

秋季班初二数学精编教案答案

第一讲

知识点 1

1:

(1) $x \leq 6$ (2) x 取一切实数 (3) $x < 3$ 且 $x \neq -3$

(4) $-\frac{3}{2} \leq x < \frac{5}{2}$ (5) $x \geq 0$ 且 $x \neq 1$ (6) $x=2$

2:

(1) $\pi - 3$ (2) $-a\sqrt{am}$ (3) $\begin{cases} 3x-1(x \geq \frac{1}{3}) \\ 1-3x(x \leq \frac{1}{3}) \end{cases}$ (4) $-\sqrt{y-x} + y - x$

(5) $\begin{cases} -2xy\sqrt{1+3x^2}(x > 0, y < 0) \\ 2xy\sqrt{1+3x^2}(x < 0, y < 0) \end{cases}$ (6) $\begin{cases} 3-2x(x < -1) \\ 5(-1 \leq x < 4) \\ 2x-3(x \geq 4) \end{cases}$

3:

(1) $\sqrt{20}$ (2) $-\sqrt{25a}$ (3) $\sqrt{m^2n}$ (4) $-\sqrt{x^2y}$ (5) $-\sqrt{-a}$

4:

(1) $x + 2y = 4$ (2) $x^2 + y^2 = 0$

5:

(1) $2\sqrt{3}$ (2) $3a\sqrt{5b}$ (3) $2\sqrt{6}$ (4) $\frac{\sqrt{xy}}{x}$ (5) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ (6) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

(7) $\frac{2a\sqrt{5bc}}{c}$ (8) $\frac{\sqrt{2x}}{4}$

6:

(1) $4\sqrt{5}$ (2) $5m\sqrt{m^2+9}$

知识点 2

1:原式=2

$$2: (1) \begin{cases} -3(x < 1) \\ 2x - 5 (1 \leq x < 4) \\ 3(x \geq 4) \end{cases} \quad (2) -2x\sqrt{2x} \quad (3) (2-b)\sqrt{a-b}$$

$$3: (1) 2\sqrt{6} + 4\sqrt{3} - 12 \quad (2) 0 \quad (3) 14 \quad (4) 2\sqrt{x} - 2\sqrt{y}$$

$$4: \frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{5}} > \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$$

$$5: \text{原式} = 2 + \sqrt{3}$$

$$6: (1) \frac{4y\sqrt{x}}{x} + 2y - 7\sqrt{x} - 5x \quad (2) 3 - 27a$$

$$7: (1) \text{原式} = 4 \quad (2) \text{原式} = 2\sqrt{b}$$

第二讲

$$1: \frac{1}{3}$$

$$2: 5$$

$$3: -a - 3b + 3c$$

$$4: m = 9$$

$$5: (1) C \quad (2) m = \frac{13}{8}$$

$$6: \sqrt{n+1} - 1$$

$$7: -1$$

$$8: (1) 5\sqrt{5} - 5\sqrt{3} \quad (2) \frac{\sqrt{3}-1}{2} \quad (3) \sqrt{6} + \sqrt{2}$$

$$9: \sqrt{5} + \sqrt{11} < \sqrt{6} + \sqrt{10}$$

$$10: \text{原式} = (3ab - \frac{1}{2}ab^2)\sqrt{3ab} = \frac{1}{2}$$

$$11: \text{原式} = 2004$$

$$12: \text{原式} = \frac{1}{a-1} = -\frac{\sqrt{2}+2}{2}$$

$$13: \text{原式} = \frac{a-b}{2} = -\sqrt{3}$$

第三讲

1: $k = -1, x_1 = 0, x_2 = -\frac{1}{2}$

2: (1) $x_1 = 8, x_2 = -6$ (2) $x_1 = 3, x_2 = -7$ (3) $x_1 = x_2 = 2$

(4) $x_1 = 1, x_2 = -3$ (5) $x_1 = \frac{5}{3}, x_2 = -1$ (6) $x_1 = 8, x_2 = -2$

(7) $x_1 = \frac{6}{5}, x_2 = -1$ (8) $x_1 = \frac{3}{2}, x_2 = -\frac{4}{3}$ (9) $x_1 = 2 + \sqrt{7}, x_2 = 2 - \sqrt{7}$

(10) $x_1 = 1 + \sqrt{2}, x_2 = 1 - \sqrt{2}$ (11) 无实根 (12) $x_1 = \frac{3 + \sqrt{11}}{2}, x_2 = \frac{3 - \sqrt{11}}{2}$

(13) $x_1 = 1, x_2 = -3$ (14) $x_1 = 0, x_2 = -\frac{1}{2}$

3: (1) $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$ (2) $x_{1,2} = \frac{b \pm \sqrt{b^2 + 4ac}}{2a}$ (3) 无实根

第四讲

1、请判别下列一元二次方程根的情况：

1) $2x^2 + 3x + 7 = 0$

$\Delta = -47 < 0$

无实数根

2) $\frac{1}{4}x^2 - 3x + 9 = 0$

$\Delta = 0$

有两个相等的实数根

3) $x^2 + 4ax - 1 = 0$

$\Delta = 16a^2 + 4 > 0$

有两个相等的实数根

4) $x^2 + x + 1 = 0$

5) $x^2 - 4x + 4 = 0$

6) $x^2 - x - 1 = 0$

8) $2x^2y^2 - 4xy - 8$

法一: $= 2(xy - 1 + \sqrt{5})(xy - 1 - \sqrt{5})$

法二: $= 2(x - y + \sqrt{5}y)(x - y - \sqrt{5}y)$

3、解答题：

(1) $\Delta = b^2 - 4ac$

①、 $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ 有两个不相等的实数根

②、 $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ 有两个相等的实数根

③、 $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ 无实数根

(2) 证明：

8) $2x^2y^2 - 4xy - 8$

法一: $= 2(xy - 1 + \sqrt{5})(xy - 1 - \sqrt{5})$

法二: $= 2(x - y + \sqrt{5}y)(x - y - \sqrt{5}y)$

3、解答题:

(1) $\Delta = b^2 - 4ac$

①、 $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ 有两个不相等的实数根

②、 $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ 有两个相等的实数根

③、 $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ 无实数根

(2) 证明:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (4m)^2 - 4(m - 4)$$

$$= 4m^2 - 4m + 16$$

$$= 4(m^2 - m + 4) > 0$$

故有两个不相等的实数根。得证

(3) 证明:

$$\Delta = (b^2 + c^2 - a^2)^2 - 4b^2c^2$$

$$= [b^2 + c^2 - a^2 + 2bc][b^2 + c^2 - a^2 - 2bc]$$

$$= [(b+c)^2 - a^2][(b+c)^2 - a^2]$$

$$= (b+c+a)(b+c-a)(b-c+a)(b-c-a) < 0$$

故无实数根。得证

(4) 证明:

