30, 半径为 17, 那么弓形的高为 _____.

★★★9. 如图, 已知: CD 是 $\odot O$ 的弦, 延长 CD 至点 E , 使 DE 等于 $\odot O$ 的半径, 联结 EO 交 $\odot O$ 于点 B , 延长 EO 交 $\odot O$ 于点 A , 设 $\angle AED = \alpha$, $\angle AOC = \beta$, 则 $\beta : \alpha$ 的值为 _____.

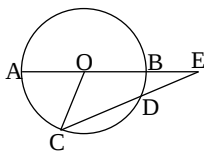
★★★10. 如图, $\odot O$ 的直径 AB 长为 20cm , 弦 CD 长为 12cm , 则 A 、 B 两点到 CD 所在直线的距离之和为 _____.



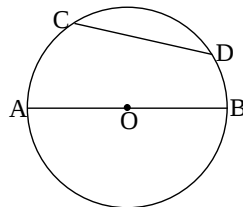
(第 4 题图)



(第 5 题图)



(第 9 题图)



(第 10 题图)

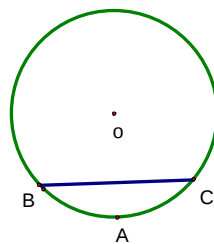
★★11. 在下列语句中, 正确的是 ().

- (A) 半圆是弧;
- (B) 以直径为弦的弓形是半圆;
- (C) 经过圆心的线段是半径;
- (D) 同圆中相等的弦所对的弧相等.

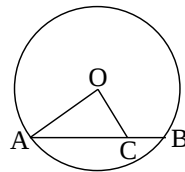
★★12. 过 $\odot O$ 内一点 M 的最长弦为 10cm , 最短弦长为 8cm , 则 OM 的长为 ().

- (A) 9cm
- (B) 6cm
- (C) 3cm
- (D) $\sqrt{41}\text{cm}$

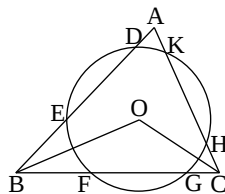
★★13. 小杰和小丽要测量一个圆形的人工湖的半径, 他们在湖的边沿选取了 A 、 B 、 C 三点并用木柱标记, 而且 A 、 B 两点的路程与 A 、 C 两点的路程相等. 经过测量, 得到 BC 长为 240 米, A 到 BC 的距离为 5 米, 画出的示意图如图. 求湖的半径.



★★14. 如图, 已知 AB 是 $\odot O$ 的弦, 点 C 在 AB 上, $\angle AOC = 90^\circ$, $OC = 6$, $OA = 8$, 求 AB 的长.

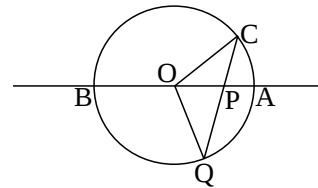


★★★15. 如图, $\odot O$ 分别与 $\triangle ABC$ 的边 AB 、 BC 、 CA 交于 D 、 E 、 F 、 G 、 H 、 K , $\angle BAC = 70^\circ$, $DE =$

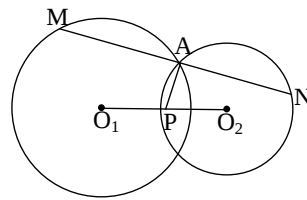


$FG=HK$, 求 $\angle BOC$ 的度数.

- ★★★16. 如图, 经过圆心 O 的直线 AB 与 $\odot O$ 相交于点 A 、 B , 点 C 在 $\odot O$ 上, $\angle AOC=30^\circ$, 点 P 是线段 OA 上一点 (与点 O 不重合), 求出 $\angle OCP$ 的度数.

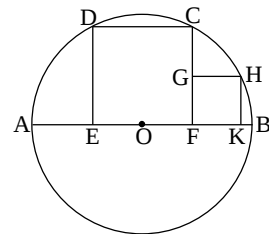


- ★★17. 如图, 已知 A 是 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 的一个交点, 点 P 是 O_1O_2 的中点, 过点 A 的直线 MN 垂直于 PA , 交 $\odot O_1$ 、 $\odot O_2$ 于 M 、 N . 求证: $AM=AN$.

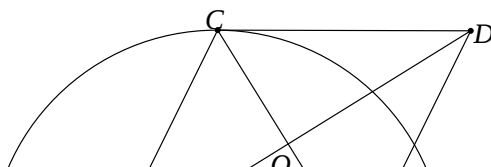


【提高题】

- ★★★18. 如图, 在半径为 6 的 $\odot O$ 中, AB 是直径, 点 E 、 F 、 K 在 AB 上, 点 C 、 D 、 H 在 $\odot O$ 上, 四边形 $CDEF$ 、四边形 $FGHK$ 都是正方形, 求四边形 $FGHK$ 的面积.



- ★★★★19. 已知: 如图, 线段 $AB=4$, 以 AB 为直径作半圆 O , 点 C 为弧 AB 的中点, 点 P 为直径 AB 上



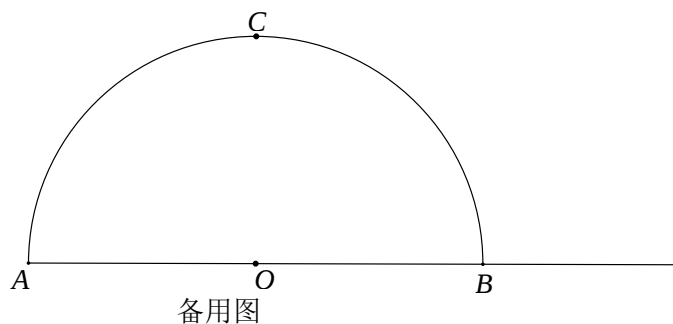
一点, 联结 PC , 过点 C 作 $CD \parallel AB$, 且 $CD = PC$, 过点 D 作 $DE \parallel PC$, 交射线 PB 于点 E , PD 与 CE 相交于点 Q .

(1) 若点 P 与点 A 重合, 求 BE 的长;

(2) 设 $PC = x$, $\frac{PD}{CE} = y$, 当点 P 在线段 AO

上时, 求 y 与 x 的函数关系式及定义域;

(3) 当点 Q 在半圆 O 上时, 求 PC 的长.



【拓展题】

※圆周角定理: 一条弧所对的圆周角等于它所对的圆心角的一半.

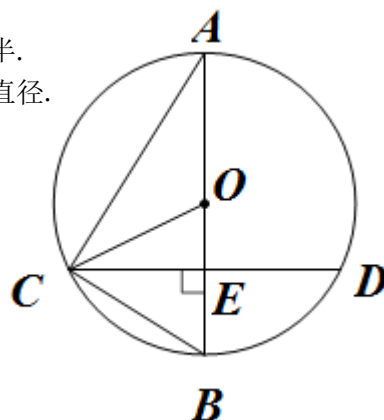
半圆 (或直径) 所对的圆周角是直角, 90° 圆周角所对的弦是直径.

★★20. 如图所示, 已知 AB 为 $\odot O$ 的直径, CD 是弦,

且 $AB \perp CD$ 于点 E , 连结 AC 、 OC 、 BC

(1) 求证: $\angle ACO = \angle BCD$

(2) 若 $EB = 8\text{cm}$, $CD = 24\text{cm}$, 求 $\odot O$ 的直径.

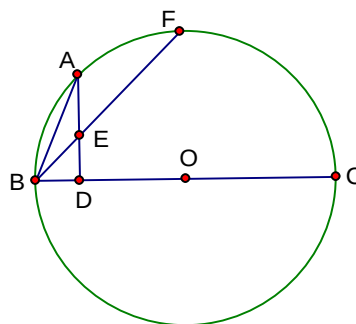


★★★21. 已知, 如图, BC 为 $\odot O$ 的直径, $AD \perp BC$,

垂足为 D , $BA = AF$, BF 与 AD 交于点 E .

(1) 求证: $AE = BE$.

(2) 若 A 、 F 把半圆三等分, $BC = 12$, 求 AE 的长.

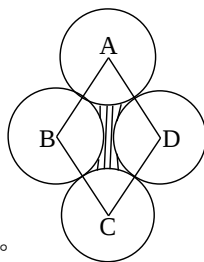


★★★22. AB 为 $\odot O$ 直径, 点 C 在 $\odot O$ 上, 过点 C 引直径 AB 的垂线, 垂足为 D , 点 D 分这条直径成 $2:3$ 两个部分, 如果 $\odot O$ 的半径等于 5 , $BC =$ _____.