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (3m - 4) \geq 0$$

$$\Rightarrow m \leq \frac{3}{2}$$

$$\sqrt{m^2 - 8m + 16} - \sqrt{m^2 - 4m + 4}$$

$$= |m - 4| - |m - 2|$$

$$= (4 - m) - (2 - m)$$

$$= 2$$

(5) 有两个不相等的实数根

第五讲

一、选择题：

1. B

2. C

3. D

二、填空题：

1. $a + b = \underline{\quad 8 \quad}$

2. $x_1 = 2, x_2 = 1$

3. $\underline{x_1 = -1, x_2 = -\frac{5}{2}}$

4. $\underline{4(x^2 + 9)(x - 3)(x + 3)}$

5. $\underline{\left(x - \frac{\sqrt{6} - 1}{5}y\right)\left(x + \frac{\sqrt{6} + 1}{5}y\right)}$

6. 20%

三、解方程：

1) $x_1 = \frac{\sqrt{5} + 2}{3}, x_2 = \frac{2 - \sqrt{5}}{3}$

2) $\because \Delta = 25 - 4 \times 2 \times 10 < 0$
 $\therefore$ 原方程无实数根

四、在实数范围内分解因式：

1. $(3x^2 + 2)(\sqrt{3}x - \sqrt{2})(\sqrt{3}x + \sqrt{2})$

2. $(x - 1 - \sqrt{5})(x - 1 + \sqrt{5})$

3. $(x + 2)(4x - 1)$

4. $\left(x - \frac{3 + \sqrt{29}}{2}\right)\left(x - \frac{3 - \sqrt{29}}{2}\right)$

五、解答题：

1、当 $x=1$ 时，原方程是一个一元一次方程；

当 $x \neq 1$ 时，原方程是一个一元二次方程。

2、设这个增长率为 x ，由题意得 $400(1+x)^2 = 625$

$$\therefore x = \frac{1}{4} \text{ (负值舍)}$$

$\therefore$ 这个增长率为 25%

第六讲

一、填空题

1. $\frac{①}{②} \frac{④}{⑥} \frac{⑧}{⑨}$

2. $\frac{3x-5}{2}$, $\frac{-1}{2}$

3. $\frac{3}{5}$, $\frac{0}{5}$

4. $\frac{x}{y} \frac{y}{x} \frac{x}{y}$

5. $y = \frac{60}{x}$ $\frac{3}{x}$

6. 略

7. 略

8. 略

9. B

10. C

11. $y = \frac{3x+3}{x}$

12. $y = \frac{2x+1}{x-1}$

13. $y = -2\sqrt{x}$

14. 由题意得, $y = 20 - \frac{1}{6}x$

【典型例题 1】

- 1、“假” 2、 $\angle D = 75^\circ$ 3、 $\triangle ACD \cong \triangle BCD'$ $\angle A = \angle CBD' = 45^\circ$ 90° $\perp$
4、① ② ③ 5、C 6、C

【典型例题 1】

- 1、说明 $\angle CAE = \angle BCF$ 证明 $\triangle ACE \cong \triangle CBF$ (AAS)
2、说明 $\angle BAD = \angle CAD$ 可证明 $\triangle ABP \cong \triangle ACP$ (AAS) 从而得到 $AB=AC$,
得 $BD=CD$ $AD \perp BC$
3、 $\angle AED = \angle C$ 大致说理过程：可说明 $\angle BDF = \angle DFE$ 得 $AB \parallel EF$ 得
 $\angle ADE = \angle B$
由 $\angle 3 = \angle B$ 得 $\angle ADE = \angle B \therefore DE \parallel BC$ 从而得到结论
4、法一：连接 AB 证明 $\triangle ABC \cong \triangle BAD$ (SSS) 得 $\angle OBA = \angle OAB \therefore OA=OB$
法二：连接 CD 证明 $\triangle BCD \cong \triangle ADC$ (SSS) 得 $\angle OCD = \angle ODC \therefore OC=OD$
 $\therefore OA=OB$

【典型例题 3】

- 5、根据两个角平分线和 $\angle BAD + \angle DCB = 180^\circ$ 可得到： $\angle EAD + \angle DCF = 90^\circ$ ，结合
 $\angle DFC + \angle DCF = 90^\circ$ 得 $\angle DFC = \angle EAD \therefore AE \parallel CF \therefore \angle AEB = \angle FCB$
6、添辅助线：倍长中线 延长 AD 到点 M ，使得 $DM=AD$ ，连接 CM
证明 $\triangle ABD \cong \triangle CMD$ 得 $\angle 1 = \angle M$ $AB=CM$ 由 $\angle 1 = \angle 2 \therefore \angle M = \angle 2$ 所以
 $AB=AC$
7、(1) 证明 $\triangle ADC \cong \triangle ABE$ (SAS) (2) 可得到 $\angle ADC = \angle ABE$ 从而说明 $CD \perp BE$
8、(1) 利用图形中 45° 角说明： $\triangle ADE \cong \triangle CDF$ (SAS)
(2) $S_{\text{四边形 } ECFD} = S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = 25$

(3) 根据题意画出图形，没有变化

9、连接 CD 可证明 $\triangle ADE \cong \triangle CDF$ (SAS)

10、添辅助线：倍长中线 延长 EC 到点 H，使得 CH=CE，连接 BH

证明 $\triangle AEC \cong \triangle BCH$ $\therefore AE=BH$ $\angle AEC = \angle CHB$ $\because AE=BD \therefore BD=BH$ 得证

11、添辅助线：截长补短 在线段 AB 上截取 AM=AE 可证明 $\triangle AEF \cong \triangle AMF$ (SAS)

得 $\angle AFM = \angle AFE$ 根据角平分线和 $\angle C = 60^\circ$ ，发现 $\angle AFB = 120^\circ$ ，从而得到

$\angle AFE = 60^\circ$ ，进一步证明 $\angle BFD = 60^\circ$ ， $\angle BFM = 60^\circ$ 再证明 $\triangle BFM \cong \triangle BFD$

得到 $BD=BM$

12、添辅助线：延长 DE 至点 Q，使得 EQ=BC，连接 AQ 可证明 $\triangle ABC \cong \triangle AEQ$ (SAS)

得 $\angle ACB = \angle Q$ $AC=AQ$ 再证明 $\triangle ADC \cong \triangle ADQ$ (SSS) 得 $\angle ACD = \angle Q$ 得证

13、画出正确的图形，写出已知求证 添辅助线可用面积法证明此题

第 9 讲 线段的垂直平分线

【典型例题 1】

1、(1) 垂线 (2) AD 和 BD AC 和 BC $\angle A = \angle B$ $\angle ACD = \angle BCD$
 $\triangle ACD \cong \triangle BCD$

2、(1) BC=5 cm (2) $\triangle BCD$ 的周长为 18 cm

3、(1) $\angle ABD = 29^\circ$ (2) $\angle A = 22.5^\circ$

4、AC=4 cm

5、(1) 一定 不一定 (2) 如果 a、b 同号, 那么 $ab > 0$

(3) 对应边相等的三角形是全等三角形。

6、C 7、B 8、D 9、C 10、C

【典型例题 2】

1、(1) 假 比如 $|-6| = |6|$, 但 $-6 \neq 6$

(2) 真

(3) 假 在两条平行线之间, 夹两个同底等高的三角形, 虽然面积相等, 但一定不全等。

2、利用线段垂直平分线 的性质, 得到 $\angle DAB = \angle B$ 可以设参数 得到 $\angle 1 = 36^\circ$,

$\angle 2 = 54^\circ$, $\therefore \angle CAB = 63^\circ$

3、根据角平分线的性质得 $PB=PA$ $\therefore$ 点 p 在线段 AB 的垂直平分线上

易证: $\triangle BOP \cong \triangle AOP$, $\therefore OA=OB$ 再证 $\triangle BOC \cong \triangle AOC$ 得 $AC=BC$

$\therefore$ 点 C 在线段 AB 的垂直平分线上 $\therefore$ CP 垂直平分 AB

4、根据 EF 是线段 AD 垂直平分线, 得到 $\angle DAE = \angle ADE$ 而
 $\angle DAE = \angle DAC + \angle CAE$

$\angle ADE = \angle B + \angle BAD$ 由角平分线可得 $\angle BAD = \angle CAD$ $\therefore \angle EAC = \angle B$

5、添辅助线: 过点 D 作 $DP \perp BC$, 作 $DM \perp BA$ 的延长线 可证 $\triangle ADM \cong \triangle EDP$

【典型例题 3】

6、根据 EM 是线段 BD 垂直平分线 得 $\angle D = \angle B$ $\angle BEM = \angle DEM$ 再证明 $EM \parallel AC$

可得到： $AE = EF$ $\therefore$ 点 E 在 AF 的垂直平分线上

7、添辅助线：在 DC 上截取 $DE = BD$ ，连接 AE 易得 AD 是 BE 的垂直平分线 $\therefore$

$AB = AE$

$\angle B = \angle AED$ 而 $\angle AED = \angle C + \angle EAC$ ， $\angle B = 2\angle C$ ，从而证明 $\angle C = \angle EAC$

$\therefore AE = AC = AB = 10$

第 10 讲 角平分线及轨迹

一：角平分线

【典型例题 1】

1、(1) $PE = PF$ $CE = CF$ $\angle PCE = \angle PCF$ $\angle CPE = \angle CPF$ $\triangle CEP \cong \triangle CFP$

(2) 点 P 一定是

2、D

3、B

【典型例题 2】

1、(1) 联结 BD 可证明点 D 在 $\angle ABC$ 的平分线上， $\therefore \angle ABD = \angle CBD$ 再根据

平行线, 可得到 $\angle CBD = BDG \therefore BG=DG$

2、添辅助线 取线段 AB 的中点 M, 联结 DM, 可证明 $\triangle ADM \cong \triangle BDM$

$\therefore \angle AMD = \angle BMD = 90^\circ$, $\therefore$ DM 是线段 AB 的垂直平分线 得 AD=BD

【典型例题 3】

3、 $\angle BPC = 90^\circ$ $CP = \frac{4}{3}$

二：轨迹

【典型例题 1】

- 1、和线段两端点距离相等的
- 2、在一个角的内部（包括顶点）且到角的两边距离相等
- 3、到定点的距离等于定长的 定点 定长
- 4、已知线段的垂直平分线
- 5、以点 P 为定点, 3 cm 长为半径的圆
- 6、线段 AB 的垂直平分线（不包括线段 AB 的中点）
- 7、 $\triangle ABC$ 三条边垂直平分线 $\triangle ABC$ 三个内角的角平分线
- 8、 B

【典型例题 2】

- 9、 交轨法：作线段 a 的垂直平分线和 $\angle A$ 的角平分线
- 10、交轨法：作线段 CD 的垂直平分线和 $\angle AOB$ 的角平分线
- 11、作角平分线, 在角平分线上找到点 M

【典型例题 3】

- (1) 作 $\angle A$ 的角平分线交边 BC 于点 D 作线段 AD 的垂直平分线交 AB 于点 E
- (2) 利用角平分线和线段垂直平分线进行证明

第 11 讲 直角三角形全等的判定

【典型例题 1】

- 1、B 2、B 3、A 4、C 5、A 6、D 7、B
8、6 9、 36° 10、AD 是线段 BC 的垂直平分线 11、 $\triangle OBE$ 为等腰三角形
12、24 13、线段 AC 和 BC 14、① ②

【典型例题 2】

- 1、可证明 $\triangle CDE \cong \triangle ABF$ (HL)
2、添辅助线过点 D 作 $DE \perp AB$, 可证明 $DC=DE$, 求得 $DE=21$ cm
3、(1) 可证明 $\triangle ABC \cong \triangle EDB$ 得 $BD=BC=2EC$ (2) $AC=BE=\frac{1}{2}BC=5$ cm
4、可证明 直角 $\triangle ABC \cong$ 直角 $\triangle DEF$ 得 $\angle ACB = \angle DFE \therefore GF=GC$
5、添辅助线 在线段 AB 上截取 $AH=AC$, 连接 DH

【典型例题 3】

6、根据角平分线的性质可得 $CE=CF$, 再根据直角三角形全等 $\triangle CDF \cong \triangle CBE$ (HL)

7、联结 BP 和 PC, 根据线段垂直平分线的性质可得 $BP=PC$, 再证明 $\triangle BPE \cong \triangle CPF$

得: $EP=PF \therefore$ 点 P 在 BAC 的平分线上

8、(1) 联结 AF, 可证明 $\triangle ABF \cong \triangle ADF$ (HL) $\therefore BF=DF$ 而 $\triangle ABC \cong \triangle ADE$ 得 $BC=DE$