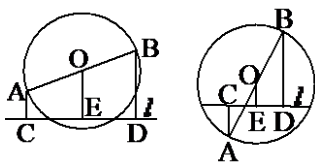
第十三讲 直线与圆、圆与圆的位置关系；正多边形与圆

【基础题】

- ★★1. 若点 $P(3, -4)$ 在以原点 O 为圆心的 $\odot O$ 上, 则点 $Q(-4, -3)$ 在 $\odot O$ _____.
- ★★2. 已知弦 AB 是 $\odot O$ 的内接正五边形的一边长, 弦 BC 是 $\odot O$ 的内接正六边形的一边长, 则弦 AC 是 $\odot O$ 的内接正_____边形的一边长.
- ★★3. 已知两圆既不相交又不相切, 两圆半径是方程 $18x^2 - 21x + 5 = 0$ 的两个根, 则两圆圆心距 d 的范围是_____.
- ★★★4. 已知一个半径为 2cm 的 $\odot O_1$ 与另一个半径为 6cm 的 $\odot O_2$ 内切, 若半径为 4cm 的 $\odot O_3$ 与 $\odot O_1$ 、 $\odot O_2$ 都相切, 则满足条件的 $\odot O_3$ 共有_____个.
- ★★5. 一个正多边形的中心角为 36° , 则它的内角和为_____.
- ★★★6. 如图, 已知四个半径为 r 的圆, 且相邻两个圆外切, 四边形 $ABCD$ 是有一个角为 60° 的菱形, 则阴影部分的面积为_____.
- ★★7. 已知正 n 边形的中心角与一个内角的度数之比为 $1:3$, 则 $n =$ _____.
- ★★8. 在 360° 的范围内, 一个正 n 边形绕它的中心至少旋转_____.
- 才能和原来的正 n 边形重合.
- ★★9. 若正 n 边形的半径为 R , 中心角为 α , 则它的边长为_____; 面积为_____.
- ★★★10. 已知两圆半径分别为 $12+x$, $2+x$, 圆心距为 10 , 则两圆的位置关系是 ().
- (A) 内切 (B) 外切 (C) 相交 (D) 外离
- ★★11. 下列命题中, 是假命题的是 ().
- (A) 三角形的内心到这个三角形三边的距离相等;
- (B) 三角形的外心到这个三角形三个顶点的距离相等;
- (C) 三角形的重心到这个三角形三个顶点的距离相等;
- (D) 正三角形的中心到这个三角形三边中点的距离相等.
- ★★12. 下列命题中是真命题的是 ().
- (A) 正五边形的中心角为 108° ; (B) 正十边形的每个外角都是 18° ;
- (C) 正七边形是中心对称图形; (D) 正八边形的一个内角为 135° .
- ★★★13. 正三角形、正方形与正六边形的边长相等, 则它们相应的外接圆的半径之比为 ().
- (A) $1:\sqrt{2}:\sqrt{3}$; (B) $\sqrt{2}:\sqrt{3}:\sqrt{6}$; (C) $\sqrt{3}:2:\sqrt{6}$; (D) $1:\sqrt{3}:3$.
- ★★14. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=6$, $AB=10$, 以点 C 为圆心作圆, 设圆的半径长 r .
- (1) 要使点 A 在圆 C 的内部, 点 B 在圆 C 的外部, 求 r 的取值范围;
- (2) 要使 AB 与圆 C 相切, 求 r 的值;
- (3) 以点 A 为圆心, 作圆 A 与题 (2) 所作出的圆 C 相切, 求圆 A 的半径长.



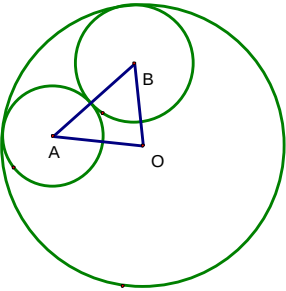
(第6题图)



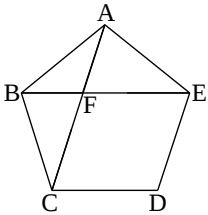
- (1) 如图 1, 当直线 l 与直径 AB 不相交时, 求证: $CE=DE$;
(2) 如图 2, 当直线 l 与直径 AB 相交时, 求证: $CE=DE$.

(图 1) (图 2)

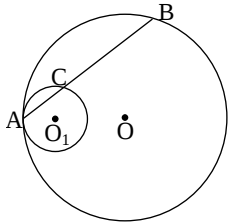
★★ 16. 如图, 已知 $\odot A$ 与 $\odot B$ 外切, $\odot O$ 分别与 $\odot A$ 、 $\odot B$ 内切, 且 $OA=7$, $AB=6$, $OB=5$, 求这三个圆的半径长.



★★17. 如图, 在正五边形 $ABCDE$ 中, 对角线 AC 与 BE 相交于点 F .
(1) 求证: 四边形 $CDEF$ 是菱形; (2) 求证: $\triangle FAB \sim \triangle ABE$.

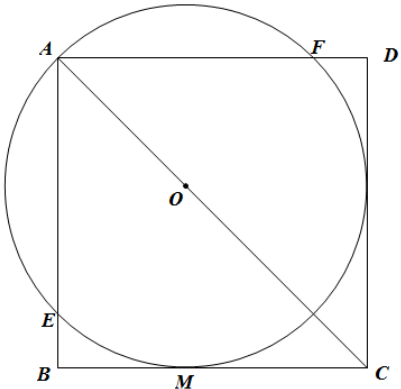


★★18. 如图, 已知 $\odot O$ 与 $\odot O_1$ 内切于 A , $\odot O$ 的半径为 R , $\odot O_1$ 的半径为 r , $R=3r$, $\odot O$ 的弦 AB 交 $\odot O_1$ 于 C , 求证: $BC=2AC$.



★★★19. 已知 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 相切于点 P , 过点 P 作直线分别交 $\odot O_1$ 、 $\odot O_2$ 于点 A 、 B .
(1) 请画出图形; (2) 求证: $AO_1 \parallel BO_2$.

★★★20. 如图, 已知 O 是正方形 $ABCD$ 对角线上一点, OA 长为半径的 $\odot O$ 与 BC 相切于 M , 与 AB 、 CD



以 O 为圆
分别相交

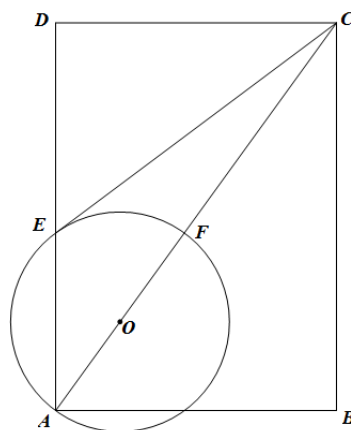
于 E 、 F .

- (1) 求证: CD 与 $\odot O$ 相切;
- (2) 若正方形 $ABCD$ 的边长为 1, 求 $\odot O$ 的半径.

★★★21. 已知, 如图在矩形 $ABCD$ 中, 点 O 在对角线 AC 上, 以 OA 长为半径的圆 O 与 AD 、 AC 分别交于点 E 、 F , $\angle ACB = \angle DCE$.

(1) 判断直线 CE 与 $\odot O$ 的位置关系, 并证明你的结论.

(2) 若 $\tan \angle ACB = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $BC = 2$, 求 $\odot O$ 的半径.



★★★22. 已知 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 相交于 A 、 B 两点, 且 $AB = 4\text{cm}$, 两圆半径分别为 6cm 和 4cm , 求 O_1O_2 的长.

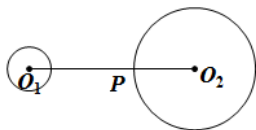
★★★23. 已知圆内接正六边形面积为 $3\sqrt{3}$, 求该圆外切正六边形边长.

【提高题】

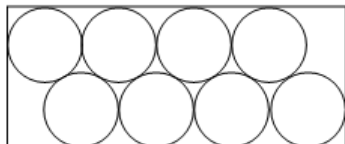
★★★24. 在半径为 1 的圆中有一内接多边形, 若它的各边长均大于 1 且小于 $\sqrt{2}$, 则这个多边形的边

数必为_____.

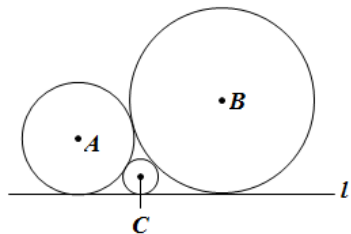
★★★25.如图, $\odot O_1$ 和 $\odot O_2$ 的半径为 1 和 3, 连接 O_1O_2 交 $\odot O_2$ 于点 P , $O_1O_2 = 8$, 若将 $\odot O_1$ 绕点 P 按顺时针方向旋转 360° , 则 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 共相切_____次.



★★★26.如图, 矩形内放置 8 个半径为 1 的圆, 其中相邻两个圆都相切, 并且左上角和右下角的两个圆和矩形的短边相切, 则该矩形的面积为_____.

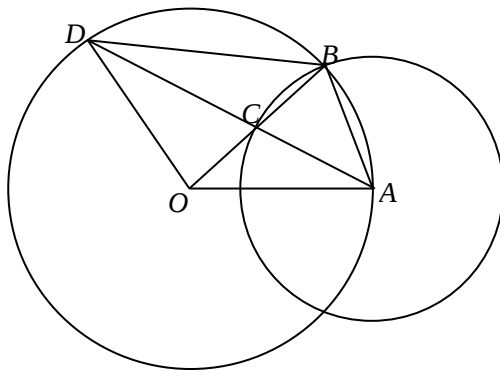


★★★27.如图, 已知圆心为 A 、 B 、 C 的三个圆彼此相切, 且均与直线 l 相切. 若 $\odot A$ 、 $\odot B$ 、 $\odot C$ 的半径为 a 、 b 、 c ($0 < c < a < b$), 则 a 、 b 、 c 一定满足的关系式为 ()



- A. $2b = a + c$ B. $\sqrt{b} = \sqrt{a} + \sqrt{c}$ C. $\frac{1}{c} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ D. $\frac{1}{\sqrt{c}} = \frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}}$

★★★★28. 如图, 已知 $\odot O$ 的半径 OA 的长为 2, 点 B 是 $\odot O$ 上的动点, 以 AB 为半径的 $\odot A$ 与线段 OB 相交于点 C , AC 的延长线与 $\odot O$ 相交于点 D . 设线段 AB 的长为 x , 线段 OC 的长为 y . (1) 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出定义域; (2) 当四边形 $ABDO$ 是梯形时, 求线段 OC 的长.

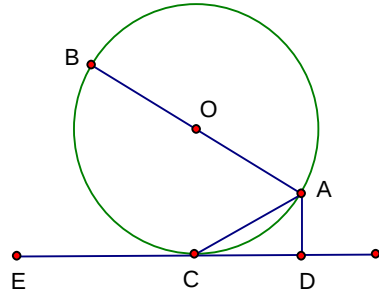


【拓展题】

※弦切角定理: 弦切角等于它所夹的弧所对的圆周角.

推论: 如果两个弦切角所夹的弧相等, 那么这两个弦切角也相等.

★★★29. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, AC 是弦, 直线 CE 和 $\odot O$ 切于点 C , $AD \perp CE$ 垂足为 D . 求证: AC 平分 $\angle BAD$.

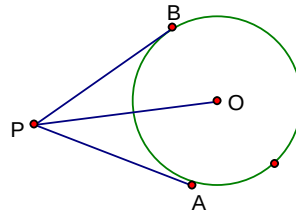


※切线长定理: 从圆外一点引圆的两条切线, 它们的切线长相等, 这点和圆心的连线平分两条切线的夹角.

即: $\because PA, PB$ 是圆的两条切线

$$\therefore PA = PB$$

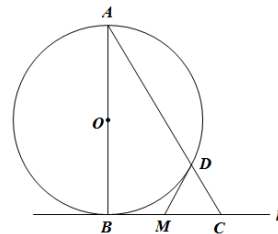
PO 平分 $\angle BPA$



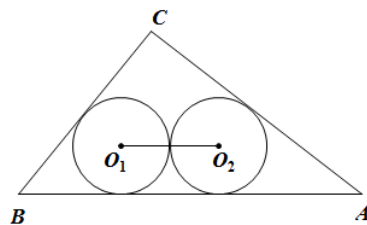
★★★30. 已知, 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, l 是过 B 点的 $\odot O$ 的切线, C 是 l 上一动点 (不与点 B 重合), AC 与 $\odot O$ 交于 D .

(1) 若 M 是 BC 的中点, 试判断直线 DM 与 $\odot O$ 的位置关系, 并证明;

(2) 过动点 C 作 $\odot O$ 的切线 CP , P 为切点, 且交过点 A 的 $\odot O$ 的切线于 E , 若 $\odot O$ 的半径为 2, 试问 $PC \cdot PE$ 是否为一定值? 若是, 请求出这个值; 若不是, 请求出其变化范围.



★★★31. 如图, 等圆 $\odot O_1$ 和 $\odot O_2$ 分别与 $Rt\triangle ABC$ 的两条边相切, 并且 $\odot O_1$ 和 $\odot O_2$ 也相切, 已知 $AC = 4, BC = 3$, 求 $\odot O_1$ 的半径 r .



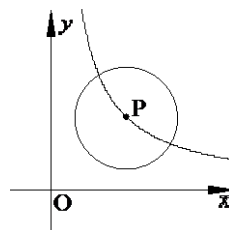
第十四讲 圆有关综合题

【基础题】

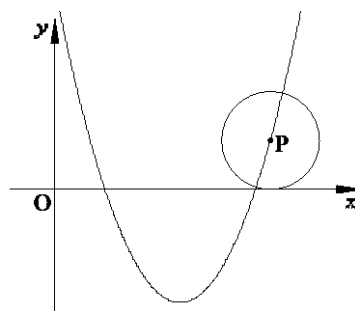
★★★1. 如图, 已知 $\odot P$ 的半径为2, 圆心 P 在函数 $y = \frac{6}{x} (x > 0)$ 的图像上运动.

(1) 当 $\odot P$ 与 x 轴相切时, 求点 P 的坐标;

(2) 在(1)的条件下, 以原点 O 为圆心, 半径为 r 的 $\odot O$ 与 $\odot P$ 相切, 求半径 r 的值.



★★★2. 如图, 已知 P 是二次函数 $y = x^2 - 3x + 2$ 的图像上的动点, 以 P 为圆心, 1为半径的圆与坐标轴相切, 求出所有满足条件的点 P 的坐标.

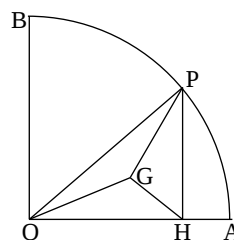


★★★3. 如图, 在半径为6, 圆心角为 90° 的扇形 OAB 的 $\widehat{AB}$ 上, 有一个动点 P , $PH \perp OA$ 于 H , $\triangle OPH$ 的重心为 G .

(1) 当点 P 在 $\widehat{AB}$ 上运动时, 线段 GO 、 GP 、 GH 中, 有无长度保持不变的线段? 如果有, 请指出这样的线段, 并求出相应的长度及其余线段长度的变化范围;

(2) 设 $PH = x$, $GP = y$, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出函数的定义域;

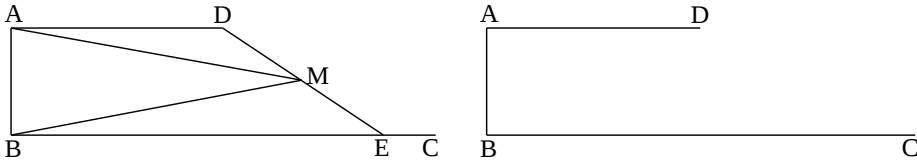
(3) 如果 $\triangle PGH$ 是等腰三角形, 试求出线段 PH 的长.



【提高题】

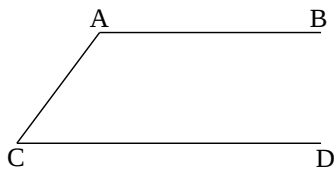
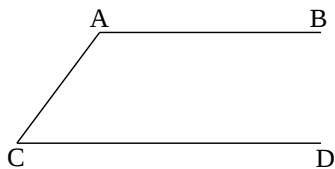
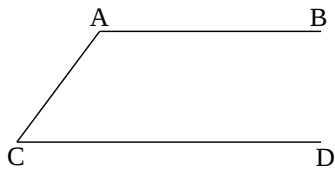
★★★★4. 如图, 已知: $AB=2$, $AD=4$, $\angle DAB=90^\circ$, $AD \parallel BC$, E 是射线 BC 上的动点 (点 E 与点 B 不重合), M 是线段 DE 的中点.

- (1) 设 $BE=x$, $\triangle ABM$ 的面积为 y , 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出函数定义域;
- (2) 如果以线段 AB 为直径的圆与以 DE 为直径的圆外切, 求线段 BE 的长;
- (3) 联结 BD , 交 AM 于点 N , 如果以 A 、 N 、 D 为顶点的三角形与 $\triangle BME$ 相似, 求线段 BE 的长.