$\therefore DE=CF+BF=CF+DF$

(2) $DE=FC-DF$ ($FC=DE+DF$) (3) 当 $DE \parallel BC$ 时

第 12 讲 直角三角形的性质 1

【典型例题 1】

1、 $\angle ACD = 25^\circ$ 2、1 3、D 4、D

【典型例题 2】

1、这个直角三角形的面积为 30 平方厘米

2、根据 MN 是线段 AB 的垂直平分线可得 $AN=BN \therefore \angle BAN = \angle B \therefore CM$ 是
直角三角形斜边上的中线 $\therefore CM=BM$ 得 $\angle B = \angle BCM \therefore \angle BCN = \angle BAN$

3、(1) 可证明 $\triangle ADF \cong \triangle FCB$ (HL) $\therefore \angle DAF = \angle CFB$

(2) 需要说明 $\angle AFB = 180 - \angle AFD - \angle CFB = 90^\circ$

根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半, 可得 $EF = \frac{1}{2} AB$

4、联结 PE、PD 得 PD 是直角三角形 BDC 斜边上的中线, $\therefore PD = \frac{1}{2} BC$

同理: $PE = \frac{1}{2} BC \therefore PE = PD$ 再根据等腰三角形 PDE, 可得到

$PQ \perp DE$

【典型例题 3】

5、在直角三角形 ABD 和 ADC 中, 根据 $AB = AC = 2AD$ 得到 $\angle B = \angle C = 30^\circ$

再直角三角形 BDE 中, 得到 $DE = \frac{1}{2} BD$ 同理 $DF = \frac{1}{2} CD$ 从而得到结论。

第 13 讲

1. 适合下列条件的 $\triangle ABC$ 中, 直角三角形的个数为 (A)

① $a = \frac{1}{3}, b = \frac{1}{4}, c = \frac{1}{5}$; ② $a = 6, \angle A = 45^\circ$; ③ $\angle A = 32^\circ, \angle B = 58^\circ$; ④ $a = 7, b = 24, c = 25$;

⑤ $a = 2, b = 2, c = 4$.

A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

2. 在 $\triangle ABC$ 中, 若三边长各为 $a = n^2 - 1, b = 2n, c = n^2 + 1$, (n 是大于 1 的实数) 则

$\triangle ABC$ 是 (D)

A. 锐角三角形 B. 钝角三角形

C. 等腰三角形 D. 直角三角形

3. 直角三角形斜边的平方等于两条直角边乘积的 2 倍, 这个三角形有一个锐角是

(C)

A. 15° B. 30° C. 45° D. 60°

4. 在直角坐标平面内, 以 $A(-2, 0)$ 、 $B(2, 4)$ 、 $C(6, 0)$ 为顶点的 $\triangle ABC$ 是
(D)

(A) 锐角三角形 (B) 直角三角形
(C) 钝角三角形 (D) 等腰直角三角形.

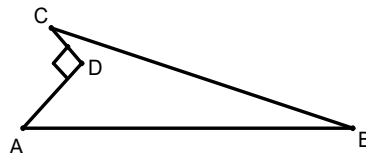
二、填空题 (每空 3 分, 共 36 分)

5. 在直角坐标平面内, 已知点 $A(-1, 3)$, $B(2, 1)$, 则 $AB = \sqrt{13}$.
6. 已知点 $A(1, 3)$, 点 B 在 x 轴上, 且 $AB=5$, 则点 B 的坐标是 $(5, 0)$ 或 $(-3, 0)$.
7. 如图, 等腰 $\triangle ABC$ 的底边 BC 为 16, 底边上的高 AD 为 6, 则腰上高为 $24/5$.
8. 如图, 某人欲横渡一条河, 由于水流的影响, 实际上岸地点 C 偏离欲到达点 B 200m, 结果他在水中实际游了 520m, 求该河流的宽度为 48 m.
9. 如图, $\angle OAB = \angle OBC = \angle OCD = 90^\circ$, $AB = BC = CD = 1$, $OA = 2$, 则 $OD = \sqrt{7}$.
10. 正方形的面积为 18cm^2 , 则正方形对角线长为 6 cm.
11. 小华和小红都从同一点 O 出发, 小华向北走了 9 米到 A 点, 小红向东走了 12 米到了 B 点, 则 $AB = 15$ 米.
12. 一个三角形三边满足 $(a+b)^2 - c^2 = 2ab$, 则这个三角形是 直角 三角形.
13. 木工做一个长方形桌面, 量得桌面的长为 60cm, 宽为 32cm, 对角线为 68cm, 这个桌面合格 (填“合格”或“不合格”).
14. 直角三角形一直角边为 12cm , 斜边长为 13cm , 则它的面积为 30 .
15. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, AD 平分 $\angle BAC$, 交 BC 于 D , 如果 $BC = 40$, $BD : CD = 5 : 3$, 那么点 D 到 AB 的距离是 15 .
16. 已知等腰直角三角形 ABC 斜边 BC 的长为 2, $\triangle DBC$ 为等边三角形, 那么 A 、 D 两点的距离为 $\sqrt{3} \pm 1$.

三、解答题 (17 题 10 分, 18 题、19 题各 12 分, 20 题 14 分, 共 48 分)

17. 如图所示的一块地, $\angle ADC = 90^\circ$, $AD = 12\text{m}$, $CD = 9\text{m}$, $AB = 39\text{m}$, $BC = 36\text{m}$, 求这块地的面积.

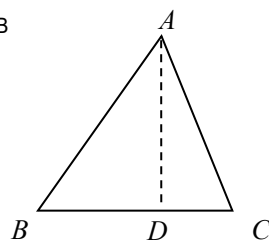
答: 216m^2



第 17 题

18. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 15$, $BC = 14$, $AC = 13$. 求: $\triangle ABC$ 的面积.

答: 先求 $AD = 12$, 得 $S_{\triangle ABC} = 84$.

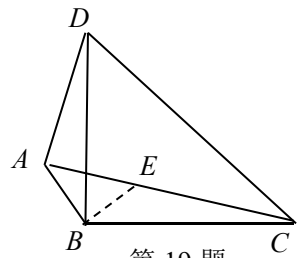


第 18 题

19. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A=45^\circ$, $DB \perp BC$, 且 $BD=BC$,

求证: $\triangle DAC$ 是直角三角形。

提示: 作 $BE \perp AB$, 交 AC 于点 E , 证 $\triangle ABD \cong \triangle EBC$ (SAS), 得 $\angle BAC = \angle BEC = 135^\circ$, 得 $\angle DAC = 90^\circ$ 。



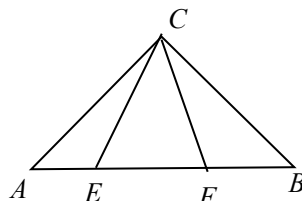
第 19 题

20. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, $\angle C=90^\circ$, 将三角板的 45° 角的顶点与点 C 重合,