★★★★5. 如图, 射线 AB 和射线 CD 互相平行, 已知 $AC=10\text{cm}$, $\sin C=0.8$, $\odot O$ 是经过点 A 、 C 的一个动圆 (其位置和半径都变化).

- (1) 当 $\odot O$ 与射线 CD 相切时, 求 $\odot O$ 的半径;
- (2) 设 $\odot O$ 与射线 CD 的另一个交点为 E , 当 $\triangle ACE$ 是等腰三角形时, 求 $\odot O$ 的半径.



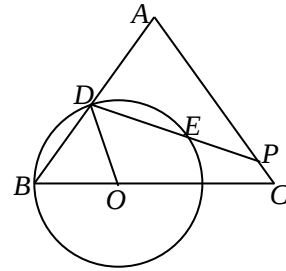
★★★★6. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=5$, $BC=6$, 点 O 是边 BC 上的动点, 以点 O 为圆心,

OB 为半径作圆 O ，交边 AB 于点 D ，过点 D 作 $\angle ODP = \angle B$ ，交边 AC 于点 P ，交圆 O 于点 E 。设 $OB = x$ 。

(1) 当点 P 与点 C 重合时，求 PD 的长；

(2) 设 $AP - EP = y$ ，求 y 关于 x 的函数解析式及定义域；

(3) 联结 OP ，当 $OP \perp OD$ 时，试判断以点 P 为圆心， PC 为半径的圆 P 与圆 O 的位置关系。



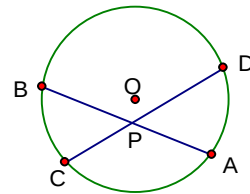
【拓展题】

※圆幂定理

(1) 相交弦定理：圆内两弦相交，交点分得的两条线段的乘积相等。

即：在 $\odot O$ 中， $\because$ 弦 AB 、 CD 相交于点 P ，

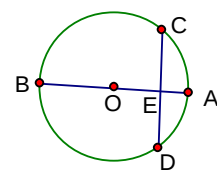
$$\therefore PA \cdot PB = PC \cdot PD$$



(2) 推论：如果弦与直径垂直相交，那么弦的一半是它分直径所成的线段的比例中项。

即：在 $\odot O$ 中， $\because$ 直径 $AB \perp CD$ ，

$$\therefore CE^2 = AE \cdot BE$$

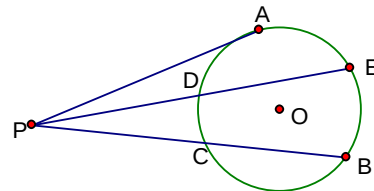


两条线

(3) 切割线定理：从圆外一点引圆的切线和割线，切线长是这点到割线与圆交点的两条线段长的比例中项。

即：在 $\odot O$ 中， $\because PA$ 是切线， PB 是割线

$$\therefore PA^2 = PC \cdot PB$$



(4) 割线定理：从圆外一点引圆的两条割线，这一点到每条割线与圆的交点的两条线段长的积相等（如上图）。

即：在 $\odot O$ 中， $\because PB$ 、 PE 是割线

$$\therefore PC \cdot PB = PD \cdot PE$$

※圆内接四边形

1、圆的内接四边形性质定理：圆的内接四边形的对角互补，外角等于它的内对角。

2、圆的内接四边形判定定理 1：

如果一个四边形的对角互补，那么这个四边形的四个顶点共圆。

3、圆的内接四边形判定定理 2：

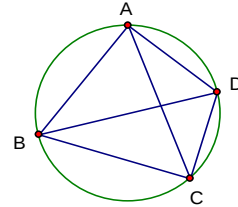
有公共底边且顶点在公共边的同侧的两个三角形的顶角相等，则这四个顶点共圆。

4、托勒密定理：

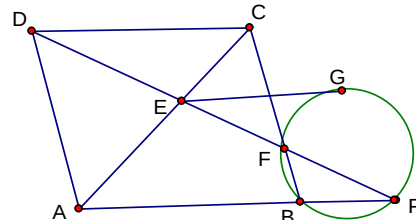
圆的内接四边形中，两条对角线的乘积等于两组对边乘积之和。

即：若四边形 $ABCD$ 内接于圆，

$$\text{则有 } AB \cdot CD + AD \cdot BC = AC \cdot BD$$

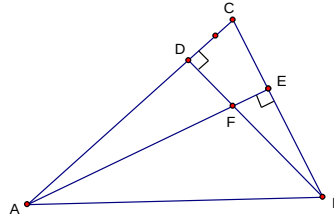


★★★7. 已知如图， P 是平行四边形 $ABCD$ 的边 AB 的延长线上的一点， DP 与 AC 、 BC 分别交于点 E 、 F ， EG 是过 B 、 F 、 P 三点的圆的切线， G 为切点. 求证： $EG = DE$ 。

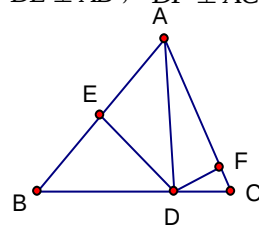


★★★★8. 如图， $AE \perp BC$ 于点 E ， $BD \perp AC$ 于点 D ， AE 、 BD 相交于点 F ，

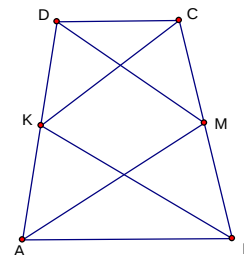
求证： $AB^2 = AF \cdot AE + BF \cdot BD$ 。



★★★★9. 已知如图，在锐角三角形 ABC 中， AD 是 BC 边上的高， $DE \perp AB$ ， $DF \perp AC$ ， E 、 F 为垂足，求证： E 、 B 、 C 、 F 四点共圆。



★★★10. 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AB \parallel DC$ ， $AB > CD$ ， K 、 M 分别在 AD 、 BC 上， $\angle DAM = \angle CBK$ ，求证： $\angle DMA = \angle CKB$ 。



别在 AD 、

第十六讲 一模复习

【基础题】

1. 将抛物线 C 向右平移 2 个单位后所得抛物线 C' : $y = 2x^2$, 抛物线 C 的表达式是 ()

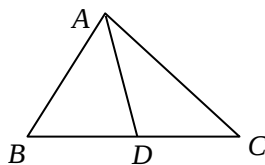
- (A) $y = 2x^2 + 2$; (B) $y = 2(x+2)^2$; (C) $y = 2(x-2)^2$; (D) $y = 2x^2 - 2$.

2. 以下图形中一定属于互相放缩关系的是 ()

- (A) 斜边长分别是 10 和 5 的两直角三角形;
(B) 腰长分别是 10 和 5 的两等腰三角形;
(C) 边长分别为 10 和 5 的两菱形;
(D) 边长分别为 10 和 5 的两正方形.

3. 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, D 是边 BC 的中点, $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{DA}$ 等于 ()

- (A) $\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$; (B) $\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$;
(C) $\frac{1}{2}\vec{b} - \vec{a}$; (D) $\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}$.



4. 下列各组条件中, 一定能推得 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 相似的是 () (第 3 题图)

- (A) $\angle A = \angle E$ 且 $\angle D = \angle F$; (B) $\angle A = \angle B$ 且 $\angle D = \angle F$;
(C) $\angle A = \angle E$ 且 $\frac{AB}{AC} = \frac{EF}{ED}$; (D) $\angle A = \angle E$ 且 $\frac{AB}{BC} = \frac{FD}{DE}$.

5. 下列方程有实数根的是 ()

- (A) $x^4 + 2 = 0$; (B) $\sqrt{x^2 - 2} = -1$; (C) $x^2 + 2x - 1 = 0$; (D) $\frac{x}{x-1} = \frac{1}{x-1}$

6. 我们定义: 当 m, n 是正实数, 且满足 $m+n=mn$ 时, 就称 $P\left(m, \frac{m}{n}\right)$ 为“完美点”, 已知点 $A(0, 5)$ 与

点 B 都在直线 $y = -x + b$ 上, 且 B 是“完美点”, 若 C 也是“完美点”且 $BC = \sqrt{2}$, 则点 C 的坐标可以是 ()

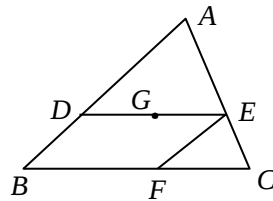
- A. (1, 2) B. (2, 1)
C. (3, 4) D. (2, 4)

7. 相邻两边长的比值是黄金分割数的矩形, 叫做黄金矩形, 从外形上看, 它最具美感. 现在想要制作一张“黄金矩形”的贺年卡, 如果较长的一条边长等于 20 厘米, 那么相邻一条边长等于 _____ cm

8. 如图, 已知点 G 为 $\triangle ABC$ 的重心, DE 过点 G , 且 $DE \parallel BC$,

$EF \parallel AB$, 那么 $CF : BF =$ _____.

9. 不等式组 $\begin{cases} x+1 \geq 0, \\ 2-x \geq 0. \end{cases}$ 的正整数解是 _____.



10. 已知从地面进入地下车库的斜坡的坡度为 1 : 2.4, 地下车库的地坪与地面的垂直距离等于 5 米, 那么此斜坡的长度等于 _____ 米. (第 8 题图)

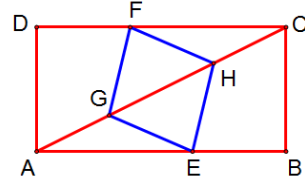
11. 如果抛物线 $y = (2-a)x^2$ 的开口方向向下, 那么 a 的取值范围是 _____.

12. 如果 $AB \parallel CD$, $2AB = 3CD$, $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{CD}$ 的方向相反, 那么 $\overrightarrow{AB} = \underline{\hspace{2cm}} \overrightarrow{CD}$.

13. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 如果 $\sin A = \frac{1}{3}$, $AB = 6$, 那么 $BC = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 如果二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 配方后为 $y = (x-2)^2 + 1$, 那么 c 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 如右图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB = 8$, $BC = 4$. 点 E 在边 AB 上, 点 F 在边 CD 上, 点 G 、 H 在对角线 AC 上. 若四边形 $EGFH$ 是形, 则 AE 的长是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



菱

16. 如果 $A(-1, y_1)$, $B(-2, y_2)$ 是二次函数 $y = (x+1)^2 + m$ 图像上点, 那么 $y_1 \underline{\hspace{1cm}} y_2$ (请填入“>”或“<”).

的两个

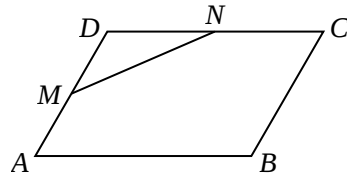
17. 先化简, 再求代数式 $(\frac{2}{a+1} - \frac{2a-3}{a^2-1}) \div \frac{1}{a+1}$ 的值, 其中 $a = 2\sin 60^\circ + \tan 45^\circ$

18. 如图, 已知在平行四边形 $ABCD$ 中, M 、 N 分别是边 AD 、 DC 的中点, 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$.

(1) 求向量 $\overrightarrow{MD}$ 、 $\overrightarrow{MN}$ (用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示);

(2) 求作向量 $\overrightarrow{MN}$ 在 $\overrightarrow{AB}$ 、 $\overrightarrow{AD}$ 方向上的分向量.

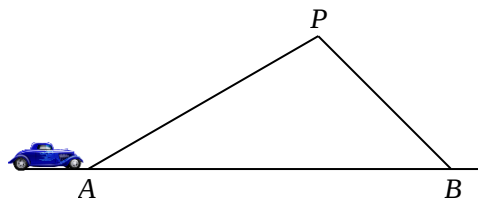
(不要求写作法, 但要指出所作图中表示结论的向量)



(第 18 题图)

19. 某条道路上通行车辆限速为 60 千米/时, 在离道路 50 米的点 P 处建一个监测点, 道路的 AB 段为监测区 (如图). 在 $\triangle ABP$ 中, 已知 $\angle PAB = 32^\circ$, $\angle PBA = 45^\circ$, 那么车辆通过 AB 段的时间在多少秒以内时, 可认定为超速 (精确到 0.1 秒)?

(参考数据: $\sin 32^\circ \approx 0.53$, $\cos 32^\circ \approx 0.85$, $\tan 32^\circ \approx 0.62$, $\cot 32^\circ \approx 1.60$)



(第 19 题图)

20. 若抛物线 $L: y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数, $abc \neq 0$) 与直线 l 都经过 y 轴上的一点 P , 且抛物线 L

的顶点 Q 在直线 l 上, 则称此直线 l 与该抛物线 L 具有“一带一路”关系. 此时, 直线 l 叫做抛物线 L 的“带线”, 抛物线 L 叫做直线 l 的“路线”.

(1) 若直线 $y=mx+1$ 与抛物线 $y=x^2-2x+n$ 具有“一带一路”关系, 求 m, n 的值;

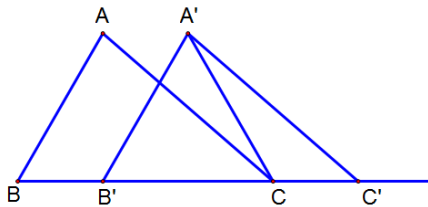
(2) 若某“路线” L 的顶点在反比例函数 $y=\frac{6}{x}$ 的图象上, 它的“带线” l 的表达式为 $y=2x-4$, 求此“路线” L 的表达式;

【提高题】

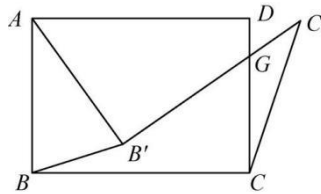
21. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=4, BC=6, \angle B=60^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 沿射线 BC 方向平移 2 个单位后, 得到 $\triangle A'B'C'$, 联结 $A'C$, 则 $\triangle A'B'C$ 的周长为_____.

22. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 将 $\angle ABC$ 绕点 A 按逆时针方向旋转一定角度后, BC 的对应边 $B'C'$ 交 CD 于点 G ,

连结 BB', CC' . 若 $AD=7, CG=4, AB'=B'G$, 则 $\frac{CC'}{BB'}=$ _____ (结果保留根号).



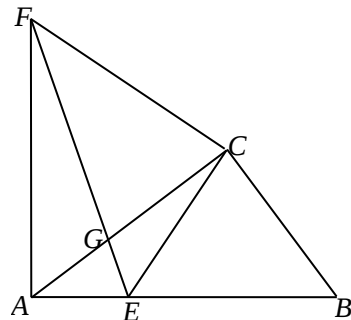
第 21 题



第 22 题

23. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle CAB$ 与 $\text{Rt}\triangle CEF$ 中, $\angle ACB=\angle FCE=90^\circ$, $\angle CAB=\angle CFE$, AC 与 EF 相交于点 G , $BC=15, AC=20$.

- (1) 求证: $\angle CEF=\angle CAF$;
- (2) 若 $AE=7$, 求 AF 的长.



第 23 题图

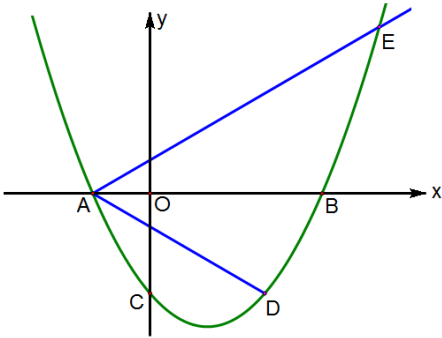
24. 如图 1, 二次函数 $y=a(x^2-2mx-3m^2)$ (其中 a, m 是常数, 且 $a>0, m>0$) 的图像与 x 轴分别交于 A, B (点 A 位于点 B 的左侧), 与 y 轴交于点 $C(0, -3)$, 点 D 在二次函数的图像上, $CD\parallel AB$, 联结

AD. 过点 A 作射线 AE 交二次函数的图像于点 E, AB 平分 $\angle DAE$.

(1) 用含 m 的式子表示 a ;

(2) 求证: $\frac{AD}{AE}$ 为定值;

(3) 设该二次函数的图像的顶点为 F . 探索: 在 x 轴的负半轴上是否存在点 G , 联结 GF , 以线段 GF 、 AD 、 AE 的长度为三边长的三角形是直角三角形? 如果存在, 只要找出一个满足要求的点 G 即可, 并用含 m 的代数式表示该点的横坐标; 如果不存在, 请说明理由.



25. 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=3$, $BC=4$, CD 是斜边 AB 上的高, 点 E 在斜边 AB 上, 过点 E 作直线与 $\triangle ABC$ 的直角边相交于点 F , 设 $AE=x$, $\triangle AEF$ 的面积为 y .

(1) 求线段 AD 的长;

(2) 若 $EF \perp AB$, 当点 E 在斜边 AB 上移动时,

求 y 与 x 的函数关系式 (写出自变量 x 的取值范围);

(3) 若点 F 在直角边 AC 上 (点 F 与 A 、 C 不重合), 点 E 在斜边 AB 上移动, 试问, 是否存在直线 EF 将 $\triangle ABC$ 的周长和面积同时平分? 若存在直线 EF , 求出 x 的值; 若不存在直线 EF , 请说明理由.