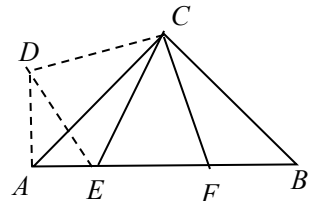
使这个角落在 $\angle ACB$ 的内部, 两边分别与斜边 AB 交于 E 、 F 两点。探索: AE 、 EF 、 FB

这三条线段能否组成以 EF 为斜边的直角三角形? 如果不能, 请举反例说明; 如果能,

试加以证明。



第 20 题



第 20 题

答: 能; 过点 A 做 $EF \perp AB$ 于 A 使 $AD=BF$ 联结 DE

证 $\triangle CDE \cong \triangle CEF$ 得 $DE=EF$

第 14 讲

例 1. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $a=6$, $c=10$, $b = \sqrt{c^2 - a^2} = 8$

(2) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $a=40$, $b=9$, $c = \sqrt{a^2 + b^2} = 41$

(3) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $c=25$, $b=15$, $a = \sqrt{c^2 - b^2} = 20$

例 2. 作 $AD \perp BC$ 于 D , 则因 $\angle B = 60^\circ$,

$\therefore \angle BAD = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ ($Rt\triangle$ 的两个锐角互余)

$\therefore BD = \frac{1}{2} AB = 15$ (在 $Rt\triangle$ 中, 如果一个锐角等于 30° ,

那么它所对的直角边等于斜边的一半)。

根据勾股定理, 在 $Rt\triangle ABD$ 中,

$$AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{30^2 - 15^2} = 15\sqrt{3}.$$

根据勾股定理, 在 $Rt\triangle ACD$ 中,

$$CD = \sqrt{AC^2 - AD^2} = \sqrt{70^2 - 15^2 \times 3} = 65.$$

$$\therefore BC = BD + DC = 65 + 15 = 80.$$

变式 1：解析：连结 BM，根据勾股定理，在 $Rt\triangle BMP$ 中，

$$BP^2 = BM^2 - PM^2.$$

而在 $Rt\triangle AMP$ 中，则根据勾股定理有

$$MP^2 = AM^2 - AP^2.$$

$$\therefore BP^2 = BM^2 - (AM^2 - AP^2) = BM^2 - AM^2 + AP^2$$

又 $\because AM = CM$ (已知)，

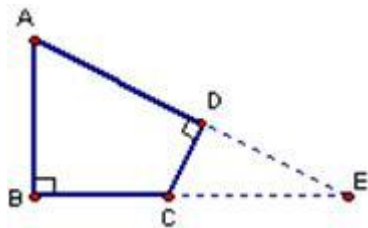
$$\therefore BP^2 = BM^2 - CM^2 + AP^2.$$

在 $Rt\triangle BCM$ 中，根据勾股定理有

$$BM^2 - CM^2 = BC^2,$$

$$\therefore BP^2 = BC^2 + AP^2.$$

变式 2：分析：如何构造直角三角形是解本题的关键，可以连结 AC，或延长 AB、DC 交于 F，或延长 AD、BC 交于点 E，根据本题给定的角应选后两种，进一步根据本题给定的边选第三种较为简单。



解析：延长 AD、BC 交于 E。

$$\because \angle A = \angle 60^\circ, \angle B = 90^\circ, \therefore \angle E = 30^\circ.$$

$$\therefore AE = 2AB = 8, CE = 2CD = 4,$$

$$\therefore BE^2 = AE^2 - AB^2 = 8^2 - 4^2 = 48, BE = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}.$$

$$\therefore DE^2 = CE^2 - CD^2 = 4^2 - 2^2 = 12, \therefore DE = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}.$$

$$\therefore S_{\text{四边形} ABCD} = S_{\triangle ABE} - S_{\triangle CDE} = \frac{1}{2} AB \cdot BE - \frac{1}{2} CD \cdot DE = 6\sqrt{3}$$

课堂练习：

1. (D)
2. (C)
3. (D)
4. (D)

5. $\angle B = 16^\circ 48'$.
6. 8 厘米.
7. $2\sqrt{3}$.
8. $BD = \underline{2}$.
9. $DC = \underline{6}$ 厘米.
10. $\angle A$ 度数是 30° .
11. 则面积为 $4\sqrt{3}$ cm^2 .
12. $\angle EDC = \underline{50^\circ}$;
13. $AE = \underline{1/8}$ AB
14. 如图, 矩形 ABCD 中, 对角线 AC, BD 交于点 O, BE 平分 $\angle ABC$, $AC = 2AB$, 则 $\angle AOE =$
 75° 。
15. $12\sqrt{2}$.
16. 14 或 4.

三、解答题

17. “中华人民共和国道路交通管理条例”规定：小汽车在城街路上行驶速度不得超过 70 千米/小时，如图，一辆小汽车在一条城市街路上直道行驶，某一时刻刚好行驶到路面对车速检测仪正前方 30 米处，过了 2 秒后，测得小汽车与车速检测仪间距离为 50 米，这辆小汽车超速了吗？
答： $v=20$ 米/秒= 72 千米/小时. $\therefore$ 超速.
18. 如图，在 $\triangle ABC$ 中 $AB=AC$, $BD \perp AC$ 于点 D , 若 $BC=6$, $CD=2$, 求 AD 的长.
略解: 设 $AD = x$, 由 $AB^2 = AD^2 + BD^2$,
 $(x+2)^2 = x^2 + 6^2 - 2^2$, 得 $x=7$.
19. 已知，如图， $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$, $\angle BAC=120^\circ$, D 是 BC 的中点， $DE \perp AB$ 于 E , 求证：
 $EB=3EA$
提示：连 AD , 等腰三角形三线合一
定理及直角三角形 30° 定理

20. 如图, 梯形 $ABCD$ 中, $DC \parallel AB$, $\angle D = 90^\circ$, $BA = BC$, $AE \perp BC$, 垂足为 E , 点 F 是 AC 的中点, 联结 DE . (1) 试判断 DE 与 BF 的位置关系, 并证明; (2) 若 $\angle DBC = 120^\circ$, 试判断 DE 与 BF 的数量关系, 并证明.
- 略解: (1) 由 CA 平分 $\angle BCD$, 得 $AD = AE$, $CD = CE$,
 AC 垂直平分 DE , 又 $BF \perp AC$, $\therefore DE \parallel BF$.
- (2) 由已知得 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 都是等边三角形,
 AE 、 BF 为 $\triangle ABC$ 两边上的高, $\therefore DE = AE = BF$.

第 17 讲

- (C)
- (C)
- (C)
- (C)
- 三个顶点
- 如果两个角相等, 那么这两个角是同一个角的余角; ; 这个命题是假命题.
- 用函数解析式表示: $y = x$ 或 $y = -x$.
- $BC = 8$.
- $\angle BFC$ 的度数为 120° .
- 27 .
- 19
- 则 $\angle ABE = 23.5^\circ$.
- $\angle PAQ$ 的度数是 80° .
- 25°
- 12 .
- $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$.

三、解答题

17. 已知: 如图, CD 、 EB 分别是 $\triangle ABC$ 的两边 AB 、 AC 上的高, M 是 BC 的中点, N 是 DE 的中点, 联结 MN ,
 求证: $MN \perp DE$.
- 证明: 联结 MD 、 ME , $\because CD$ 、 EB 分别是 $\triangle ABC$ 的两边 AB 、 AC 上的高, $\therefore \triangle BCD$ 、 $\triangle BCE$
 均为直角三角形, $\because$ 在直角 $\triangle BCD$ 中 M 是 BC 的中点, $\therefore DM = \frac{1}{2} BC$, 同理 $EM = \frac{1}{2} BC$ $\therefore DM = EM$;

N 是 DE 的中点, $\therefore MN \perp DE$.

18. 如图, 在等边三角形 ABC 中, D 、 E 分别为 BC 、 AC 上的点, 且 $AE = CD$, 连结 AD 、 BE 交于点 P , 作 $BQ \perp AD$, 垂足为 Q .

求证: (1) $\angle ABE = \angle CAD$ (2) $BP = 2PQ$.

证明: (1) $\triangle ABC$ 为等边三角形 $BA = AC$ 、 $\angle BAC = \angle ACB$, 且 $AE = CD$, 易证 $\triangle BAE \cong \triangle ACD$ (SAS);
(2) $\therefore \angle ABE = \angle CAD$;

$$\therefore \angle BPD = \angle ABP + \angle BAP = \angle CAD + \angle BAP = \angle BAC = 60^\circ,$$

$$\therefore \text{在直角} \triangle BPQ \text{ 中 } \angle PBQ = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

$$\therefore PQ = \frac{1}{2} BP \text{ 即 } BP = 2PQ$$

19. 已知: 如图, $\triangle ABC$ 中, AD 是高, CE 是中线, $DC = BE$, $DG \perp CE$, G 是垂足。求证: (1) G 是 CE 的中点; (2) $\angle B = 2\angle BCE$ 。

证明: (1) 联接 ED , $\because AD$ 是高, CE 是中线, 即 $\angle ADB = 90^\circ$, E 为 AB 的中点, $\therefore ED = AE = BE$,

$\because DC = BE$, $\therefore ED = DC$, $\because DG \perp CE$, $\therefore EG = GC$ 即 G 是 CE 的中点。

(2) $\because ED = DC$, $\therefore \angle DEC = \angle BCE$, $\therefore \angle EDB = 2\angle BCE$, 又 $\because ED = BE$,
 $\therefore \angle B = \angle EDB$, $\therefore \angle B = 2\angle BCE$ 。

20. 已知 $\angle MAN = 120^\circ$, AC 平分 $\angle MAN$.

(1) 在图 1 中, 若 $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$. 求证: $AB + AD = AC$.

(2) 在图 2 中, 若 $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$, 则 (1) 中的结论是否仍然成立? 若成立, 请给出证明; 若不成立, 请说明理由.

解: (1) $\because \angle MAN = 120^\circ$, AC 平分 $\angle MAN$,

$$\therefore \angle CAB = 60^\circ \therefore \angle ACB = 30^\circ \therefore AB = \frac{1}{2} AC$$

同理可得: $AD = \frac{1}{2} AC \therefore AB + AD = \frac{1}{2} AC + \frac{1}{2} AC = AC$

(2) 成立。过点 C 分别作 $CE \perp AN$, $CF \perp AM$, 垂足分别为点 E 、 F , $\because AC$ 平分 $\angle MAN$,

$$\therefore CE = CF, \therefore \angle ABC + \angle ADC = 180^\circ,$$

$$\angle CDF + \angle ADC = 180^\circ \therefore \angle EBC = \angle FDC,$$

$$\therefore \triangle EBC \cong \triangle FDC, \therefore EB = FD$$

$$\therefore AB + AD = AE + AF = AC$$

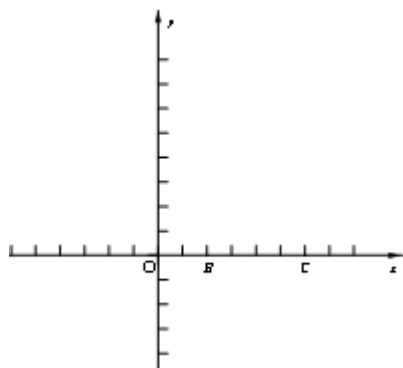
综合问题:

1. 直角坐标平面内的 $\triangle ABC$ 的顶点是 $A(0,3)$ 、 $B(3,0)$ 、 $C(3,3)$, 那么 $\triangle ABC$ 的形状是

等腰直角三角形_____.

2. 在平面直角坐标系中, 点 $B(2, 0)$, 点 $C(6, 0)$, 点 $A(x, y)$ 是直线 $y=2x$ 上的一点, 设 $\triangle ABC$ 的面积为 S .

- (1) 当点 A 在第一象限内时, 求 S 与 x 的函数关系式;
- (2) 在 (1) 的条件下, 当 $S=8$ 时, 求点 A 的坐标;
- (3) 求使得 $\triangle ABC$ 是等腰三角形的点 A 的坐标.



解: (1) $S = 4x \quad (x > 0)$

(2) $A(2, 4)$

(3) $(4, 8)$ $(2, 4)$ 或 $(-\frac{6}{5}, -\frac{12}{5})$

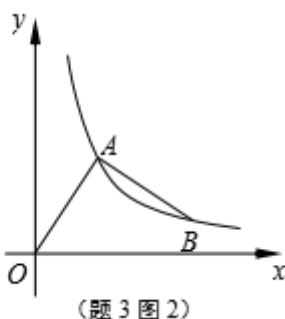
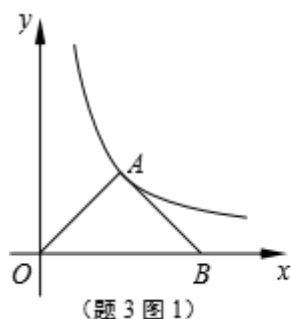
3. 已知在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $A(m, n)$ 在第一象限内, $AB \perp OA$, 且 $AB=OA$, 反比例

函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图像经过点 A .