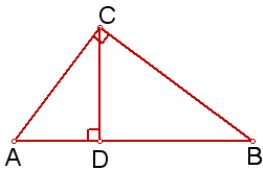
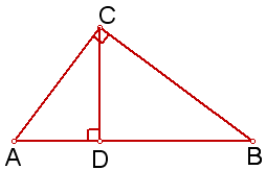


图 1



备用图

第十七讲 一模压轴题选讲

- 1.已知：如图 8， $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $BC=8$ ， $\cot\angle BAC=\frac{3}{4}$ ，点 D 在边 BC 上（不与点 B 、 C 重合），点 E 在边 BC 的延长线上， $\angle DAE=\angle BAC$ ，点 F 在线段 AE 上， $\angle ACF=\angle B$ 。设 $BD=x$ 。
- (1) 若点 F 恰好是 AE 的中点，求线段 BD 的长；
 - (2) 若 $y=\frac{AF}{EF}$ ，求 y 关于 x 的函数关系式，并写出它的定义域；
 - (3) 当 $\triangle ADE$ 是以 AD 为腰的等腰三角形时，求线段 BD 的长。

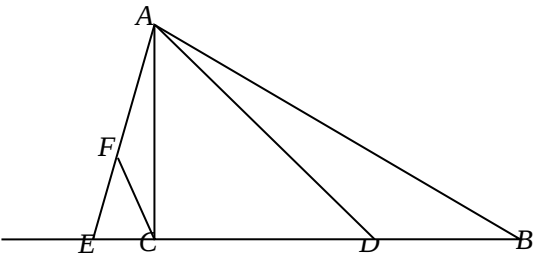
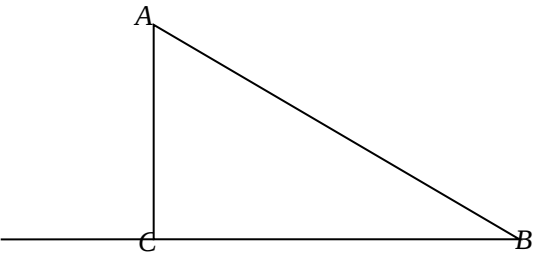


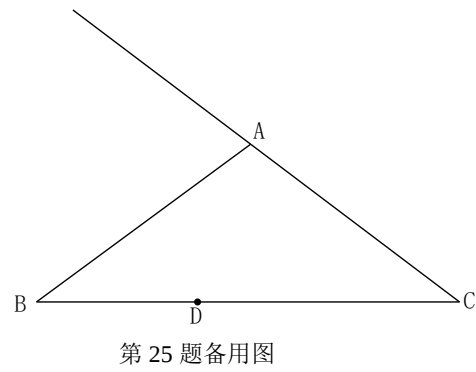
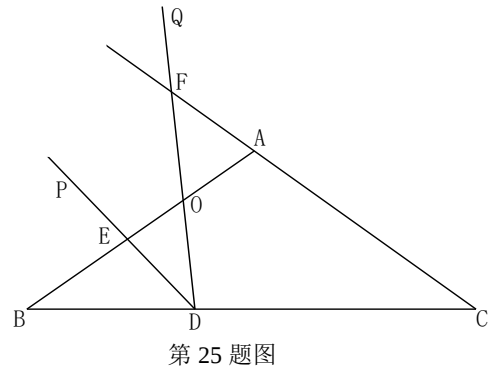
图 8



备用图

2. 已知 $\triangle ABC$ ， $AB=AC=5$ ， $BC=8$. $\angle PDQ$ 的顶点 D 在 BC 边上， DP 交 AB 边于点 E ， DQ 交 AB 边于点 O 且交 CA 的延长线于点 F （点 F 与点 A 不重合），设 $\angle PDQ=\angle B$ ， $BD=3$.

- (1) 求证： $\triangle BDE \sim \triangle CFD$;
- (2) 设 $BE=x$ ， $OA=y$ ，求 y 关于 x 的函数关系式，并写出定义域;
- (3) 当 $\triangle AOF$ 是等腰三角形时，求 BE 的长.



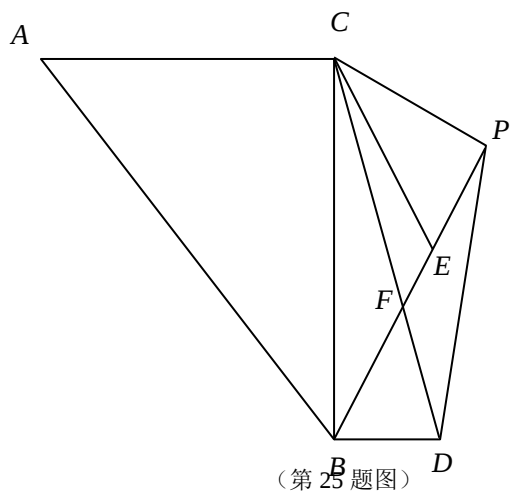
3. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\cot A = \frac{3}{2}$, $AC = 6\sqrt{2}$, 以 BC 为斜边向右侧作等腰直角 $\triangle EBC$,

P 是 BE 延长线上一点, 联结 PC , 以 PC 为直角边向下方作等腰直角 $\triangle PCD$, CD 交线段 BE 于点 F , 联结 BD .

(1) 求证: $\frac{PC}{CD} = \frac{CE}{BC}$;

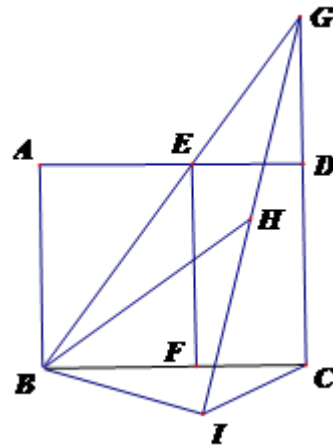
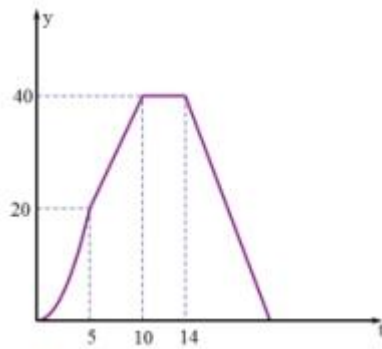
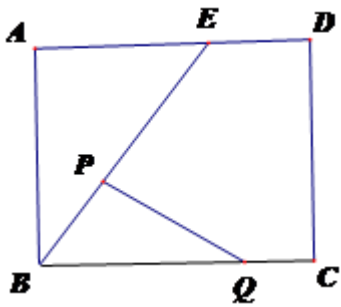
(2) 若 $PE = x$, $\triangle BDP$ 的面积为 y , 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出定义域;

(3) 当 $\triangle BDF$ 为等腰三角形时, 求 PE 的长.



4.如图(1)所示, E 为矩形 $ABCD$ 的边 AD 上一点, 动点 P 、 Q 同时从点 B 出发, 点 P 以 $1\text{cm}/\text{秒}$ 的速度沿折线 $BE-ED-DC$ 运动到点 C 时停止, 点 Q 以 $2\text{cm}/\text{秒}$ 的速度沿 BC 运动到点 C 时停止. 设 P 、 Q 同时出发 t 秒时, $\triangle BPQ$ 的面积为 $y\text{cm}^2$. 已知 y 与 t 的函数关系图像如图(2)(其中曲线 OG 为抛物线的一部分, 其余各部分均为线段),

- (1) 求 $0 < t \leq 5$ 时, $\triangle BPQ$ 的面积 y 关于 t 的函数解析式;
- (2) 求出线段 BC 、 BE 、 ED 的长度;
- (3) 当 t 为多少秒时, 以 B 、 P 、 Q 为顶点的三角形和 $\triangle ABE$ 相似;
- (4) 如图(3) 过 E 作 $EF \perp BC$ 于 F , $\triangle BEF$ 绕点 B 按顺时针方向旋转一定角度, 如果 $\triangle BEF$ 中 E 、 F 的对应点 H 、 I 恰好和射线 BE 、 CD 的交点 G 在一条直线, 求此时 C 、 I 两点之间的距离.



5. 已知: 点 P 不在 $\odot O$ 上, 点 Q 是 $\odot O$ 上任意一点. 定义: 将线段 PQ 的长度中最小的值称为点 P 到 $\odot O$ 的“最近距离”; 将线段 PQ 的长度的最大的值称为点 P 到 $\odot O$ 的“最远距离”.