- (1) 当点 B 的坐标为 $(6, 0)$ 时 (如图 1), 求这个反比例函数的解析式;

- (2) 当点 B 也在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图像上, 且在点 A 的右侧时 (如图 2), 用 m, n 的代数式表示点 B 的坐标;

- (3) 在第 (2) 小题的条件下, 求 $\frac{m}{n}$ 的值.



解: (1) $y = \frac{9}{x}$.

(2) $B(m+n, n-m)$.

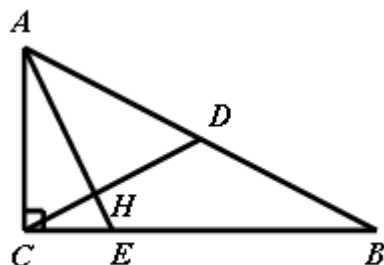
(3) 由 $(m+n)(n-m) = mn$ 整理得 $m^2 + mn - n^2 = 0$,

$$\text{得 } m = \frac{-n \pm \sqrt{5}n}{2} ,$$

$$\therefore \text{舍负得 } \frac{m}{n} = \frac{\sqrt{5}-1}{2} .$$

4. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, D 是 AB 的中点, $CD = 3$, 过点 A 作 $\angle CAE = \angle B$, 交边 CB 于点 E , 交线段 CD 于点 H .

(1) 求证: $AE \perp CD$;



题 4

(2) 设 $AC = x$, $CH = y$, 求 y 关于 x 的函数解析式

及定义域;

(3) 当 $AE = CD$ 时, 求 CH 的长 .

解: (1) 证明略 .

(2) 在 $Rt\triangle ACH$ 中, $AH^2 = x^2 - y^2$,

在 $Rt\triangle ADH$ 中, $AH^2 = 3^2 - (3-y)^2$,

$$\therefore x^2 - y^2 = 3^2 - (3-y)^2 \quad \text{得} \quad y = \frac{x^2}{6} .$$

$$(0 < x \leq 3\sqrt{2})$$

(3) 过点 D 作 $DG \perp BC$, 垂足为 G ,

由 $AE = CD$, 可证得: $\triangle ACE \cong \triangle CGD \therefore CG = AC = x$.

$$\therefore CD = BD, \quad DG \perp BC, \quad \therefore CB = 2CG = 2x .$$

在 $Rt\triangle ABC$ 中, 由勾股定理得: $x^2 + (2x)^2 = 6^2$,

$$\text{解得: } x^2 = \frac{36}{5} \therefore y = \frac{6}{5} \quad \text{即} \quad CH = \frac{6}{5}.$$

5. 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, $AB = 10$, 点 D 是射线 CB 上的一个动点,

$\triangle ADE$ 是等边三角形, 点 F 是 AB 的中点, 联结 EF .

(1) 如图, 当点 D 在线段 CB 上时,

①求证: $\triangle AEF \cong \triangle ADC$;

②联结 BE , 设线段 $CD = x$, 线段 $BE = y$, 求 y 关于 x 的函数解析式及定义域;

(2) 当 $\angle DAB = 15^\circ$ 时, 求 $\triangle ADE$ 的面积.

解: (1) ①(由 SAS 可得 $\triangle AEF \cong \triangle ADC$)

②由 $\angle AEF = \angle C = 90^\circ$, $EF = CD = x$, $AE = BE = y$.

在 $Rt\triangle AEF$ 中, $y^2 = 5^2 + x^2$,

$\therefore$ 函数的解析式是 $y = \sqrt{25 + x^2}$, 定义域是 $0 < x \leq 5\sqrt{3}$

(2) ①当点在线段 CB 上时, 由 $\angle DAB = 15^\circ$, 可得

$\angle CAD = 45^\circ$, $\triangle ADC$ 是等腰直角三角形. $\therefore AD^2 = 50$,

$$\triangle ADE \text{ 的面积为 } \frac{25\sqrt{3}}{2}.$$

②当点在线段 CB 的延长线上时,

由 $\angle DAB = 15^\circ$, 可得

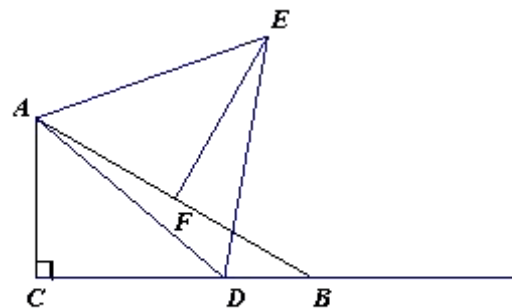
$\angle ADB = 15^\circ$, $BD = BA = 10$.

$\therefore$ 在 $Rt\triangle ACD$ 中, 勾股定理可得 $AD^2 = 200 + 100\sqrt{3}$.

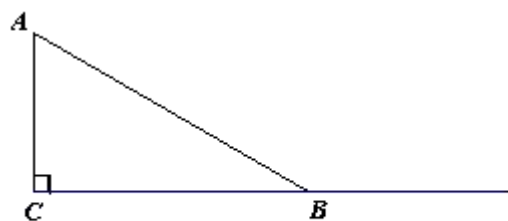
$\triangle ADE$ 的面积为 $50\sqrt{3} + 75$.

综上所述, $\triangle ADE$ 的面积为

$$\frac{25\sqrt{3}}{2} \quad \text{或} \quad 50\sqrt{3} + 75.$$



题 5 图



题 5 备用图

第 18 讲

一、填空题:

1. ± 8 ; 2. $x \geq -2$; 3. $2-x$; 4. $(x - \frac{1+\sqrt{5}}{2})(x - \frac{1-\sqrt{5}}{2})$; 5. $\frac{\sqrt{2}}{2}$; 6. 9; 7. -2;
8. 4; 9. $\frac{\sqrt{m}}{2}$; 10. 22.5; 11. 5; 12. 8; 13. 9; 14. 以点 A 为圆心, 6cm 为半径的圆;
15. $BE=CD$ 或 $\angle DBC=\angle ECB$ 等; 16. 如果两个角相等, 那么这两个角是同角的余角.