(1) (尝试) 已知点 P 到 $\odot O$ 的“最近距离”为 2 , 点 P 到 $\odot O$ 的“最远距离”为 6 , 求 $\odot O$ 的半径长 (不需要解题过程, 直接写出答案).

(2) (证明) 如图 10, 已知点 P 在 $\odot O$ 外, 试在 $\odot O$ 上确定一点 Q , 使得 PQ 最短, 并简要说明 PQ 最短的理由.

(3) (应用) 已知 $\odot O$ 的半径长为 5 , 点 P 到 $\odot O$ 的“最近距离”为 1 , 以点 P 为圆心, 以线段 PO 为半径画圆. $\odot P$ 交 $\odot O$ 于点 A 、 B , 联结 OA 、 PA . 求 $\angle OAP$ 的余弦值.

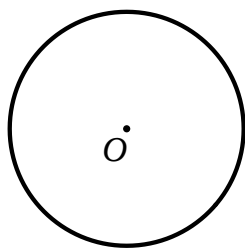
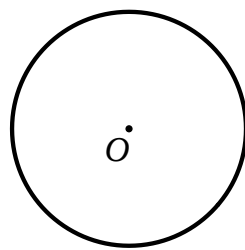
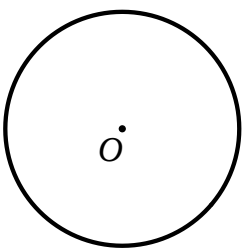


图 10



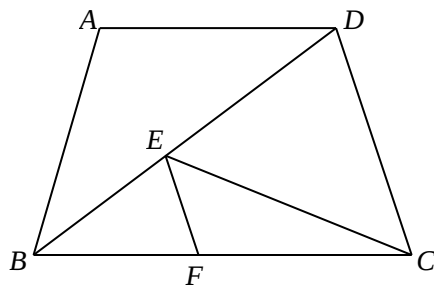
备用图 1



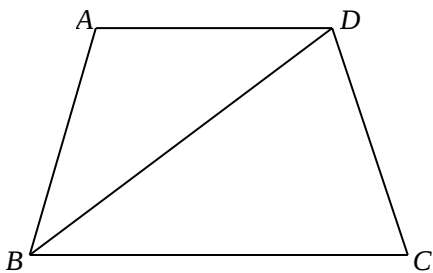
备用图 2

6.如图，已知在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AB = AD = 5$ ， $\tan \angle DBC = \frac{3}{4}$ ．点 E 为线段 BD 上任意一点（点 E 与点 B 、 D 不重合），过点 E 作 $EF \parallel CD$ ，与 BC 相交于点 F ，联结 CE ．设 $BE = x$ ， $y = \frac{S_{\triangle ECF}}{S_{\triangle BCD}}$ ．

- (1) 求 BD 的长；
- (2) 如果 $BC = BD$ ，当 $\triangle DCE$ 是等腰三角形时，求 x 的值；
- (3) 求 y 关于 x 的函数解析式，并写出自变量 x 的取值范围．



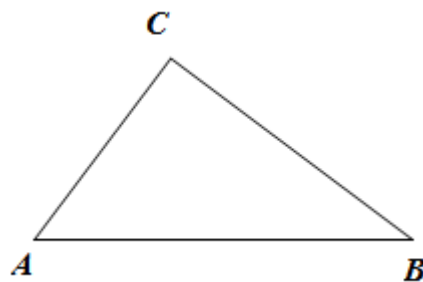
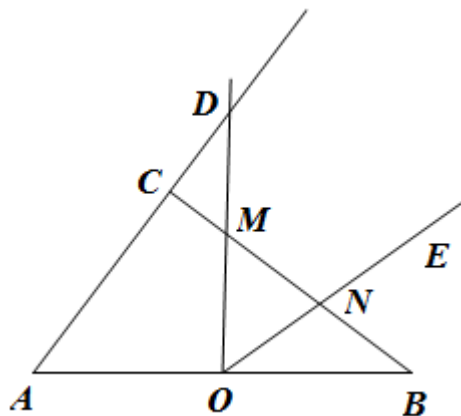
(第 25 题图)



(备用图)

7. 如图 9, 在直角三角形 ABC 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AB = 10$, $\sin B = \frac{3}{5}$, 点 O 是 AB 的中点. $\angle DOE = \angle A$, 当 $\angle DOE$ 以点 O 为旋转中心旋转时, OD 交 AC 的延长线于点 D , 交边 CB 于点 M ; OE 交线段 BM 于点 N .

- (1) 当 $CM = 2$ 时, 求线段 CD 的长;
- (2) 设 $CM = x$, $BN = y$, 试求 y 与 x 之间的函数解析式, 并写出定义域;
- (3) 如果 $\triangle OMN$ 是以 OM 为腰的等腰三角形, 请直接写出线段 CM 的长.



备用图

第十八讲 一模动点专题

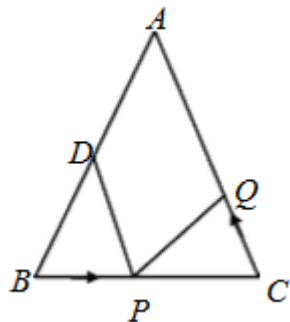
【在三角形背景中有关的动点问题】

例题 1. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 10$ 厘米, $BC = 8$ 厘米, 点 D 为 AB 的中点.

(1) 如果点 P 在线段 BC 上以 3 厘米/秒的速度由 B 点向 C 点运动, 同时, 点 Q 在线段 CA 上由 C 点向 A 点运动.

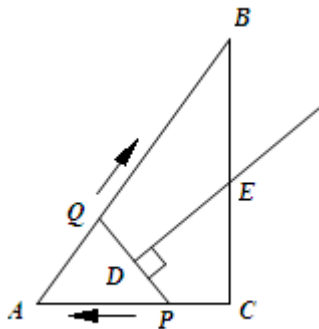
- ① 若点 Q 的运动速度与点 P 的运动速度相等, 经过 1 秒后, $\triangle BPD$ 与 $\triangle CQP$ 是否全等, 请说明理由;
- ② 若点 Q 的运动速度与点 P 的运动速度不相等, 当点 Q 的运动速度为多少时, 在某个时刻能使 $\triangle BPD$ 与 $\triangle CQP$ 全等?

(2) 若点 Q 以②中的运动速度从点 C 出发, 点 P 以原来的运动速度从点 B 同时出发, 都逆时针沿 $\triangle ABC$ 三边运动, 求经过多长时间点 P 与点 Q 第一次在 $\triangle ABC$ 的哪条边上相遇?



例题 2. 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 3$, $AB = 5$, 点 P 从点 C 出发沿 CA 以每秒 1 个单位长的速度向点 A 匀速运动, 到达点 A 后立刻以原来的速度沿 AC 返回; 点 Q 从点 A 出发沿 AB 以每秒 1 个单位长的速度向点 B 匀速运动, 伴随着 P 、 Q 的运动, DE 保持着垂直平分 PQ , 且交 PQ 于点 D , 交折线 $QB-BC-CP$ 于点 E . 点 P 、 Q 同时出发, 当点 Q 到达点 B 时停止运动, 点 P 也随之停止. 设点 P 、 Q 运动的时间是 t 秒 ($t > 0$).

- (1) 当 $t = 2$ 时, $AP = \underline{\hspace{2cm}}$, 点 Q 到 AC 的距离是 $\underline{\hspace{2cm}}$;
- (2) 在点 P 从 C 向 A 运动的过程中, 求 $\triangle APQ$ 的面积 S 与 t 的函数关系式; (不必写出 t 的取值范围)
- (3) 在点 E 从 B 向 C 运动的过程中, 四边形 $QBED$ 能否成为直角梯形? 若能, 求 t 的值. 若不能, 请说明理由;
- (4) 当 DE 经过点 C 时, 请直接写出 t 的值.



【在四边形背景中有关的动点问题】

例题 3. 正方形 $ABCD$ 中, 点 O 是对角线 AC 的中点, P 是对角线 AC 上一动点, 过点 P 作 $PF \perp CD$ 于点 F ,

如图①, 当点 P 与点 O 重合时, 显然有 $DF = CF$.

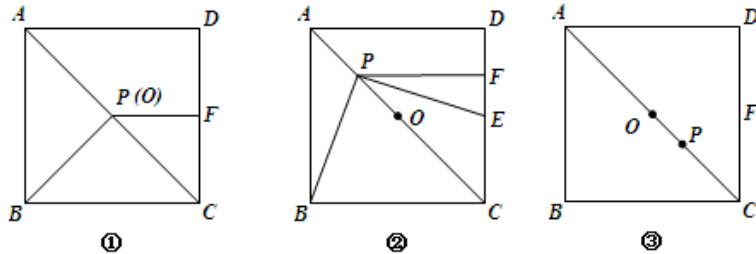
(1) 如图②, 若点 P 在线段 AO 上(不与点 A 、 O 重合), $PE \perp PB$ 且 PE 交 CD 于点 E .

① 求证: $DF = EF$;

② 写出线段 PC 、 PA 、 CE 之间的一个等量关系, 并证明你的结论;

(2) 若点 P 在线段 OC 上(不与点 O 、 C 重合), $PE \perp PB$ 且 PE 交直线 CD 于点 E . 请完成图③, 并判断

(1) 中的结论①、②是否分别成立? 若不成立, 写出相应的结论.

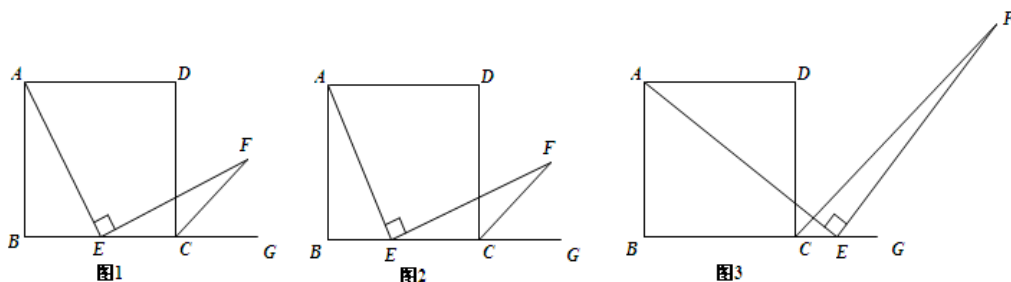


例题 4. 数学课上, 黄老师出示了问题: 如图1, 四边形 $ABCD$ 是正方形, 点 E 是边 BC 的中点, $\angle AEF = 90^\circ$, 且 EF 交正方形外角 $\angle DCG$ 的平分线 CF 于点 F .

(1) 求证: $AE = EF$;

(2) 小颖同学提出: 如图2, 如果把“点 E 是边 BC 的中点”改为“点 E 是边 BC 上(除 B 、 C 外)的任意一点”, 其他条件不变, 那么结论“ $AE = EF$ ”仍然成立, 你认为小颖的观点正确吗? 如果正确, 请写出证明过程; 如果不正确, 请说明理由.

(3) 小华同学提出: 如图3, 点 E 是边 BC 的延长线上(除 C 点外)的任意一点, 其他条件不变, 那么结论“ $AE = EF$ ”仍然成立, 你认为小华的观点正确吗? 如果正确, 请写出证明过程; 如果不正确, 请说明理由.



【与比例线段有关的动点问题】

例题 5. 如图 1 在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $\angle B = 90^\circ$, $AB = 2$, $CD = 1$, $BC = m$,

P 为线段 BC 上的一个动点，且和 B 、 C 不重合，连结 PA ，过点 P 作 $PE \perp PA$ 交 CD 所在直线于 E ，设 $BP = x$, $CE = y$.

(1) 求 y 与 x 的函数关系式；

(2) 若点 P 在线段 BC 上运动时点 E 总在线段 CD 上，求 m 的范围；

(3) 如图 2，若 $BC = 4$ ，将 $\triangle PCE$ 翻折至 $\triangle PEG$ 位置， $\angle BAG = 90^\circ$ ，求 BP 的长.

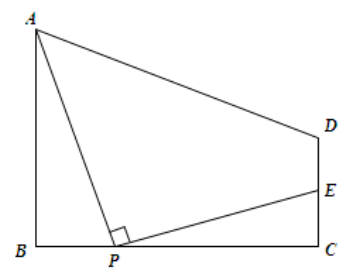


图1

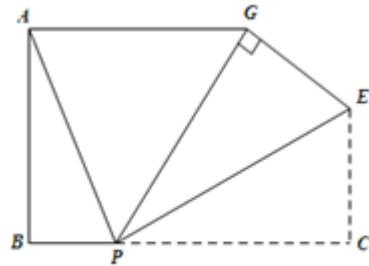


图2

取值

求 BP

例题 6. 在锐角 $\triangle ABC$ 中， $CA = CB$, BD 为 AC 边上的高.

(1) 如图 1，过点 C 作 $CE \perp AB$ 交 BD 于点 F ，交 AB 于点 E ，若 $BC = 5$, $BD = 3$ ，求 $\frac{BE}{CF}$ 的值.

(2) 如图 2，若点 P 是 BC 边上的一动点，过点 P 作 $PM \perp AB$ 交 BD 于点 N ，交 AB 于点 M . 设 $x = \tan C$, $y = \frac{BM}{PN}$ ，求 y 关于 x 的函数解析式.

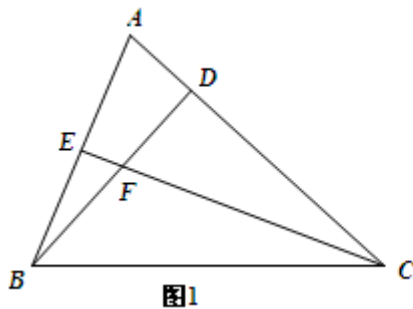


图1

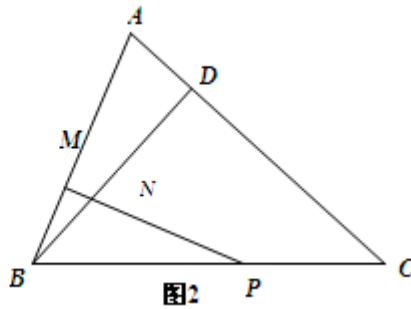


图2

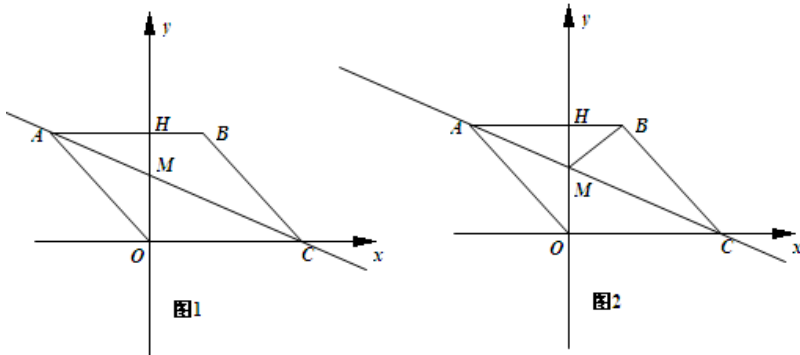
【在直角坐标系中有关的动点问题】

例题 7. 如图 1，在平面直角坐标系中，点 O 是坐标原点，四边形 $ABCO$ 是菱形，点 A 的坐标为 $(-3, 4)$ ，点 C 在 x 轴的正半轴上，直线 AC 交 y 轴于点 M ，直线 AB 交 y 轴于点 H .

(1) 求直线 AC 的解析式;

(2) 连接 BM , 如图2, 动点 P 从点 A 出发, 沿折线 ABC 方向以 2 单位/秒的速度向终点 C 匀速运动, 设 $\triangle PMB$ 的面积为 $S(S \neq 0)$, 点 P 的运动时间为 t 秒, 求 S 与 t 之间的函数关系式(要求写出自变量 t 的取值范围);

(3) 在(2)的条件下, 当 t 为何值时, $\angle MPB$ 与 $\angle BCO$ 互为余角, 并求此直线 OP 与直线 AC 所夹锐角的正切值.



例题 8. 如图①, 正方形 $ABCD$ 中, 点 A 、 B 的坐标分别为 $(0,10)$ 、 $(8,4)$, 点 C 在第一象限。动点 P 在正方形 $ABCD$ 的边上, 从点 A 出发沿 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ 匀速运动, 同时动点 Q 以相同速度在 x 正半轴上运动, 当 P 点到达 D 点时, 两点同时停止运动, 设运动的时间为 t 秒.

(1) 当 P 点在边 AB 上运动时, 点 Q 的横坐标 $x(\text{cm})$ 关于运动时间 t (秒) 的函数图像如图②所示, 请写出点 Q 开始运动时的坐标及点 P 运动速度;

(2) 在(1)中当 t 为何值时, $\triangle OPQ$ 的面积最大, 并求此时 P 点的坐标;

(3) 如果点 P 、 Q 保持原速度不变, 当点 P 沿 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ 匀速运动时, OP 与 PQ 能否相等, 若能, 请直接写出 t 的值; 若不能, 请说明理由.