二、选择题:

17. C; 18. D; 19. C; 20. A.

三、

21. 解: 原式 $= 2\sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{3} - (\sqrt{3} - \sqrt{2})$
 $= \frac{3}{2}\sqrt{2}.$

22. 解: $2x^2 - 4x - 5 = 0.$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 2 \times (-5)}}{2 \times 2}$$
$$= \frac{2 \pm \sqrt{14}}{2}.$$

23. 解: 把原方程变形为 $x^2 + (2k+1)x + k^2 = 0.$

$$\Delta = (2k+1)^2 - 4k^2$$
$$= 4k+1.$$

$\because$ 方程 $x^2 + (2k+1)x + k^2 = 0$ 有实数根, $\therefore \Delta \geq 0. \therefore 4k+1 \geq 0.$ 解得 $k \geq -\frac{1}{4}.$

24. 证明: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,

$\because \angle A=90^\circ, \angle B=30^\circ, \therefore \angle ACB=60^\circ. \because CD$ 平分 $\angle C, \therefore \angle BCD = \frac{1}{2} \angle$

$ACB=30^\circ. \therefore \angle BCD=\angle B. \therefore BD=CD. \because BE=CE, \therefore DE \perp BC.$

25. 解: 联结 AC .

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,

$\because \angle B=90^\circ, AB=2, BC=2\sqrt{3},$

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{4+12} = \sqrt{16} = 4. \therefore \angle ACB = 30^\circ. \because \angle BCD = 120^\circ, \therefore$$

$$\angle ACD = 90^\circ. \text{ 又 } \because AD = 4\sqrt{2}, \therefore CD = \sqrt{AD^2 - AC^2} = \sqrt{32 - 16} = \sqrt{16} = 4. \therefore S_{\text{四边形} ABCD} = S_{\triangle ABC} + S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} + \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 2\sqrt{3} + 8.$$

$$\triangle ABC + S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} + \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 2\sqrt{3} + 8.$$

26. 解：设这种型号的优盘平均每次降价的百分率为 x .

$$\text{根据题意，得 } 200(1-x)^2 = 128. \text{ 整理，得 } (1-x)^2 = \frac{16}{25}. \therefore 1-x = \pm \frac{4}{5}. \therefore x_1 = \frac{1}{5},$$

$$x_2 = \frac{9}{5} \text{ (不符合题意，舍去).}$$

答：这种型号的优盘平均每次降价的百分率为 20%.

27. 解： $\because$ 正比例函数的图像与反比例函数的图像都经过点 $P(2, 3)$,

$$\therefore \text{正比例函数的解析式为 } y = \frac{3}{2}x, \text{ 反比例函数的解析式为 } y = \frac{6}{x}.$$

(1) $\because$ 正比例函数图像上的点 D 的纵坐标为 9,

$\therefore$ 点 D 的横坐标为 6, 即点 D 的坐标为 $(6, 9)$. $\because DA \perp y$ 轴, $\therefore$ 点 A 的纵坐标也为 9.

又 $\because$ 点 A 在反比例函数的图像上,

$$\therefore \text{点 } A \text{ 的横坐标为 } \frac{2}{3}, \text{ 即点 } A \text{ 的坐标为 } \left(\frac{2}{3}, 9\right). \text{ 同理可得点 } E \text{ 的横坐标为 } \frac{2}{3}.$$

$$\because \text{点 } E \text{ 在正比例函数的图像上, } \therefore \text{点 } E \text{ 的纵坐标为 } 1, \text{ 即点 } E \text{ 的坐标为 } \left(\frac{2}{3}, 1\right).$$

(2) $AE = DF$.

证明如下：因为点 D 在正比例函数的图像上, $\therefore$ 设点 D 的坐标为 $(m, \frac{3}{2}m)$.

根据题意, 可得点 F 的坐标为 $(m, \frac{6}{m})$.

$$\therefore DF = \frac{3}{2}m - \frac{6}{m}. \text{ 又根据题意, 得点 } A \text{ 的坐标为 } \left(\frac{4}{m}, \frac{3}{2}m\right), \text{ 点 } E \text{ 的坐标为 } \left(\frac{4}{m}, \frac{6}{m}\right).$$

$$\therefore AE = \frac{3}{2}m - \frac{6}{m}. \therefore AE = DF.$$

28. (1) 证明： $\because BP = BC, \therefore \angle BPC = \angle BCP$.

$\because PQ \perp PC, \therefore \angle BPC + \angle BPQ = 90^\circ, \angle BCP + \angle BQP = 90^\circ. \therefore \angle BPQ = \angle BQP. \therefore BQ = BP$.

(2) 作 $PH \perp BC$, 垂足为点 H .

$$\because \angle ACB = 90^\circ, \angle A = 30^\circ, AB = 4, \therefore \angle ABC = 60^\circ, BC = 2. \because BP = x, \therefore BH = \frac{x}{2},$$

$$PH = \frac{\sqrt{3}}{2}x. \therefore CH = 2 - \frac{x}{2}.$$

$$\because PQ^2 = PH^2 + QH^2, PQ^2 = CQ^2 - CP^2 = CQ^2 - (PH^2 + CH^2),$$

$$\therefore PH^2 + QH^2 = CQ^2 - (PH^2 + CH^2), \text{ 即 } 2PH^2 + QH^2 = CQ^2 - CH^2.$$

$$\therefore 2 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)^2 + \left(y + \frac{x}{2}\right)^2 = (y+2)^2 - \left(2 - \frac{x}{2}\right)^2. \text{ 整理, 得 } 4y - xy = 2x^2 - 2x.$$

$\therefore$ 所求的函数解析式为 $y = \frac{2x^2 - 2x}{4 - x}$. 定义域为 $1 < x < 4$.

综合练习：

1、如图，已知 $\triangle ABC$ ($AB > AC$)，在 $\angle BAC$ 内部的点 P 到 $\angle BAC$ 两边的距离相等，且 $PB = PC$ 。

(1) 利用尺规作图，确定符合条件的 P 点（保留作图痕迹，不必写出做法）；

(2) 过点 P 作 AC 的垂线，垂足 D 在 AC 延长线上，求证： $AB - AC = 2CD$ ；

(3) 当 $\angle BAC = 90^\circ$ 时，判断 $\triangle PBC$ 的形状并证明你的结论；

(4) 当 $\angle BAC = 90^\circ$ 时，设 $BP = m$ ， $AP = n$ ，直接写出 $\triangle ABC$ 的周长和面积（用含 m 、 n 的代数式表示）。

解：(2) 证：作 $PE \perp AB$ 于点 E ，联结 PB 、 PC 。

$\text{Rt} \triangle PEB \cong \text{Rt} \triangle PDC (\text{HL})$, $\text{Rt} \triangle AEP \cong \text{Rt} \triangle ADP (\text{HL})$,

$\therefore AE = AD \quad \because AE = AB - BE \quad AD = AC + CD$

$\therefore AB - BE = AC + CD \quad \text{又} \because BE = CD \therefore AB - AC = 2CD.$

(3) $\triangle BPC$ 是等腰直角三角形。

$$(4) \quad C_{\triangle ABC} = \sqrt{2}(m+n), \quad S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}m^2$$

